Jaroslav Stránský

Teorie výstupů v sociálním pojištění

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 217--219

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123601

byl použit v nejnovější době pro jiné problémy Loewym, Zwinggim, Jacobem a j. Diferenciální rovnici pro úhrnnou premiovou reservu obecného životního pojištění

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(l_{[x]+t} \cdot {}_tV_x) - \mathrm{p}(x, t)\, l_{[x]+t} - \delta \,.\, l_{[x]+t} \cdot {}_tV_x + \varphi(x, t)\, l_{[x]+t} = 0$$

odpovídá obdobná rovnice pro přírůstek úhrnného fondu sociálního pojištění.

Budiž $\mathrm{M}(x, n, t)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}n$ počet osob, které jsou pojištěny v čase t, ve stáří $(x, x + \mathrm{d}x)$ s příspěvkovou dobou $(n, n + \mathrm{d}n)$; budiž dále $\alpha(x, n, t)$ hodnota nároků připadajících na jedničku mzdy pojištěnce a $\mathrm{p}(x, n, t)$ pojistné určené k úhradě dávek, $\mathrm{V}(x, n, t)$ průměrný podíl pojištěnce na úhrnném fondu (premiové reservě); pak je přírůstek úhrnného fondu v nekonečně malém intervalu časovém vyjádřen výrazem

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{MV}) + \frac{\partial}{\partial n}(\mathrm{MV}) + \frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{MV}) - [\delta \mathrm{MV} + \mathrm{pM} - \alpha \mathrm{M}].$$

Tento výraz je od nuly různý a obecně funkcí $\delta(x, n, t)$, ježto neplatí rovnice ekvivalenční pro soubor $\mathrm{M}(x - n, 0, t - n)$.

Integrujeme-li funkci $\delta(x, n, t)$ podle jednotlivých proměnných x, n, t v různých oborech integračních tak, aby bylo vždy

$$\iiint \delta(x, n, t)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}n\, \mathrm{d}t = 0,$$

dává nám princip obligatornosti možnost, docíliti ekvivalence pro soubory pojištěnců, které jsou definovány právě zvolenými integračními obory. Dostaneme pak v tomto případě diferenciální rovnici pro úhrnnou premiovou reservu finančního systému, který sjednává rovnost mezi premiemi a výdaji pojišťovacích souborů takto definovaných, z nichž ovšem má pouze omezený počet praktický význam. Tak obdržíme na př. úhrnné premiové reservy finančních systémů založených na ekvivalenci souborů stejného stáří vstupního, stejné doby přístupu, stejné doby příspěvkové atd.

Tato metoda vede integrací příslušných diferenciálních rovnic k novému odvození systematických úvah Kaanových a k zobecnění důležitých výsledků v druhé části jeho práce, v níž Kaan omezuje se pouze na případ $t = 0$.

Teorie výstupů v sociálním pojištění.

Dr. *Jaroslav Stránský,* Praha.

Jestliže osoba pojištěná povinně v sociálním pojištění vystoupí z pojištění, ztrácí po uplynutí t. zv. ochranné lhůty nároky vůči nositeli pojištění. Tyto její nároky však za určitých podmínek opět oživnou, vstoupí-li znovu do pojištění. Teprve trvalým výstupem,

t. j. nevrátí-li se pojištěnec již vůbec do pojištění, ztrácí definitivně své nároky, z čehož vyplývá v úhrnu zisk pro nositele pojištění.

Zkušenosti sociálně pojišťovacích ústavů ukazují, že rozsah trvalých výstupů je velmi značný a není proto možné nedbati jich vzhledem k jejich finančnímu efektu při stanovení pojistných premií i při pojistně matematických bilancích sociálně pojišťovacích ústavů.

Ovšem hlavní podmínkou pro možnost respektovati trvalé výstupy při pojistně matematických výpočtech jest opatření spolehlivých statistických podkladů o jejich frekvenci, a to pokud možno z vlastních zkušeností nositele pojištění.

Po prvé bylo užito zisků z trvalých výstupů pojištěnců v říšskoněmeckém dělnickém pojištění v r. 1914, avšak pouze na základě hrubých odhadů.

V Československu přihlíží se nyní k trvalým výstupům jak v dělnickém pojištění, tak hlavně v pensijním pojištění zaměstnanců ve vyšších službách.

V dělnickém pojištění byly trvalé výstupy respektovány po prvé při vypracování bilance k 1. I. 1930, avšak z nedostatku jiných zkušeností pouze pro jednu skupinu výstupů, totiž pro výstupy žen po provdání.

