Ladislav Seifert

Kubická varieta ve čtyřrozměrném prostoru a systémy ploch třetího stupně v prostoru trojrozměrném

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 197--198

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123637

Bemerkungen zur affinen Flächentheorie.

Fred Rössler, Prag.

Legt man durch eine Tangente und durch die Affinnormale in einem Punkte O einer in O nicht parabolisch gekrümmten Fläche eine Ebene, so kann man der Tangente die Affinnormale der ebenen Schnittkurve in O zuordnen. Der Ort aller dieser Affinnormalen ist ein Kegel 4. Ordnung 6. Klasse, der die Tangentenebene der Fläche längs der Asymptoten in O berührt und die Affinnormale der Fläche zur dreifachen Selbstdurchdringungserzeugenden hat. Seine Tangentenebenen längs dieser Erzeugenden sind die drei Ebenen durch die Tangenten von Darboux. Ist

$$z = xy - \tfrac{1}{3}(ax^3 + dy^3) + \dots \tag{1}$$

die Reihenentwicklung der Fläche um O, so lautet die Gleichung des Kegels

$$z(ax^3 + dy^3) - 6x^2y^2 = 0. \tag{2}$$

Legt man durch je zwei konjugierten Tangenten zugeordnete Affinnormalen eine Ebene, so umhüllen diese Ebenen einen Kegel 4. Ordnung 3. Klasse, der die Tangentenebene der Fläche gleichfalls längs der Asymptoten in O berührt. Seine Gleichung in Ebenenkoordinaten u, v, w[1]) ist

$$av^3 + du^3 - 6uvw = 0. \tag{3}$$

Er hängt eng mit dem von den Transonschen Ebenen[2]) eingehüllten B. Suschen Kegel

$$av^3 + du^3 + 3uvw = 0 \tag{4}$$

zusammen. Dieser wird von dem Kegel (2) längs der drei Affinnormalen berührt, die den zu den Darboux-Tangenten konjugierten Tangenten zugeordnet sind.

Über den Sonderfall bei Regelflächen wird an anderer Stelle berichtet werden.

Kubická varieta ve čtyřrozměrném prostoru a systémy ploch třetího stupně v prostoru trojrozměrném.

Dr. *Ladislav Seifert*, Brno.

Jest celkem málo známo o kubické varietě trojrozměrné ve čtyřrozměrném prostoru. Zdá se však, že různé vlastnosti její vedou k obohacení teorie plochy třetího stupně v prostoru obyčejném a k různým větám o systémech těchto ploch. V jedné své práci uvažoval jsem o plochách třetího stupně, které mají s danou

---

[1]) $ux + vy + wz = 0$.

[2]) A. Transon, Journal de math. (1) 6 (1841), 191—208.

plochou kubickou podél rovinné křivky dotyk druhého stupně.[1]) Chci ukázati, že věty tam získané lze také odvoditi z projekce variety $V \equiv P^3(x_1, x_2, x_3, x_4) + kx_5^3 = 0$, (varieta s oskulačním kuželem). Střed promítání buď $O(0, 0, 0, 0, 1)$ a promítejme na prostor S ($x_5 = 0$). Hessiena skládá se z S a kužele H s vrcholem O, jenž má za stopu hessienu H_0 plochy $P = 0$. Průsek (V, H) je varieta parabolická. Průseky V s prostory trojrozměrnými R promítají se z O do S jako plochy, jež s P mají podél rovinné křivky dotyk stupně druhého. Dotkne-li se R plochy V, dostáváme plochu s C_2, je-li dotyčný bod na parabolické varietě, plochu s B_3. Přímky na V promítají se jako asymptotické tečny, přímky speciální jako tečny vratu v bodech parabolické křivky Γ plochy P. Speciální přímky na V tvoří rozvinutelnou plochu Σ stupně 90,[2]) jež má Γ za trojnásobnou a promítne se jako plocha Σ_0 st. 30. Σ je místem dotyčných bodů prostorů bitangenciálních, jejich stopy na S se dotýkají křivky Γ. Odtud vycházejí vlastnosti ploch uvažovaného systému se dvěma dvojnými body ($2C_2$, $C_2 + B_3$, B_4). Nejzajímavější jsou prostory tritangenciální. Jejich stopy na S jsou roviny, které se dotknou Γ ve 3 bodech téže přímky. Z toho vychází, že trisekanty křivky Γ tvoří rozvinutelnou plochu a podobnou vlastnost má i křivka σ_0, hrana vratu na Σ_0. Podrobným rozborem vycházejí vlastnosti uvažovaného systému ploch třetího stupně a křivky Γ.

Sur les lignes géodésiques et les éléments fondamentaux des courbes tracées sur une surface.

Iv. Tzénoff, Sofia.

Soient

$$x = \varphi_1(x_1, x_2), \quad y = \varphi_2(x_1, x_2), \quad z = \varphi_3(x_1, x_2)$$

les équations paramétriques d'une surface (S) et soit (C) une courbe tracée sur cette surface. Formons les fonctions (les dérivées sont prises par rapport à l'arc s)

$$\mathrm{T}^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = g_{ik}x'_i x'_k = 1 \qquad (i, k = 1, 2)$$

$$\frac{1}{\varrho^2} = x''^2 + y''^2 + z''^2 = g_{ik}x''_i \left[x''_k + \begin{Bmatrix} mn \\ k \end{Bmatrix} x'_m x'_n\right] + \left[\begin{Bmatrix} ik \\ p \end{Bmatrix}\begin{bmatrix} mn \\ p \end{bmatrix} + b_{ik}b_{mn}\right] x'_i x'_k x'_m x'_n. \tag{1}$$

---

[1]) Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou Masarykovy univ., č. *107* (*1929*).

[2]) Fano, Ricerche sulla varieta cubica etc, Annali di matematica, S. *3*, *t. X.* (*1904*).