Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Antonín Pleskot

O stanovení pláště kužele rotačního šikmo sříznutého

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 33 (1904), No. 2, 213--215

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/123293`

$$\overline{DO} = \frac{x_1 + x_2}{2} - x_2 = \frac{x_1 - x_2}{2}.$$

Značí-li nyní v témž obrazci p rozdíl úseků $x_1 - x_2$, pak jest

$$\overline{DO} = \frac{p}{2}$$

a

$$\operatorname{ctg} 2\varphi = \frac{p}{2\sqrt{q}},$$

jakž z obrazce přímo patrno; z téhož obrazce plyne

$$x_1 = \sqrt{q} \operatorname{ctg} \varphi,$$
$$x_2 = \sqrt{q} \operatorname{tg} \varphi.$$

Druhý kořen $-x_2$ jest tedy roven

$$-x_2 = -\sqrt{q} \operatorname{tg} \varphi,$$

čímž i v tomto případě rovnice okamžitě řešena.

Této geometrické methody možno i snadno užíti ku grafickému řešení rovnic kvadratických.

O stanovení pláště kužele rotačního šikmo sříznutého.

Napsal

Dr. **Antonín Pleskot,**

professor v Plzni.

V posledním čísle předešlého ročníku tohoto Časopisu v článku o stanovení povrchu šikmo sříznutého rotačního kužele byl v poznámce redakční stanoven velmi jednoduchý vzorec pro plášť.

Myslím, že nebude od místa, vyvineme-li tentýž vzorec úvahou naprosto jinou a velmi jednoduchou.

Nechť jsou $\overline{va} = m$, $\overline{vb} = n$ nejkratší a nejdelší strany sříznutého kužele.

Odchylka stran od základny budiž α.

Krychlový obsah sříznutého kužele rovná se jeho povrchu násobenému třetinou poloměru r koule vepsané v kužel.

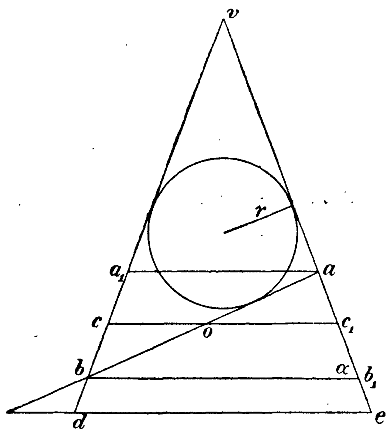
Označíme-li plášť kužele p, plochu řezu Z, výšku sříznutého kužele v, tu platí

$$\frac{Zr}{3}+\frac{pr}{3}=\frac{Zv}{3}$$

čili

$$p=Z\left(\frac{v}{r}-1\right). \tag{1}$$

Poměr $\frac{v}{r}$ lze však snadno určiti.



Označíme-li délku hlavní osy elliptického řezu, t. j. délku

$$\overline{ab}=2a,$$

pak můžeme plochu trojúhelníka abv vyjádřiti dvojím způsobem: buď součinem av aneb polovičním součinem obvodu a poloměru r kružnice v trojúhelník vepsané.

Tím máme rovnici

$$av=\frac{m+n+2a}{2}r,$$

z níž plyne

$$\frac{v}{r}=\frac{m+n+2a}{2a}=\frac{m+n}{2a}+1,$$

t. j.

$$\frac{v}{r} - 1 = \frac{m+n}{2a}.$$

Dosadíme-li hodnotu tuto do rovnice (1), nabudeme vzorce

$$p = Z\frac{m+n}{2a}.$$

Označíme-li malou poloosu elliptického řezu b, jest

$$Z = \pi ab,$$

a tedy

(2) $$p = \pi b \frac{m+n}{2}.$$

Poloosu b snadno určíme.

Vedeme-li bodem a, bodem b a středem o úsečky $\overline{ab}$ rovnoběžky se základnou $\overline{de}$ osového řezu nesříznutého kužele, protnou tyto ramena osového řezu v bodech a_1, b_1, c a c_1.

Jest pak

$$\overline{co} = \frac{a_1 a}{2} = m \cos\alpha,$$

$$\overline{oc_1} = \frac{bb_1}{2} = n \cos\alpha.$$

Poloosa b jest pak výškou v pravoúhlém trojúhelníku, jehož úsečky na přeponě jsou $\overline{co}$ a $\overline{oc_1}$, t. j.

$$b = \cos\alpha\sqrt{mn}.$$

Dosadíme-li tuto hodnotu do rovnice (2) obdržíme výslední vzorec

$$p = \pi\frac{m+n}{2}\sqrt{mn}\cos\alpha.$$

Užitím koule vepsané mohli bychom počítati i plášť kužele sříznutého v parabole. Příslušné výpočty shodovaly by se s výpočty, jež v čísle prvém letošního ročníku v článku prof. Hübnera byly vyvinuty, pročež od řešení tohoto upouštíme.
