Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Alois Strnad

Drobné zprávy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 1, 36--39

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123496`

očekávali. V prvním okamžiku domníval jsem se, že příčinou zjevu toho jest nějaké nepatrné množství kysličníku měďnatého nebo nějaké měď obsahující soli, která se snad utvořila chemickým působením inkoustu na péro mosazné, kterým jsem inkoust na vodu přenášel. Než brzo jsem se přesvědčil, že domněnka tato jest lichá. Smíšenina nepatrného množství inkoustu a velikého množství vody (dostačí asi 10 kapek inkoustu na čtvrť litru vody) jest totiž ve světle odraženém krásně jasnozelená, ve světle procházejícím však růžověčervená. Překrásný tento zjev byl dostatečnou pohnutkou, abych kapalinu tuto ohledně její fluorescence zkoumal. Bohužel nemám dosud nutných k tomu prostředků. Pročež dovoluji si pozornost jiných obrátiti na tuto kapalinu, protože jí nenacházím nikde uvedenu mezi látkami fluoreskujícími, a přece jest krásně žluté světlo fluorescenční mnohem intensivnější než světlo fluorescenční roztoku chlorofylu v lihu nebo krychle ze skla uranového. Podotýkám jen, že, neobsahuje-li kapalina příliš mnoho inkoustu, propouští ještě vrstva její 2 *cm* tlustá mimo červenou, žlutou a sousední jistou zelenou část vidma slunečního také celou část fialovou, bezpochyby také paprsky ultračervené i ultrafialové, o čemž však dosud nemohl jsem nabyti jistoty.*)

Drobné zprávy.

A. Strnad,

professor v Hradci Králové.

Z nauky o číslech. Jmenujme číslo dané v libovolné soustavě *číslem symmetrickým*, jsou-li stejny každé dvě jeho číslice, z nichž jedna jest od levého kraje tak vzdálena jako druhá od pravého. Počet n-ciferných čísel symmetrických v soustavě základu x jest

*) Úkazy zde uvedené obdržíme rozpuštěním nepatrného množství *eosinu* ve vodě. Roedlův inkoust není bezpochyby než rozpuštěný ve vodě eosin; za několik krejcarů dostaneme množství eosinu, stačící na $^1/_2$-1 litr červeného inkoustu. Pozn. red.

$$(x-1)\,x^{\frac{n-2}{2}} \text{ aneb } (x-1)\,x^{\frac{n-1}{2}},$$

dle toho, je-li n sudé nebo liché. Počet všech čísel symmetrických obsažených mezi 1 a x^n jest $2(x^m-1)$ při $n=2m$ a $x^m+x^{m-1}-2$ při $n=2m-1$. Číslo

$$A=a_n x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1 x+a_0$$

slove *pseudosymmetrickým*, je-li a_k+a_{n-k} rovno buď stálé hodnotě p aneb rovno nulle; při lichém počtu míst jest mimo to zapotřebí, aby hodnota prostřední číslice byla buď $\frac{p}{2}$ aneb 0. Veličina p slove měřítko (échelle). Čísla 2514, 25014, 25314, 205104, 2050104, 2053104 jsou příkladem čísel pseudosymmetrických dle měřítka 6.

Buď A číslo libovolné, a číslo psané týmiž číslicemi v pořádku opačném. Každé n-ciferné číslo symmetrické jest tvaru $A+a$, kdež A jest též n-ciferné; u čísel lichého počtu míst musí při tom hodnota číslice prostřední býti sudá. Ku př. $46064=32041+14023$.

Je-li A číslo pseudosymmetrické n-ciferné o měřítku $x+1$, jest $A+a$ číslo symmetrické, jehož číslice jsou jen 0, 1, 2; toto číslo $A+a$ jest pak též tvaru $B+b$, kdež B jest $(n+1)$-ciferné. Příklad: $9652+2569=12221=11110+1111$.

(*Lemoine:* Association française pour l'avancement des sciences, Congrès de Blois 1884. Bulletin de la société mathématique de France, tome XII. p. 155.).

Pravděpodobnosť. Na přímce délky l zvoleny dva body; pravděpodobnosť, že vzdálenosť jich jest menší než a, jest $a(2l-a):l^2$.

Pravděpodobnosť, že n bodů na kružnici libovolně vytknutých neleží na téže straně průměru, jest $(2^{n-1}-n):2^{n-1}$.

(*Lemoine*, Congrès de Grenoble 1885).

Tutéž hodnotu má pravděpodobnosť, že lze sestaviti mnohoúhelník z n dílů, na které byla daná hůlka rozlomena.

Lze sázeti asi 17 proti 8, že trojúhelník daného obvodu jest spíše ostroúhlý než tupoúhlý. Lze sázeti nanejvýš 6 proti 1, že jedna strana trojúhelníka daného obvodu jest menší než určitý díl tohoto obvodu. Případ nejpříznivější nastává, je-li tento díl $\frac{2}{7}$.

