Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Vavřinec Jelínek
O komoli jehlanu

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 25 (1896), No. 2, 151--153

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123318

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1896

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Ze součtu těchto rovnic vychází

$$c = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}},$$

kteroužto přímku snadno sestrojíme, změníce výraz pro ni na

$$c = \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}.$$

Konečně shledáme, že mezikruží m, omezené kružnicemi o poloměrech a a c

$$m = \left(a^2 - \frac{a^2 + b^2}{2}\right)\pi = \frac{1}{2}(a^2 - b^2)\pi,$$

jest polovicí mezikruží omezeného kružnicemi o poloměrech a a b.

O komoli jehlanu.

Podává

Vavřinec Jelínek,

professor v Novém Městě u Vídně.

Komoli trojbokého jehlanu o rovnoběžných půdicích

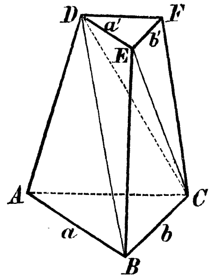
$$P = ABC, \quad p = DEF$$

a výšce v rozložme dle obr. 1. na jehlany

$$ABCD = \frac{v}{3} . P,$$
$$BCDE = x,$$
$$DEFC = \frac{v}{3} . p.$$

Dáme-li vrcholy prvních dvou jehlanů do C, budou se míti jejich půdice $ABD : BDE = a : a'$, tedy také

$$\frac{v}{3} P : x = a : a'. \tag{1}$$



Obr. 1.

Dáme-li pak vrcholy posledních dvou jehlanů do D, budou jejich půdice tvořiti úměru $BCE : CEF = b : b' = a : a'$, tedy zase

(2) $$x : \frac{v}{3} p = a : a'.$$

Z úměr (1) a (2) vychází

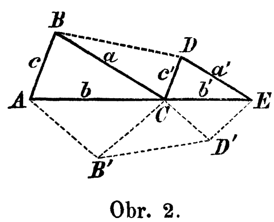
$$\frac{v}{3} P : x = x : \frac{v}{3} p,$$

tedy

$$x = \frac{v}{3} \sqrt{Pp}$$

a konečně známý vzorec pro krychlový obsah K této komole

$$K = \frac{v}{3} (P + p + \sqrt{Pp}).$$



Obr. 2.

Podané tuto odvození odporučuje se svou názorností, která zvýší se ještě, proměníme-li daný komolý jehlan v jehlan úplný o rovné výšce, sečtouce podstavy $P + \sqrt{Pp} + p$ jeho dílců v souvislou plochu dle obr. 2.

Jsou-li půdice $P = ABC$ a $p = CDE$ tak sestaveny, že stejnolehlé jejich strany $AC = b$, $CE = b'$ tvoří přímku

$$b + b' = AE,$$

jest plocha

$$ABDE = P + p + \sqrt{Pp}.$$

Shledáváme totiž, že v lichoběžníku $ABCD$ se mají plochy $P : BCD = c : c'$ a v lichoběžníku $BCED$ plochy $BCD : p = a : a'$, a ježto $\triangle ABC \sim \triangle CDE$, jest $a : a' = c : c'$, následuje

$$P : BCD = BCD : p,$$

tedy

$$BCD = \sqrt{Pp}.$$

Je-li $ABCB' = P'$ a $CDED' = p'$, patrno, že také

$$ABDED'B' = P' + p' + \sqrt{P'p'}.$$

Úlohy.

Úloha 30.

Jak se dokáže co nejjednodušeji, že

$$\sum_{h=0}^{k} k_h \, n_{h+1} = (n+k)_{k+1} \quad ,$$

značí-li k_h, n_{h+1}, $(n+k)_{k+1}$ binomické koeficienty.

Prof. dr. *F. J. Studnička.*

Úloha 31.

Je-li x průměr veličin a, b,
y „ „ a, x,
z „ „ b, x,
u „ „ x, y,

jest $x = u$. Dokázati o průměru arithmetickém, geometrickém i harmonickém.

Prof. *A. Strnad.*