Václav Skalický

Měření a odhady výšek a vzdáleností

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 66 (1937), No. 4, D180--D190

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123406

Měření a odhady výšek a vzdáleností.

Václav Skalický, Pardubice.

Úvod. *Výchovný a didaktický cýznam cvičení měřických a odhadových.* „Základním požadavkem správné výchovy jest, aby se veškeré vyučování opíralo o žákův zájem.“ Kladu úmyslně tuto větu poznámek k novým osnovám na první místo našich úvah. Připomeňme si dále, jak tytéž poznámky upozorňují na touhu mládeže po uplatnění vlastní činnosti a na fakt, že již sama vyhlídka na vlastní činnost povzbuzuje žákův zájem. Jest proto voliti po stránce metodické takové metody, jež v největší míře umožňují, aby se žák sám dopracoval poznatků, nebo aspoň sám poznatky školou mu podávané potvrzoval a ověřoval.

Na druhém místě připomeňme si známý výnos MŠO o branné výchově. Vypěstovati (mezi jiným) pozorovací schopnosti, prováděti cvičení v orientaci v terénu, využíti ve všech předmětech různých příležitostí k tomu, aby se žáci poučili o armádě, její činnosti a zařízeních, to vše jsou složky branné výchovy, jež jsou v souvislosti s cvičením, kterým se chceme v tomto článku zabývati.

Nikdo jistě nebude dnes popírati, že měřická cvičení v přírodě, orientace v terénu a odhady výšek a vzdáleností jsou cenným doplňkem matematického učiva. Pokusme se v stručnosti shrnouti všechny klady těchto cvičení.

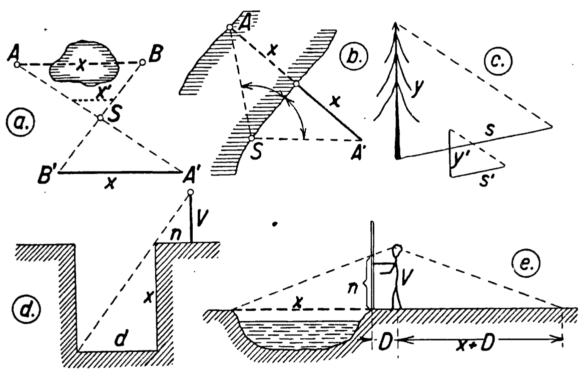
Je to v prvé řadě fakt, že tato cvičení vyhovují plně požadavku moderní vyučovací metody t. zv. činné (pracovní). Svým příklonem k praksi a odklonem od abstraktní matematiky, svou aktualisací vyučování podporují rozvoj důležitých složek výchovy a vyučování. Nově získanou dovedností posiluje se žákovo sebevědomí, zatím co cesta k ní je výchovou k svědomitosti v pozorování a výcvikem technické obratnosti. Cvičení může se konati při každé příležitosti: při turistice, vycházkách, pochodových cvičeních, ve fysikálním praktiku; může býti spojováno s fotografováním nebo kreslením (hotovení náčrtků). Matematická stránka cvičení je téměř vždy výborným prostředkem k oživení některých vět matematiky abstraktní a tím i k jejich trvalejšímu vštípení.

V turistice a výchově k brannosti jsou potřebné odhady vzdáleností k odhadu doby pochodu k (viditelném) cíli, k hotovení náčrtků situace, hlášení pozorovaných věcí a pod. Orientace v krajině částečně neznámé může být i při užívání mapy ulehčena znalostí metod odhadu. Máme na př. jisté pochybnosti o tom, zdali správně identifikujeme pozorované objekty s detaily mapy; v tom případě můžeme vhodným odhadem podpořiti své přesvědčení o správnosti, nebo svoje nesprávné přesvědčení správným odhadem korigovati.

V celku lze prohlásiti, že pěstování měřických a odhadových cvičení v terénu je zajímavé i užitečné jak škole, tak i úkolům praktického života, že může tedy přinésti zisk cíli i metodám výchovy a vyučování. Zaslouží si proto, aby mu byla věnována náležitá pozornost, zvláště pak v době, jež klade na každého z nás požadavek všestranné přípravy k obraně demokratického státu.

