

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Věstník literární

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 17 (1888), No. 3, 140--144

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123473>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1888

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## Věstník literární.

### A. Hlídka programů.

**Výroční zpráva c. k. vyšší reálné školy v Hradci Králové za školní rok 1886—87.**

*Úvod do theorie kvadratických transformací rovinných.* Se psal prof. A. Strnad.

Pan spisovatel vykládá v první části svého pojednání pojem transformace vůbec, zmiňuje se po několika historických poznámkách krátce o transformaci lineární a přechází potom k vlastnímu předmětu svého pojednání. Uvádí tu jakožto příklady *nesoumísných* transformací kvadratických způsobu, jež zavedli Steiner, Darboux a Reye, načež obrací se k transformacím *soumísným* vytykáje nejprve transformaci Transonovu a její souvislost se Steinerovou, potom transformaci Hirstovu a některé transformace *involuční*, o nichž pojednávali Poncelet, Reye, Schoute a Astor a všimá si z těchto transformací bedlivěji kvadratické inverse a v ní obsažené inverse kruhové; mimo to zavádí novou neinvoluční transformaci, obecnější než inverse kvadratická, již nazývá transformací pomocí čtyř bodů kuželosečky.

Ve druhé části pojednává nejprve o *bodech a přímkách základních* v soustavách nesoumísných, udává je v některých případech, jež v první části vyložil, odvozuje potom zákony transformace křivek a přechází k soustavám soumísným. Dokažuje tu existenci čtyř *samodružných* bodů ve případě obecném a pojednává potom o případech, v nichžto se vyskytuje *samodružná přímka* nebo *kuželosečka*. Krátkým výkladem o křivkách *anallagmatických* v soustavách involučních, několika poznámkami historickými a seznamem dokladů literárních jest článek ukončen.

Pojednání toto stává se cenným již volbou důležitého předmětu, o němž nebylo dosud u nás soustavně pojednáno. Mimo to vyniká jasným výkladem a přehledným látky uspořádáním, kteréž vlastnosti náleží k přednostem všech prací páne Strnadových.

Po stránce věcné jest nám poznamenati toto: Důkaz o existenci čtyř *samodružných* bodů v obecném případě kvadratické transformace (str. 20.), který autor (dle Cremony) uvádí, měl býti po našem soudě jinak upraven. Před větou: „*Křivky tyto (II) tvořice síť, mají 7 společných bodů, totiž mimo tři body základní ještě čtyři body další; tyto pak jsou body samodružné obou soustav,*“ z níž by se mohlo souditi, že křivky třetího řádu tvořící síť musí procházeti 7 body, mělo býti

vytčeno, že existují-li body samodružné, *všecky křivky II musí jimi procházeti*, poněvadž každý takový bod leží s bodem sdruženým na paprsku každého svazku  $p$ . Potom teprve bylo překročiti k důkazu, že dvě křivky II, příslušné k dvěma bodům  $p_1$  a  $p_2$ , protínají se ve třech bodech základních, dále ve dvou bodech sdružených s body, v nichž přímka  $p_1p_2$  protíná kuželosečku s ní sdruženou a konečně ve čtyřech bodech samodružných.

Tvrzení, že *vrtné družiny mohou se vyskytnouti jen při souměrných transformacích kvadratických* (str. 7. nahoře) bylo by opravití, neboť otočí-li se na př. jedna soustava při transformaci pomocí čtyř bodů kuželosečky kolem přímky, na níž jsou všechny vrtné družiny, o libovolný úhel, zůstanou obě soustavy kvadraticky příbuzné a ona přímka obsahuje i v této poloze nekonečné množství družin vrtných.

Konečně budiž vytčeno, že důkaz o existenci tří bodů základních v každé soustavě, kterého  $p$ . spisovatel po příkladu Cremonově užívá (str. 11. dole), rádi bychom viděli nahrazený důkazem hodnověrnějším.

Prof. Frant. Machovec.

## B. Recenze knih.

**Curso de analyse infinitesimal.** Por *F. Gomes Teixeira*, director da Academia Polytechnica do Porto, professor na mesma Academia, antigo professor na Universidade de Coimbra, socio correspondente da Academia Real das Sciencias de Lisboa, etc. (Calculo differencial) 8<sup>o</sup> Porto, Typographia occidental, 1887.

