Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Václav Jeřábek

Poznámka o křivkách rovinných

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 18 (1889), No. 5, 245--246

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123072

Zde lze k stanovení bodu V výhodně užiti bodu R_∞^*, totiž rovnoběžky bodem D se směrem P_∞, čímž vznikne bod K_*, a rovnoběžka tím bodem s tečnou DH určí bod V. Též lze užiti k témuž cíli bodu C.

Poznamenání. V odstavci 13. obsažen jest jednoduchý prostředek k stanovení *osy paraboly*. Jedná se tu patrně o sestrojení tečné bodem úběžným P_∞, jehož směr jest kolmý k AB_∞. Spustíme-li z bodu D (obr. 12.) kolmici na AO, vznikne bod K_*, a rovnoběžka tímto bodem s DH určí bod V, jímž prochází osa. Vrchol N paraboly půlí délku XX′.

Dle odstavce 12. lze vyšetřiti průsečíky T, T_* přímky s parabolou, najdeme-li k ní příslušný pol P.

Dle odstavce 13. najde se průsečík T průměru s parabolou stanovením polu P_∞.

Obrazec 11. obsahuje též sestrojení průsečíků T′, T'_* přímky OH_* s parabolou.

V Přerově, 1886.

Poznámka o křivkách rovinných.

Z dopisu, který redaktoru těchto listů zaslal prof. **V. Jeřábek** v Brně.

Ve výroční zprávě městské střední školy v Praze za školní rok 1888 Vámi podaný jednoduchý a pěkný vzorec pro součet pravoúhlých průmětů průvodiče a normály na ose polárné přivedl mne k tomu, že týž vzorec plyne z polárné rovnice normály, jakož i, že podobně analogické vzorce jiné obdržeti lze.

V polárné soustavě dána buď křivka a na této bod $M(\varrho_1, \omega_1)$; tečna příslušná protínej osy X, Y v bodech N, P. Rovnice tečny té jest

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_1}\cos(\omega - \omega_1) + \left(\frac{1}{\varrho_1}\right)'\sin(\omega - \omega_1),$$

kdež položeno

$$d\left(\frac{1}{\varrho_1}\right) = \left(\frac{1}{\varrho_1}\right)' d\omega\,.$$

Klademe-li $\omega = 0$, a vynecháme-li pak přípony při souřadnicích ϱ_1, ω_1, obdržíme

$$\frac{1}{\varrho_0} = \frac{\cos\omega}{\varrho} + \frac{\varrho'\sin\omega}{\varrho^2} = \frac{\varrho\cos\omega\, d\omega + \sin\omega\, d\varrho}{\varrho^2\, d\omega}$$

čili

$$(1) \qquad \varrho_0 = \mathrm{ON} = \frac{\varrho^2\, d\omega}{d\,(\varrho\sin\omega)}\,.$$

Pro $\omega = \frac{\pi}{2}$ lze obdržeti podobně

$$(2) \qquad \varrho_{\frac{\pi}{2}} = \mathrm{OP} = -\,\frac{\varrho^2\, d\omega}{d\,(\varrho\cos\omega)}\,.$$

Normála křivky v bodě M, protínající osy v bodech N′, P′, má rovnici

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_1}\cos(\omega - \omega_1) + \frac{1}{\varrho_1'}\sin(\omega - \omega_1)\,.$$

Pro $\omega = 0$ obdržíme vzorec Vámi vyvozený

$$(3) \qquad \varrho_0 = \mathrm{ON'} = \frac{\varrho d\varrho}{d\,(\varrho\cos\omega)}\,.$$

a pro $\omega = \frac{\pi}{2}$

$$(4) \qquad \varrho_{\frac{\pi}{2}} = \mathrm{OP'} = \frac{\varrho d\varrho}{d\,(\varrho\sin\omega)}\,.$$

Vzorců těch lze v některých případech použiti k jednoduchému sestrojení tečny nebo normály křivky.

Na př. pro cissoidu

$$\varrho = \frac{a\sin^2\omega}{\cos\omega}$$

lze užiti vzorce (1). Vyvineme-li napřed

$$d\,(\varrho\sin\omega) = d\,\frac{a\sin^3\omega}{\cos\omega} = \frac{a\sin^2\omega\,(1 + 2\cos^2\omega)}{\cos^2\omega}\,,$$

jest dle vzorce onoho

$$\mathrm{ON} = \frac{a\sin^2\omega}{1 + 2\cos^2\omega}\,;$$

odtud plyne snadná konstrukce tečny ku cissoidě.

K témuž účelu poslouží též vzorec (2), z něhož plyne

$$\mathrm{OP} = -\,\frac{a}{2}\,tg^3\omega\,.$$