Metody planimetrické a trigonometrické.

Nejjednodušší úlohy, v našich učebnicích uváděné, dají se v podstatě všechny označiti jako aplikace souměrnosti (osové i středové) a podobnosti. Místo nějakého obrazce, v němž je měřená délka obsažena, vytyčíme obrazec shodný nebo podobný, a ten proměříme. Patří sem na př. změření šířky rybníku (obr. 1a;



Obr. 1.

středová souměrnost nebo podobnost), nebo řeky (1b; osová souměrnost). Dále, známé (Thaletovo) změření výšky (úměrnost velikosti předmětu a délky stínu v týž okamžik; obr. 1c) středová souměrnost nebo podobnost), nebo řeky (1b; osová souměrnost). Určení hloubky šachty se svislými stěnami, známe-li průměr šachty a výšku oka (obr. 1d; $x = Vd : n$). Z méně známých úloh tohoto druhu uveďme dva způsoby změření šířky řečiště (obr. 1e). Měřící postaví se na břeh řeky a podrží před sebou ve vztažené ruce svisle nějakou tyč (dolní konec její opře o zemi). Potom pozoruje, na který bod tyče se mu promítá protější břeh řečiště. Ze změřeného úseku n na svislé tyči, známé výšky oka (V), a délky vztažené ruky (D) plyne $x = nD : (V - n)$. Metodu tuto je možno obměniti tak, že osoba po zjištění bodu tyče, na který se druhý břeh promítá, udělá obrat o 90° (nebo 180°), podrží před sebou tyč, a zapamatovaný bod tyče promítne na vodorovný terén. Vzniklá vodorovná vzdálenost se může proměřiti.

Mezi složitější úlohy patří ty, jež užívají měřického stolu. Je to na př. zhotovení kostry plánu, t. j. souhrnu obrazů nejdůležitějších, nápadných, bodů terénu, do něhož se pak zakreslují podrobnosti interpolací. Postupuje se promítáním měřených bodů z koncových míst zvolené základny, jejíž obraz ve zvoleném měřítku do plánu vkreslíme nejdříve. Jak Lietzmann poznamenává, jedná se tu o užití bipolární soustavy souřadnic. Sestrojený plán je geometricky podobný s vodorovnou skutečnou situací. Jeho proměřením (u délek též užitím zvoleného měřítka) zjistíme skutečnou velikost všech prvků, jež si přejeme znáti.

Užitím úhloměrného přístroje[1]) otáčivého v rovině vodorovné můžeme určiti vzdálenost dvou nepřístupných bodů tak, že zaměřujeme na oba body z koncových bodů zvolené základny, a proměříme úhly mezi spojnicemi a základnou. Podle změřených úhlů narýsujeme zmenšený obraz situace, v němž pak můžeme přímo odměřiti zmenšenou délku hledanou. Zaměřením z jistého stanoviště na tři známé body, a změřením úhlů mezi směry zaměření, můžeme zjistiti polohu stanoviště. Úloha vede k užití geometrického místa vrcholů úhlů dané velikosti nad danou úsečkou. (Známá Snellova úloha, řešená bez trigonometrie.) Obě poslední úlohy doporučuje Lietzmann ve své známé metodice.

Na vyšším stupni poskytuje trigonometrie hojnost příležitosti k měření výšek a vzdáleností. Bývá též probírán základ teorie skutečného vyměřování triangulačního s popisem nejdůležitějších přístrojů. Sem náleží i trigonometrické řešení Snellovy úlohy, úloha Hansenova a jiné. Bylo by však chybou pokládati drahý a pro účely didaktické zbytečně složitý theodolit za nutnou podmínku. I nejjednodušší přístroj je vhodný; má právě pro svoji jednoduchost značnou výchovnou cenu. Může býti také snadno improvisován.

Uvedu v dalších kapitolách několik jiných možností měření a odhadů. Pokud je mi známo, nejsou v našich učebnicích nikde uváděny, ačkoli jsou poměrně jednoduché, a mají, podle mého mínění, dosti značnou výchovnou cenu. Některé z nich pak připravují lepší pochopení dálkových měření astronomických, a mohou býti i podkladem k studiu moderních metod mapovacích.