Portugalské literatuře dostalo se z pera jednoho z předních matematiků polouostrova pyrenejského důkladného a bohatého spisu, najmě co se aplikací týče, v kterémžto oboru nacházíme zde mnoho původního. Konečně i methodická stránka — jak se dalo očekávati, správně a jasně pojatá — našla tu jistých změn, které ceně spisu jsou na prospěch. Tak se nám líbí jednoduchý způsob, kterým autor v článku VI. v úvodu na str. 40. a násl. pojednal o nekonečných součinech, zvlášt ale důkaz t. zv. věty o střední hodnotě, jenž vede k větě Taylorově, kterouž autor sám v jistém smyslu zobecnil, a nový jednoduchý její důkaz podal, který je začátečníku nejprístupnějším.

Kniha obsahuje obšírný úvod rozpadající se na theorii veličin komplexních geometricky jasně vyloženou, na theorii řad a součinů a posléz zlomků řetězových, dále na theorii funkcí algebraických, exponencialných a logaritmických. Vlastní počet differencialný obsahuje pojem limity, spojitosti, nekonečně malých veličin a pojem derivace; vysvětluje methodu limit a methodu infinitesimalnou, při řešení problémů geometrických přechází pak

autor ke vzniku počtu infinitesimalního. Následující hlava obsahuje již důležité úvahy obecné, jako vztahy mezi funkcí a její proměnnou (věta o střední hodnotě), funkce komplexní proměnné, determinanty a jich derivace, a končí změnou neodvisle proměnné. Po té pak hlava III. zabývá se geometrickými aplikacemi v rovině a prostoru, hlava IV. pojednává o derivacích a diferenciálech vyšších stupňů, a končí řadou Taylorovou; v V. nacházíme rozvinování v řady funkcí algebraických, některých transcendentních, t. zv. funkcí nerozvinutých, interpolací, maxima a minima a tvary neurčité. Hlava VI. vrací se ku geometrii, načež hlava VII. obsahuje některé věty o funkcích definovaných nekonečnými řadami, vykládá zejména *Hankelův* princip kondensační a reprodukuje známý příklad *Weierstrassův* (o funkci postrádající derivace na všech místech bez rozdílu). Hlava osmá a poslední zároveň referuje o funkcích, které existují pouze v části roviny komplexní proměnné (podává příklad *Weierstrassův*), dále o výrazech, které v různých částech roviny představují různé funkce analytické (*Weierstrass*, Monatsberichte der k. Akademie zu Berlin, 1880; *Schröder*, Schömilchův časopis 1876; *Lerch*, Bulletin des Sciences mathématiques, t. X, 1886) a podává výtahy některých známých prací *Weierstrassových* a *Mittag-Lefflerových* zejména o rozvinutí v nekonečné součiny a řady zlomků parciálních; na str. 336—339 reprodukována zajímavá úvaha p. *E. Cesàro*, profesora na universitě v Palermě, která se vztahuje k jisté větě o realnosti kořenů rovnic transcendentních.

Dílo vrcholí v kapitole V. a VIII. Z oně podáváme tuto jednu úvahu, která vztahuje se k imposantnímu předmětu. Znamení, bohužel záhy zemřelý matematik berlínský *Eisenstein* podal bez důkazu následující větu:

„Je-li řada

$$(1) \quad a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

o racionálních koeficientech kořenem algebraické rovnice

$$F(x, y) = 0,$$

jejíž levá strana je celistvou funkcí proměnných  $x$  a  $y$  o celistvých koeficientech, je počet kmenných čísel obsažených ve jmenovateli zlomků  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_r, \dots$  na nejjednodušší tvar uvedených omezený.“

Tuto větu poprvé dokázal *Heine* (Handbuch der Kugelfunctionen); p. *Teixeira* podal jeden její důkaz v Hoppeově Archivu, druhý na str. 219. své knihy, dříve v Annales de l'Ecole Normale, 3<sup>a</sup> série, t. III. otištěný. Zní asi takto:

Budiž:

$$(2) \quad \sum_{a, b} A_{ab} x^a y^b = 0$$

algebraická rovnice, které má hověti funkce (1). Differencováním obdržíme

$$\sum_{a, b, k} A_{ab} \binom{n}{k} \frac{d^k(x^a)}{dx^k} \cdot \frac{d^{n-k}(y^b)}{dx^{n-k}} = 0.$$

