Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 8 (1879), No. 4, 189--192

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123541

Zákon hutnosti vyjádřuje rovnice

$$h = \varrho z,$$

a hmotu podává nám trojnásobný integral

$$M = 4\varrho \int_0^{\alpha}\int_0^{\beta\sqrt{1-\frac{x^2}{\alpha^2}}}\int_{\frac{1}{\lambda}\sqrt{x^2+y^2}}^{c\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}} z\,dz\,dy\,dx =$$

$$= 2\varrho c^2 \int_0^{\alpha}\int_0^{\beta\sqrt{1-\frac{x^2}{\alpha^2}}}\left[\left(1-\frac{x^2}{\alpha^2}-\frac{y^2}{\beta^2}\right]dy\,dx = \frac{4}{3}\varrho\beta c^2\int_0^{\alpha}\left(1-\frac{x^2}{\alpha^2}\right)^{\frac{3}{2}}dx$$

$$= \varrho\,.\,\pi\alpha\beta\,.\left(\frac{c}{2}\right)^2.$$

Pro $\varphi = 90^0$ přejde kužel v rovinu XY; v případě tomto je $\alpha = a$, $\beta = b$, a M hmotou polovice ellipsoidu nad rovinou XY se nacházející, přibývá-li hustoty stejnoměrně se vzdáleností od roviny XY, tudíž ve směru osy c. Označíme-li tuto hmotu poloellipsoidu M_c', je

$$M_c' = \frac{1}{4}\varrho\,\pi\,abc^2$$

Má-li pak M_a', M_b' obdobný význam, platí tedy

$$M'_a : M'_b : M_c = a : b : c.$$

Úlohy.

Řešení mathematické úlohy 16.

Podal *Stan. Prachenský*, žák VIII tř. r. g. m. v Praze.

Položíme-li v dané soustavě

$$x + y = u + v = z$$
$$xy = \quad uv = r$$

bude

$$x = z - y = \frac{r}{y},$$

$$u = z - v = \frac{r}{v},$$

pročež
$$y = v \mid y = u$$
$$x = u \mid x = v,$$
z čehož plyne $x = y$, $u = v$; a jelikož z rovnice čtvrté se obdrží pomocí těchto hodnot $x = \pm 1$, jest tu dvojí řešení a sice
$$x_1 = y_1 = u_1 = v_1 = \quad 1,$$
$$x_2 = y_2 = u_2 = v_2 = -1.$$

(Tutéž úlohu řešil též *E. Kuchař*, *V. Vakunda*, *J. Vančura* z VI., *J. Havlíček*, *B. Křečan*, *B. Moravec*, *K. Petržilka*, *J. Weiss* zė VII. tř. v Praze, *Fr. Fischer* z VI., *Vl. Novotný* ze VII. tř. v Prostějově, *Fr. Jedlička* ze VII., *J. Prouza*, *J. Zvěřina* z VIII. tř. v Chrudimi, *M. Vaněček* ze VII. r. a *V. Lepeška* z VIII. tř. v Táboře, *O. Kobrle* z VIII tř. v Jičíně, *Fr. Brandejs* ze VII. tř. r. v Hradci Kr., *M. Lerch* z VI. tř. r. v Plzni, *St. Šetina* ze VII. tř. r. v Litomyšli, *J. Kořínek*, *J. Mayer* z VIII. tř. v Hradci Jindř., *K. Teige* a *G. Řebíček*, členové Jednoty v Praze, *Jos. Pytlík* ve Vodňanech, *Fr. Procházka* v Bosni a *K. Minařík* ve Vídni.)

Řešení mathematické úlohy 17.

Podal *Jos. Němec*, žák VIII. tř. v J. Hradci.

Značí-li q hledaný podíl sousedních dvou členů řady geometrické, nutno tu řešiti rovnici
$$10(q-1) = 3(q^4-1),$$
což vede napřed na tvar
$$q^3 + q^2 + q - \frac{7}{3} = 0$$
a dosadíme-li $q = x - {}^1/_3$, na tvar
$$x^3 + \frac{2}{3}x - \frac{70}{27} = 0;$$
další řešení vede k realní hodnotě
$$q = 0{\cdot}879\ 5004,$$
takže členové hledané řady jsou
$$\begin{array}{r} 3{\cdot}000\ 0000 \\ 2{\cdot}638\ 5012 \\ 2{\cdot}320\ 5629 \\ \underline{2{\cdot}040\ 9359,} \end{array}$$
tedy součet $10{\cdot}000\ 0000$, jak nutno.