---

[1]) Podle Lietzmanna stačí i měřický stůl s položeným úhloměrem. Zaměřuje se podle zabodnutých špendlíků.

Měření s pomocí zorného úhlu.

Pro zjištění velikosti předmětu při známé vzdálenosti, či vzdálenosti při známé velikosti, je třeba znáti *zorný úhel* předmětu. Můžeme jej určiti buď v míře úhlové nebo *dílcové*. Dílec (dc), jednotka užívaná v dělostřelecké praksi, je definován jako 1:6400 úhlu plného. Je tedy 6400 dc = 360°, 1° = 160:9 dc. Zároveň je dílec velmi přibližně zorný úhel, v němž jest viděti ze vzdálenosti 1 km úsečku délky 1 m, je-li postavena kolmo k směru pozorování. Označíme-li přesnou hodnotu tohoto úhlu α_1, jest

$$\alpha_1 = \frac{180}{1000\pi} \doteq \frac{360^\circ}{6283}.$$

Naproti tomu jest 1 dc $= \dfrac{360^\circ}{6400}$. I jest poměr

$$\alpha_1 : 1\,\text{dc} = 6400 : 6283 = 1{,}019 : 1,$$

z čehož plynou rovnice

$$\alpha_1 \doteq 1{,}019\,\text{dc};\quad 1\,\text{dc} \doteq 0{,}982\alpha_1.$$

Poslední rovnice ukazuje, že dílec jest velmi přibližně zorný úhel, v němž spatřujeme ze vzdálenosti 1 km úsečku délky 0,982 m, postavenou kolmo ke směru pozorování.

Je-li zorný úhel předmětu a dc, velikost jeho y m, vzdálenost x km, pak platí rovnice

$$a \doteq \frac{y}{x}, \tag{1}$$

ze které je možno vypočítati podle okolností buď velikost nebo vzdálenost objektu. V jednoduchosti tohoto vztahu je důvod zavedení dílcového měření úhlů.

Jest užitečno míti v paměti některé pomůcky k odhadu úhlů:

a) Někdy poslouží okolnost, že zorný úhel průměru Slunce nebo Měsíce je $\frac{1}{2}^\circ \doteq 9$ dc.

b) Držíme-li ve vodorovně vztažené paži (tedy ve vzdálenosti $D \doteq 62$ cm) úsečku délky d, jest její zorný úhel v dílcích

$$a = \frac{3200d}{\pi D} \doteq 16{,}4d,$$

nebo přibližně

$$a \doteq \frac{d}{D} \,.\, 10^3 \doteq 16{,}1\,d. \tag{2}$$

Z předmětů, které mohou podobným způsobem posloužiti, hodí se ty, které míváme obyčejně po ruce; na př.: krabička sirek, rozměrů asi 5,5 cm, 3,7 cm, 1,6 cm, kryje ve vztažené paži asi 90, 61, 26 dc. Průměr hodinek (5,2 cm, tedy asi tolik jako nejdelší rozměr krabičky sirek): 85 dc. Tloušťka tužky (0,7 cm): $11\frac{1}{3}$ dc. Tloušťka palce (asi 2,5 cm): 40 dc $= \frac{1}{40}R$. Sevřená pěst přes kotníky (10,5 cm): 170 dc $\doteq \frac{1}{9}R$.