Nositel čsl. pensijního pojištění Všeobecný pensijní ústav shromažďuje pečlivě statistický materiál o výstupech pojištěnců a sleduje je obzvláště při příležitosti vypracování pojistně matematických bilancí. Již v bilanci k 31. XII. 1929 bylo možno odvoditi ze statistického materiálu jednak pravděpodobnosti návratu vystoupivších pojištěnců do pojištění, jednak frekvence trvalých výstupů v závislosti na příspěvkové době, a to tímto způsobem:

Označíme-li $s_{k,l}$ počet pojištěnců, kteří vystoupili v roce k z pojištění a nevrátili se do něho do konce roku l, pak počet pojištěnců, kteří se vrátili během roku $(l + 1)$ po přerušení $\nu = l + 1 - k$ znovu do pojištění, vyjádřený v procentech jest dán výrazem:

$$\sigma_\nu = \frac{100\,(s_{k,l} - s_{k,l+1})}{s_{k,l}}.$$

Z čísel σ_ν odvodíme pak čísla α_ν, která udávají, kolik procent z pojištěnců vystoupivších před ν lety se již vůbec do pojištění nevrátí, pomocí vztahu

$$\alpha_\nu = \frac{1}{100^{9-\nu}} \cdot \prod_{k=0}^{9-\nu} (100 - \sigma_{\nu+k}),$$

neboť $\sigma_{10+k} = 0$ pro $k \geq 0$.

Závislost frekvence trvalých výstupů na příspěvkové době byla odvozena z čísel $t_{k,n}$, značících počet pojištěnců, kteří vystoupili v roce k z pojištění s příspěvkovou dobou n a do konce roku 1931 se do pojištění nevrátili. Z těchto pojištěnců nevrátí se již vůbec do pojištění

$$\tau_{\nu,n} = \frac{t_{k,n} \cdot \alpha_{1931-k}}{100}$$

pojištěnců. Sečteme-li nyní čísla $\tau_{\nu,n}$ pro různé roky vstupu ν a dělíme úhrnným počtem pojištěnců, kteří v těchto letech ν vstoupili do pojištění G_ν, dostaneme počet pojištěnců β_n, kteří ze 100 vstoupivších vystoupí trvale v n-tém příspěvkovém roce z pojištění:

$$\beta_n = \frac{\sum\limits_{\nu} \tau_{\nu,n}}{\sum\limits_{\nu} G_\nu}.$$

Čísla α a β stačí k ocenění zisku z trvalých výstupů v matematické bilanci. O jejich spolehlivosti a stálosti svědčí okolnost, že tato čísla, odvozená pro bilanci k 31. XII. 1929, byla úplně potvrzena výsledky výpočtů pro bilanci k 31. XII. 1931.

Základní pojmy statistické dynamiky.

Dr. *Lad. Truksa*, Praha.

Vycházeje z rozšířeného pojmu psti o element časový, jímž jest pojem psti přechodu individua z určitého počátečního stavu o znaku x do stavu o znaku y v jednotkovém intervalu časovém τ, ${}_\tau p^{xy}$, poukazuje autor nejprve na vztah psti přechodu k době pozorovací ξ a vyjadřuje závislost psti přechodu na době pozorovací připojením indexu ξ k původnímu symbolu ${}_\tau p^{xy}$, tedy symbolem ${}_\tau p_\xi^{xy}$.

Uvádí pak definici pstí přeskoku ${}_{t\tau} p^{xy}$ resp. ${}_{t\tau} p_\xi^{xy}$, pro něž vyplývá z Markovovy teorie jevů spjatých známá fundamentální relace (2).

V dalším vyšetřuje tři důležité extrémní případy pstí přechodu, resp. přeskoku:

1. Především přechod od znaku rozpojitého ke spojitému, který vede k pojmu hustoty psti, označenému symbolem ${}_\tau \mathfrak{p}^{xy}$ resp. ${}_\tau \mathfrak{p}_\xi^{xy}$. Fundamentální relace (2) přechází v tomto limitním případě v rovnici Smoluchowského v souborech o mocnosti nulové a v rovnici Chapmanovu v souborech jednomocných.

2. V případě, v němž základní interval časový τ konverguje k nule, definuje autor pojem intensity psti přechodu a uvádí základní relaci mezi těmito intensitami a pstmi přeskoku ve tvaru systému lineárních rovnic diferenciálních (3).

3. Konečně spojením obou limitních procesů v případě, že znak i čas jsou veličinami spojitými, odvozuje autor pojem intensity hustoty psti přechodu a poukazuje na vztah (3′) mezi touto hodnotou a hustotou psti přeskoku, z něhož plyne za speciálních předpokladů základní diferenciální rovnice difuse (3″).