Provedeme-li v levo naznačené operace a položíme-li  $x \simeq 0$ , obdržíme, značíc

$$\left( \frac{d^\alpha(y^b)}{dx^\alpha} \right)_{x=0} = (y^b)_0^{(\alpha)},$$

patrně následující rovnici:

$$\sum_{a, b} A_{ab} n(n-1) \dots (n-a+1) (y^b)_0^{(n-a)} = 0.$$

Stanovíme-li výraz  $(y^b)_0^{(n-k)}$  jakožto  $(n-k)$  tou derivací součiny  $y y y \dots y$ , obdržíme rovnici

$$\sum_{a, b, \alpha, \beta, \dots, \lambda} A_{ab} n(n-1) \dots (n-a+1) \frac{(n-a)! y_0^{(\alpha)} y_0^{(\beta)} \dots y_0^{(\lambda)}}{\alpha! \beta! \dots \lambda!} = 0$$

kde čísla  $\alpha, \beta, \dots, \lambda$  v počtu  $b$  probíhají hodnoty 0, 1, 2, 3, ... tak, aby platil vztah

$$\alpha + \beta + \dots + \lambda = n - a.$$

Na levé straně nejvyšší derivace  $y_0^{(\nu)}$  jest  $y_0^{(n)}$ , která přichází pouze v členech, kde  $a=0$ , a pak buď

$\alpha = n, \beta = \gamma = \dots = \lambda = 0$  aneb  $\alpha = \gamma = \dots = \lambda = 0, \beta = n$  atd., kterýchžto členů celkem  $b$  odpovídá témuž  $b$  a tedy bude

$$\frac{y_0^{(n)}}{n!} \cdot \sum_b b A_{0b} a_0^{b-1} + \sum_{a > 0, b, \alpha, \beta, \dots, \lambda} A_{ab} \frac{y_0^{(\alpha)}}{\alpha!} \frac{y_0^{(\beta)}}{\beta!} \dots \frac{y_0^{(\lambda)}}{\lambda!}.$$

K důkazu věty je dovoleno předpokládati  $a_0 = 0$ ; pak bude dle poslední rovnice, klademe-li  $a_\nu = \frac{y_0^{(\nu)}}{\nu!}$ , patrně

$$A_{01} \cdot a_n = - \sum_{a > 0, b, \alpha, \beta, \dots, \lambda} A_{ab} a_\alpha a_\beta \dots a_\lambda.$$

Je-li  $A_{01}$  od nuly různě (na kterýžto případ se v tomto referátě omezím), je patrně, že  $a_n$  neobsahuje ve jmenovateli jiných činitelů než jmenovatele zlomků  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}$  a číslo  $A_{01}$ . Z toho je věta patrná.

Poznamenejme, že v časopise Annales de l'Ecole Normale t. II., III., IV. vyvinul p. *Teixeira* větu mnohem obecnější: „Má-li řada (1) hověti algebraické rovnici {diferencialné

$$F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0,$$

jejíž koeficienty jsou čísla celistvá, musí počet vespolek různých kmenných činitelů jmenovatelů zlomků  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  býti omezený.“

Podotýkáje, že jazyk portugalský jest každému, kdo francouzsky rozumí, lehce přístupným, takže jsem dílo přítomné přečetl aniž jsem sám kdy měl portugalskou grammatiku v rukou, doporučuji tuto znamenitou práci všem, kdož z ní jsou odhodláni čerpati poučení a látku k specialným užitečným úvahám.

Docent M. Lerch.

### Cenná úloha.

Výbor *Jednoty Českých Matematiků* usnesl se na tom, aby vypsána byla *cena* pro žáky vyšších reálních škol za dokonalé řešení následující úlohy z *deskriptivní geometrie*:

a) Sestrojiti osu rotační plochy kuželové, jež dána jest jednou tečnou rovinou  $\tau$  a dvěma povrchovými přímkami A, B, jež leží mimo rovinu  $\tau$  protínajíce ji v bodě s.

b) Na základě promítání orthogonálního zobraziti rotační plochu kuželovou (její osu, jednu povrchovou kružnici a obrysy), která procházejíc přímkami  $A \equiv \overline{sa} [s (-6, 3, 0), a (5, 3, 6)]$ ,  $B \equiv \overline{sb} [s (-6, 3, 0), b (-2, 6, 6)]$  dotýká se průmětny první (jednotka měřítka = 1.5 cm).

Žádá se: ad a) rozbor;

ad b) úplné a přesné provedení konstruktivné s příslušným stručným výkladem.

Každému, kdo podá do konce března 1888 řešení celé úlohy, dostane se úplného výtisku (díl I.—III.) *Jarolímkovy Deskriptivní geometrie* ve vydání původním.