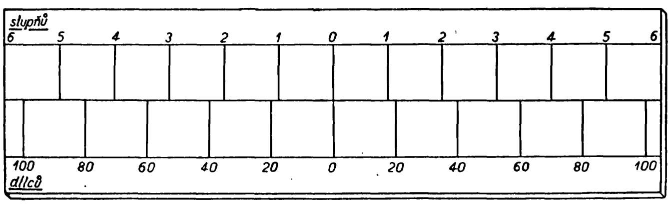
c) *Dílcové a stupňové měřítko úhlové* pro vztaženou paži. K přesnější práci zhotovíme si z tuhého papíru, nebo z průhledného celuloidu měřítko, jež nám, drženo jsouc ve vodorovně vztažené paži kolmo k jejímu směru, přímo ukáže úhel v dílcích nebo stupních. Podle rovnice (2) odpovídá úhlu 100 dc na takovém měřítku úsečka délky

$$d = \frac{\pi D}{32}\,\mathrm{cm} \doteq 6{,}09\,\mathrm{cm};$$

úhlu 1° úsečka

$$d' = \frac{\pi D}{180}\,\mathrm{cm} \doteq 1{,}08\,\mathrm{cm}.$$

Podle těchto údajů sestrojeno bylo měřítko znázorněné v obr. 2.



Obr. 2.

Při jeho užití podržíme je ve vztažené ruce a přímo pozorujeme s kolika dílci nebo stupni se kryje pozorovaný předmět.

Příklady: 1. Změřiti velikosti různých objektů známé vzdálenosti:

Objekt	Vzdálenost na speciálce	Vzdálenost skutečná	a	Rozměr
	mm	km		m
Výška střechy kostelní věže	19	1,42	$\frac{1}{2}° \doteq 9$ dc	12,8
Šířka lesíku	20	1,5	$2\frac{3}{4}° = 49$ dc	73,5
Délka tovární budovy	56	4,2	$\frac{2}{3}° = 11{,}8$ dc	50
Šířka rybníku	50	3,75	$4\frac{1}{2}° = 80$ dc	300

2. Změřiti vzdálenost pochodujícího člověka (za předpokladu střední výšky tělesné 1,65 m): $a = \frac{1}{2}° \doteq 9$ dc. Vzdálenost $\doteq$ 184 m.

3. Podržíme-li před sebou nepohnutě ve vztažené ruce svislé stéblo (sirku a pod., nebo též jen svisle vztyčený palec), a pozorujeme-li je střídavě pravým a levým okem, koná stéblo skoky na vzdáleném pozadí, jež kryjí z našeho obzoru úhel velikosti asi $5\frac{3}{4}° \doteq 100$ dc. Je to důsledek

(viz obr. 3) okolnosti, že vztažená paže má délku asi 10krát větší, než je vzdálenost očí. Známe-li absolutní velikost skoku, který stéblo koná na pozadí (na př. průčelí budovy), můžeme určiti vzdálenost pozadí (desateronásobek). Obráceně, ze známé vzdálenosti absolutní velikost skoku (desetina vzdálenosti). Je to známá, ve vojenských rukovětích uváděná *metoda* t. zv. *„šířková“*.

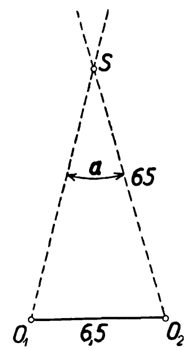
4. *Měřítko k určení vzdálenosti pochodujícího člověka* (1,65 m vysokého). Podržíme-li ve vztažené ruce centimetrové měřítko, kryje nám na něm průmět člověka vzdáleného x m délku y cm, při čemž platí

$$x : 1{,}65 = 62 : y,$$

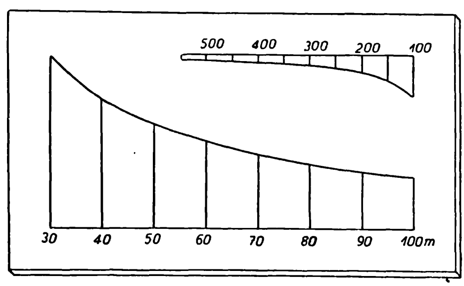
neboli

$$y = \frac{102{,}3}{x}.$$

Sestavme tabulku hodnot y pro různá x v mezích 30 m až 600 m, zároveň s příslušnými hodnotami zorného úhlu v dílcích.



Obr. 3.