Poznámka redakce. Druhé dva kořeny jsou soujemné a sdružené hodnoty

$$q = -0.939\ 7502 \pm 1.330\ 3726 i.$$

(Tutéž úlohu řešil *Vaněček*, *Mayer*)*, *Zvěřina, Lerch*, *Kobrle, Brandejs, Novotný*, *Prouza*, *Teige*, *Havlíček*, *Vančura* a *Procházka.)*

Řešení mathematické úlohy 18.

Podal p. *Gustav Řebíček*, člen Jednoty v Praze.

Soustava ellips jest tu dána rovnicí

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

v níž proměnné parametry a, b vyhovují podmínce

$$ab = C,$$

značí-li C veličinu stálou. Jest tedy rovnice křivky obalující

$$4x^2y^2 = C^2$$

kteráž přisluší rovnoramenným hyperbolám.

(Tutéž úlohu řešil *Vaněček*, *Mayer, Kobrle, Minářík, Havlíček*, *Lepeška* a *Procházka.*)

Přibližné řešení problemu delického.

K vyzvání redakce zaslali řešení úlohy na str. 133 tohoto časopisu obsažené: *Mayer*, *Brandejs*, *Teige*, *Němec*, *Havlíček*, *Kobrle* a *Vojtěch Králíček*, klerik řádu maltánského.

Řešení fysikalní úlohy 14.

Podal *Jiří Havlíček*, žák VII. třídy č. realky v Praze.

Pro tento zvláštní případ platí

$$c^2 = \frac{9{\cdot}808 \,.\, 1623 \cos^2 1^0\, 10'}{2 \cos 5^0 \sin 6^0\, 10'},$$

z čehož plyne $c = 273{\cdot}419^{\text{m}}$.

(Tutéž úlohu řešil *Vančura*, *Němec* a *Teige.*)

Řešení fysikalní úlohy 13.

Podal *Ant. Basler*, žák VI. r. tř. v Prostějově.

Oba body setkají se za 4·16 sekundy ve výši 5·027 metrů.

(Tutéž úlohu řešil *Jos. Papežík* z VI. tř. v Prostějově, *Vl. Mikan* z VI. třídy real. gymn. malostr. v Praze, *Havlíček*, *Vančura*, *Kobrle*, *Weiss*, *Moravec*, *Teige*, *Minařík*, *Prouza*, *Mayer*, *Novotný*, *Brandejs.*)

---

*) Obdržel pro q hodnotu 9.87950 03983 52900 09235.

Řešení fysikalní úlohy 15.

Podal *Jan Vančura*, žák VI. tř. r. na Malé Straně.

Hledaná délka kývadla měří $0{\cdot}1655^{m\cdot}$ a doba kyvu $2{\cdot}45049$ sekund.

(Tutéž úlohu řešil *Havlíček*, *Pytlík*, *Němec*, *Teige*, *Minařík*, *Kobrle, Prouza*, *Zvěřina* a *Vaněček*.)

Fysikalní úloha 16.

Snubní prsten zlatý váží ve vzduchu 300 gr. a ztrácí ve vodě ze své váhy 20 gr. Kolik gramů jest v něm ryzého zlata a kolik stříbra?

Věstník literarní.

S potěšením oznamujeme, že právě vyšlo *druhé vydání* velmi důležitého pomocného spisu mathematického

Sbírka úloh z algebry pro vyšší třídy škol středních.

jež sestavili prof. *Fr. Hromádko* a *Al. Strnad.*

V celku neliší se vydání toto valně od prvního, avšak vyniká nad ně předc a to v ohledu dvojím; jsouť tu úlohy každého odstavce číslovány pro sebe, čímž pro budoucnost usnadněno vyměňování jich i doplňování, anižby tratila ceny vydání starší, a pak připojeny tentokráte i výsledky, čímž objem knihy značně rozšířen, avšak i hodnota její nepoměrně zvýšena. Pro snadnější přehled měly se na každé stránce nahoře opakovati nadpisy jednotlivých odstavců, což při budoucím vydání nebudiž opomenuto. Abychom konečně knihu tuto odporučovali, bylo by zbytečno; jest jí školám našim nutně zapotřebí a vžila se zajisté již v prvním svém vydání dostatečně. Chceme tu jenom ještě poznamenati, že majíc stejnou úpravu vnější jako *algebra* referentova, II. vyd., jež mělo v mnohém ohledu vliv na jednotlivosti její, snadno se dá svázati v jednu knihu po celé trvání vyššího oddělení našich škol středních potřebnou. *Std.*