(*Cesáro*, Nouvelles annales de mathématiques 1885, p. 448 a 556).

Z theorie rovnic. Jsou-li f a φ dvě celistvé funkce stupně n téže proměnné x, jest výraz

$$(f\varphi) = f\varphi^{(n)} - f'\varphi^{(n-1)} + f''\varphi^{(n-2)} - \dots \\ + (-1)^{n-1} f^{(n-1)}\varphi' + (-1)^n f^{(n)}\varphi$$

hodnoty stálé, od x neodvislé. O tom přesvědčíme se differencováním; jestiť derivace výrazu $(f\varphi)$ rovna nulle. Pozoruhodného tohoto vztahu užil *Halphen* k řešení rovnic 3. a 4. stupně a k vyvození některých vlastností, kteréž obyčejně na theorii kovariantů zakládány bývají. Nemohouce tuto celé elegantní pojednání sledovati, podáme na ukázku stanovení podmínky, při které rovnice 4. stupně má dvojnásobný kořen. Budiž

$$f = a_0x^4 + 4a_1x^3 + 6a_2x^2 + 4a_3x + a_4;$$

utvořme výrazy

$$\mathrm{I} = (ff) = 2ff^{\mathrm{IV}} - 2f'f''' + f''^2 = 48(a_0a_4 - 4a_1a_3 + 3a_2^2),$$
$$\varphi = 3f''^2 - 4ff^{\mathrm{IV}},$$
$$\mathrm{J} = (\varphi f) = 9f''^2 f^{\mathrm{IV}} - 12ff''f^{\mathrm{IV}} - 6f'f''f''' + 6ff'''^2 + 2f'''^3$$
$$= 2^7 . 3^3 (a_0a_3^2 - a_0a_2a_4 - 2a_1a_2a_3 + a_1^2a_4 + a_2^3).$$

Má-li rovnice $f = 0$ dvojnásobný kořen, jest tento též kořenem rovnice $f' = 0$, a jest pak

$$\mathrm{I} = f''^2, \; \mathrm{J} = 2f''^3, \; \mathrm{J}^2 - 4\mathrm{I}^3 = 0.$$

Rovnice poslední jest tedy podmínkou dvojnásobného kořene v rovnici $f = 0$. Je-li $\mathrm{J}^2 - 4\mathrm{I}^3 > 0$, má rovnice $f = 0$ dva kořeny realné a dva pomyslné; je-li $\mathrm{J}^2 - 4\mathrm{I}^3 < 0$ a zároveň $\varphi^{IV} > 0$, $I\varphi^{IV} - Jf^{IV} > 0$, jsou všechny 4 kořeny realné; není-li podmínkám vyhověno, jsou všechny 4 kořeny pomyslné.

(Nouv. annales de math. 1885, p. 17).

Křivky polárně reciproké a homologické. Mohou-li dvě křivky C, C', které jsou polárně reciprokými vzhledem k určité kuželosečce K, býti zároveň křivkami homologickými? Po analytické úvaze zodpověděl *d'Ocagne* otázku tuto v tom smyslu, že jediné křivky toho druhu jsou křivky 2. stupně, které se kuželosečky K dvojnásob dotýkají. Spojnice obou bodů dotyčných jest pak osou homologie a pol její vzhledem ku K jest středem homologie.

Totéž stvrdil syntheticky *Fouret*, ukázav zároveň, že dvě plochy, které současně jsou homologické a polárně reciproké, jsou dvě plochy 2. stupně, které se plochy základní podél kuželosečky dotýkají.

(Bulletin de la société mathématique de France; tome XIII. p. 204 a tome XIV. p. 18.)

Těžiště skupení bodového společného dvěma algebraickým křivkám v téže rovině jest totožné s těžištěm bodů, ve kterých se protínají asymptoty jedné křivky s asymptotami křivky druhé. Nemění-li se asymptoty, zůstává těžiště průsečíků obou křivek stálým, i kdyby křivky samy se měnily.

Zajímavou tuto větu dokázal *Sporer* a odvodil z ní velmi jednoduše některé vztahy dílem již dříve známé; ku př.: Těžiště bodů společných křivce algebraické a kružnici závisí pouze od středu kružnice a od asymptot křivky.

Opíšeme-li z libovolného bodu pravoúhlé hyperboly jakožto středu kružnici poloměrem rovným průměru hyperboly bodem tím procházejícímu, stanoví kružnice tato v hyperbole tři body, které jsou vrcholy rovnostranného trojúhelníka.

(Grunert-Hoppe, Archiv für Math. u. Physik. 1886. p. 84.)