Obr. 4.

x m	dc	y cm	x m	dc	y cm
30	55	3,4	100	16,5	1,02
40	40,5	2,5	200	8,25	0,51
50	33	2,055	300	5,5	0,34
60	27,5	1,7	400	4,05	0,25
70	23,5	1,45	500	3,3	0,205
80	20,5	1,27	600	2,75	0,17
90	18,3	1,14			
100	16,5	1,04			

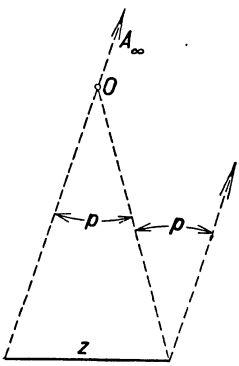
Na základě této tabulky může býti zhotoveno průsvitné (celuloidové) měřítko vzdálenosti pochodujícího člověka (obr. 4). Doporučuje se odděliti části 30—100 m od části 100—600 m.

5. Dílcové a stupňové měřítko může býti nahrazeno pouhým centimetrovým měřítkem. Takovým způsobem můžeme změřiti na př. výšku stromu, jehož pata je přístupna. Vzdálenost stromu změříme na kroky (y = 193 kroky); krok náš má délku asi 80 cm; jest proto y = 154,4 m. Průmět stromu kryje 5,5 cm měřítka. Výška stromu dána jest úměrou

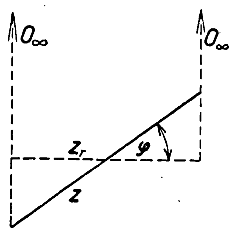
x: 154,4 = 5,5 : 62, z čehož x = 13,7 m. Kontrola metodou délky stínu (21 krok, stín osoby 1,65 m vysoké = 2,5 kroku) dává $x \doteq 14$ m.

6. Výška triangulačního jehlanu vzdáleného 750 m (odměřeno ze speciálky) kryje 5 mm měřítka. x : 750 = 0,5 : 62, $x \doteq 6$ m.

Měření s pomocí paralaxy. Pozorujeme-li nějaký předmět postupně ze dvou koncových bodů nějaké (přímé) *základny*, promítá se nám z obou bodů do různých míst vzdálenějšího pozadí. Zdánlivé posunutí pozorovaného bodu vzhledem k vzdálenému pozadí zřejmě souvisí se zorným úhlem, v němž spatřujeme zvolenou základnu z měřeného bodu (obr. 5). Úhel ten nazýváme, jak je ostatně známo, *paralaxou* p bodu O vzhledem k základně z.



Obr. 5.



Obr. 6.

Základnu z volíme zpravidla (přibližně) kolmo ke směru spojnice měřeného bodu s jejím středem (předpokládáme-li objekty dosti vzdálené, s nejvýš několikastupňovou paralaxou, můžeme místo toho říci: kolmo k spojnici měřeného bodu s jedním koncovým bodem základny). Není-li možno zvoliti základnu v této poloze, zvolíme jinou, odchýlenou od normální o úhel φ. Tuto základnu však můžeme nahraditi jinou, t. zv. redukovanou $z_r = \cos \varphi$ (obr. 6).

Tabulka redukce základny:

$\varphi°$	φ dc	z_r:z
0	0	1
5	89	0,996
10	178	0,985
15	267	0,966
20	356	0,940
25	444	0,906
30	534	0,866
35	622	0,819
40	712	0,766
45	800	0,707
50	889	0,643
55	978	0,574
60	1067	0,500

Z tabulky plyne, že až do 10° můžeme vliv odchylky základny od normální polohy téměř úplně zanedbati. Pro hrubé účely je možno užívati též tabulky zjednodušené:

φ	0°	25°	38°	45°	52°	60°
z_r/z	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5

Odchylku základny odměříme na př. způsobem uvedeným v oddíle o zorném úhlu, odst. b). (Nejdelší rozměr krabičky sirek zakrývá asi 5°, pěst přes kotníky asi 10° a pod.). Pravý úhel vytyčíme na př. pomocí vodorovně držené knížky. Ježto se menší úhly měří pohodlněji a přesněji, odštěpíme od většího úhlu 90°, nebo změříme jeho doplněk a pod.

Je-li paralaxa měřeného bodu vzhledem k normální (nebo redukované jiné) základně z rovna p, je vzdálenost předmětu $x = \dfrac{z}{\sin p}$, nebo, pro malé paralaxy $x \doteq \dfrac{z}{\operatorname{arc} p}$.

Změření paralaxy provádíme tak, že z jednoho konce základny pozorujeme, na který bod vzdáleného pozadí (hor na obzoru a pod.) se promítá měřený bod. Potom přejdeme do druhého konce základny a na měřítku (oddíl o zorném úhlu, odst. c) drženém ve vztažené paži zjistíme, jaká jeho část se nám kryje se zdánlivým posunutím měřeného bodu vzhledem k pozadí. Je-li měřítko děleno v stupně, zjistíme tak přímo velikost paralaxy. Užijeme-li místo stupňového měřítka centimetrového, musíme zjištěnou délku přepočísti na stupně, při čemž užíváme toho, že n cm měřítka kryje nám úhel α hovící rovnici:

$$\frac{\pi\alpha}{180} = \frac{n}{62},$$

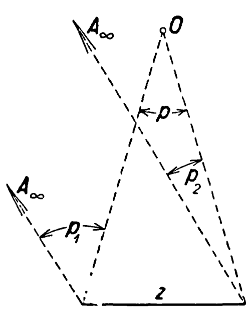
z čehož

$$\alpha = \frac{180n}{62\pi} \doteq 0{,}925\,n.$$

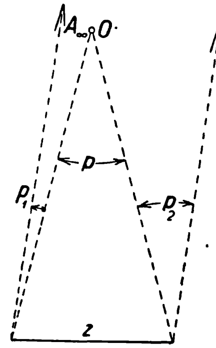
1 cm měřítka kryje tedy asi $0{,}925° \doteq 55\tfrac{1}{2}'$.

Jedná-li se nám jen o vzdálenost objektu, není ostatně nutno znáti paralaxu. Vzdálenost x jest podle předchozího

$$x = \frac{62z}{n}. \tag{3}$$



Obr. 7.

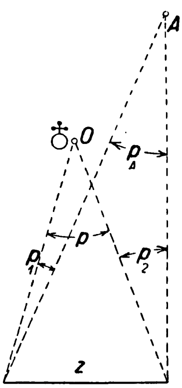


Obr. 8.

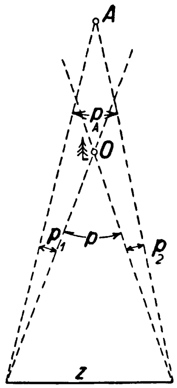
Nepromítá-li se objekt na nápadný bod pozadí, je lépe zvoliti na pozadí nějaký nápadnější *bod vztažný*, a změřiti v obou koncových bodech základny měřítkem zdánlivé odchylky n_1 a n_2 mezi objektem a bodem vztažným. (Obr. 7 a 8.) Jelikož o paralaxách a úhlech zorných platí $p = p_1 \pm p_2$ (znaménko závisí na tom, padne-li při obou pozorováních objekt na různé strany vztažného bodu, nebo na touž stranu), platí totéž o odchylkách změřených na měřítku $n = n_1 \pm n_2$. Pomocí n takto vypočteného určíme vzdálenost jako v případě předešlém.

Není-li mezi měřením v obou koncových bodech základny velká časová diference, může se použíti za vztažný bod stálice, nebo jiného nebeského objektu, nebo též charakteristického útvaru oblakového při obzoru.

Není-li možno zvoliti vztažný bod v nekonečnu (ve veliké vzdálenosti), zvolíme jiný nápadný bod, co možno nejvzdálenější. Vztahujeme-li pak měření paralaxy k němu, nebude již možno zjistiti správnou vzdálenost x z rovnice (3), neboť „paralaxa“ vzhledem k vztažnému bodu v konečné vzdálenosti ležícímu je jen relativní; bod vztažný sám má jistou paralaxu p_A. Jak vyplývá z obr. 9 a 10 elementárním důkazem, je $p = p_1 + p_2 + p_A$. Je proto nutno nalezenou relativní paralaxu vzhledem k bodu A opraviti připočtením paralaxy tohoto bodu. Tím bychom však byli zdánlivě v koncích, neboť stojíme před úkolem určiti paralaxu p_A. Bylo však již řečeno, že za vztažné body volíme vždy nápadné body (t. zv. orientační): osamělé stromy, vrcholy hor, triangulační věže, kostely a pod. Jsme-li seznámeni s terénem a situací, můžeme ze speciálky odměřiti vzdálenost bodu A (d_A) a její pomocí určiti paralaxu (v míře obloukové) $p_A = z : d_A$. Dále jest



Obr. 9.



Obr. 10.

$$x = \frac{z}{p_1 \pm p_2 + p_A},$$

$$\frac{1}{x} = \frac{p_1 \pm p_2}{z} + \frac{p_A}{z} = \frac{1}{x'} + \frac{1}{d_A},$$

a tedy

$$x = \frac{x' d_A}{x' + d_A}. \tag{4}$$

V posledních rovnicích značí x' vzdálenost určenou bez ohledu na to, že vztažný bod není v nekonečnu; x je vzdálenost opravená vzhledem k této okolnosti. Jest tedy postup početní takový: Určíme $n = n_1 \pm n_2$, vypočteme x' podle (3) a x podle (4).

Příklady: 1. Změřiti vzdálenost lesního výběžku užitím paralaxy vzhledem k večernici: $z = 2$ kroky, $n = 1{,}2$ cm. $x = z : \text{arc}\, p = 62z : 1{,}2 \doteq$ $\doteq 100$ kroků (situace obr. 5).

2. Případ obdobný; paralaxa vzhledem k vzdálené, viditelné samotě ($d_A = 2{,}85$ km $= 3800$ kroků): $z = 7$ kroků, $n = 2{,}4$ cm. $x' = 62z : 2{,}4 = 181$ krok; $x = 173$ kroky.

3. Změřiti vzdálenost kostelíka. Vztažný bod: triangulační věž ($d_A = 2{,}185$ km). $z = 20$ kroků, $n = 2$ cm. $x' = 62z : 2 = 620$ kroků $= 465$ m; $x \doteq 385$ m.

4. Případ obdobný ($d_A = 3{,}38$ km). $z = 15$ m, $n_1 = 2$ cm, $n_2 = 0{,}4$ cm; $n = n_1 - n_2 = 1{,}6$ cm. $x' = 62z : 1{,}6 = 581$ m; $x \doteq 496$ m (situace obr. 9).

5. Vzdálenost osamělého stromu ($d_A = 6{,}37$ km). $z = 30$ kroků $= 22{,}5$ m, $n_1 = 3{,}3$ cm, $n_2 = 2{,}1$ cm; $n = n_1 + n_2 = 5{,}4$ cm. $x' = 62z : 5{,}4 = 258$ m; $x \doteq 248$ m (situace obr. 10).

6. Redukce základny. Změřiti vzdálenost vrcholu hory. Vztažný bod: vrchol jiné hory ($d_A = 20$ km): $z = 34$ m, $\varphi = 25°$. Redukovaná základna $z_r = 0{,}9z \doteq 30$ m, $n = 0{,}6$ cm. $x' = 62z_r : 0{,}6 \doteq 3100$ m; $x \doteq 2680$ m.

Proměřování fotografií. Užití měřítka drženého ve vztažené paži může býti nahrazeno fotografií.

a) Fotografujeme-li nějaký předmět dosti vzdálený (strom, věž a pod.) objektivem s ohniskovou dálkou f, jest jeho obraz v ohniskové rovině objektivu, velikost obrazu jest pak $y' = f \operatorname{tg} \alpha$, kdež α je zorný úhel fotografovaného předmětu. Pro ten však platí $\operatorname{tg} \alpha = y : x$. Jest proto

$$\frac{y}{x} = \frac{y'}{f}, \tag{5}$$

z kteréhož vztahu jest možno vypočísti buď y nebo x.

Příklad: Výška stromu vzdáleného $x = 43{,}5$ cm (pata přístupna. $y' = 4{,}1$ cm, $f = 10{,}5$ cm, $y \doteq 17$ m.

b) Daleko zajímavější jsou stereoskopická měření užívající paralaxy. Fotografujme předmět ze dvou míst, koncových bodů *stereoskopické základny* z. Oba snímky budou se lišiti, a to značněji, je-li základna delší, a jsou-li na snímcích předměty dosti blízké. Nazveme *stereoskopickou paralaxou* určitého předmětu délku Δ, o kterou se jeho obraz na obou fotografiích jeví posunut (ve vodorovném směru) vůči nekonečně vzdálenému pozadí. Úhlová paralaxa (v míře obloukové) fotografovaného předmětu $p = z : x$ je zřejmě rovna též $\Delta : f$. Je tedy vzdálenost předmětu

$$x = \frac{zf}{\Delta}. \tag{6}$$

Není-li na fotografiích možno zjistiti paralaxu vůči nekonečně vzdálenému pozadí, určíme stejným způsobem relativní paralaxu vzhledem k vztažnému bodu A, v konečnu ležícímu, avšak vzdálenějšímu než měřený objekt. Vzorec (6) platí pak tím přesněji, čím dále je bod A. Známe-li jeho vzdálenost (d_A), můžeme vypočítati hodnotu opravenou, analogicky k rovnici (4) oddílu o paralaxe:

$$x = \frac{x' d_A}{x' + d_A} = \frac{zf d_A}{zf + d_A \Delta}. \qquad (7)$$

x' v této rovnici je vzdálenost vypočtená podle vzorce (6), tedy bez ohledu na okolnost, že vztažný bod je v konečnu.

Příklad: Vzdálenost kostela. Vztažný bod: vrchol hory (d_A = 3,45 km). f = 10,5 cm, z = 15 m. Δ = 0,2 cm. x' = 10,5z : 0,2 = 788 m. $x \doteq$ 640 m.

Obě fotografie, pořízené z koncových bodů základny, jeví při pozorování ve stereoskopu efekt stereoskopický. Ježto normální plastické zření má svůj původ v tom, že obrázky v obou očích jsou odlišné následkem 6.5-centimetrové vzdálenosti obou očí, bude plastičnost naší dvojice, pořízené ze základny větší, přehnaná. Dá se ukázati, že obrázky předmětů, pořízené ze základny mající délku 6,5 n cm, a pozorované normální oční dvojicí, jeví plastičnost takovou, jaká odpovídá předmětům n-krát bližším. Poněvadž pak úhlová velikost zůstává zachována, objeví se při pozorování těchto obrázků obyčejným stereoskopem zajímavý úkaz. Předměty zdají se n-krát zmenšeny, obrázky budí zdání miniaturního modelu krajiny. Zatím co plastické zření normální oční dvojice končí se ve vzdálenosti asi 450 m, bude mez plastického rozlišování jmenovaných obrázků n-krát vzdálenější. Objeví se tedy, na př. i vzdálenější detaily zvlněného terénu plasticky.

Stereoskopická měření vzdáleností jsou vhodnou příležitostí k tomu, abychom poučili žáky poněkud o dálkoměrech a moderních způsobech mapování. To vše zasahuje však již do jiné oblasti, a nebudiž proto na tomto místě podrobněji rozváděno.

Školní pokusy o dynamice letu.

František Boček, Praha.

(Poznámky k souboru přístrojů Fysmy.)

Podal-li jsem svého času na tomto místě stručný nástin pokusů pro vysvětlení podstaty letu; stalo se tak z části na podkladě zkušeností, jež jsem získal improvisací příslušných pomůcek. Do té chvíle totiž neexistovaly výrobky původu tuzemského. — Proto považuji objevení se přístrojů Fysmy za čin velmi chvályhodný, který přichází včas, neboť cizina nás (s výjimkou Francouzů, kteří začínají o této věci referovati) hodně předběhla. Solidnost a velmi levná cena proti výrobkům cizím bude jistě rozšíření souboru prospívati.

Proberu nyní po řadě jednotlivé části kolekce, a při tom vyložím pokusy a měření, která lze s nimi konati.