

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Josef A. Theurer

O elektrických oscillacích

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 19 (1890), No. 5, 229--249

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122878>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1890

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Konečně budiž ještě poznamenáno, že jako všechny mocniny čísla e^*), též nejspíše i všechny celistvé mocniny čísla π^{**}) jsou čísla *transcendentní*, ***) nevyhovující algebraické rovnici stupně n -tého s koeficienty racionálními, kdež n jest konečné.

O elektrických oscillacích.

Napsal

Dr. Jos. A. Theurer v Praze.

Hlavní podstatou Faraday-Maxwellovy nauky o elektřině jest — oproti teoriím starším — přenesení sídla elektrických úkazů z vodičů do izolatorů. Theoretický i praktický úspěch, který vzešel celé nauce o elektřině z theorie této, jež hledí na všechny úkazy se stanoviska, dřívějšímu tak protivného, jakož i všeobecné již přijetí, jehož se jí dostalo, dokazují, že zásluhou její theorie elektřiny pokročila o značný krok v před a nevyšla-li ještě pravdu samu, stanula jí přece již na blízku.

Značný vliv dielektrika na úkazy *elektřiny statické* byl velmi mocnou podporou theorie Faradayovy; za to však v oboru *elektřiny dynamické* dosud nepodařilo se vliv dielektrika ukázati; tak na př. nastávají úkazy indukce dle udání téměř všech pozorovatelů v tomže okamžiku, ať šíří se elektrický rozruch od vodiče primárního k sekundárnímu dielektrikem jakýmkoli. Ke studiu otázky, jakou funkci má dielektrikum při elektřině dynamické se nehodí, jak z jednoduché úvahy plyne, proudy stálé, aneb pomalu se měnící, neboť při těchto stav dielektrika se nemění aneb jen mění v míře velmi nepatrné. Z té příčiny obrácen zřetel ke proudům *rychle* se měnícím, hlavně však ke proudům *alternujícím*, jež uvéstí musí dielektrikum ve stav rychle po sobě jdoucích opáčných polarisací. Takovéto velmi

*) Viz *Ch. Hermite* „Sur la fonction exponentielle“ C. R. LXXVII 1878, a *F. J. Studnička* „Všeobecné tvrzení algebraické“ 1880, pag. 236.

***) Viz *Lindemann* „Über die Zahl π .“ Klein, *Annal.* XX pag. 213., porovnej článek „O kvadratuře kruhu“ v *Čas. tomto*, r. XIII. pag. 276.

****) Viz *P. G. Lejeune-Dirichlet* „Vorlesungen über Zahlentheorie“ 1879 pag. 452 et seqq.

rychle po sobě jdoucí, protivnými směry se dějící pohyby elektřiny nazvány byly analogicky s mechanikou *elektrickými oscilacemi*; protože pak oscillace ty při prácech doby nejnovější mají veledůležitý význam, uvedeme stručně jména ku studiu oscillací elektrických v době dřívější se pojící.

Není tomu ještě ani půl století, co poprvé *Helmholtz* *) na to upozornil, že výboj kondensatoru není zjevem tak jednoduchým, jak se do té doby za to mělo, nýbrž že oba polepy mezi výbojem vícekrátě změni polaritu, takže celý výboj sestává z vícekrátě se opakujícího pohybu elektřiny ve směrech protivných, což studii pozdějšími potvrdili též *Maas*, hlavně pak *Oettingen*. Otázku výboje kondensatoru propracoval po stránce theoretické *W. Thomson* **) a výsledky dedukcí jeho jsou velmi důležité. Dospěl totiž Thomson prací svou k tomu výsledku, že mají-li elektrické oscillace vůbec býti možny, musí odpor ve vedení, kde vznikati mají, býti menším než

$$2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

kdež značí *L* samoindukci, *C* kapacitu vedení ***); proto sluje tato hodnota „mezní hodnotou odporu“. Doba oscillací pak dána jest těmiž dvěma konstantami a platí pro ni vzorec

$$t = \pi\sqrt{CL}.$$

Vzorec tento prozkoušeli experimentálně hlavně *Feddersen*, *Oettingen* a *Riess* †); zejména práce Feddersenova, jenž pozoroval oscillující výboje zrcátkem velmi rychle se otáčejícím, byla velmi dokonalá a potvrdila úplně výpočty Thomsonovy i co

*) Helmholtz: *Erhaltung der Kraft* 1847.

**) *Philos. Magaz.* 1855 str. 393.

***) Kapacitou nějakého vodiče rozumíme konstantu, jež udává vztah mezi množstvím elektřiny, na vodiči se nalézající, a mezi potenciálem vodiče toho; konstanta ta závisí na tvaru a rozměrech vodiče. — Koeficient samoindukce pak jest konstanta, vyjadřující pro každý vodič indukci všech částí nějakého vodiče na ostatní části téhož vodiče, a závisí hlavně také na tvaru a rozměrech vodiče toho, ať v době nejnovější nalezena pro proudy střídavé i závislost na rychlosti střídání se proudů a na materialu, z něhož jest vodič zhotoven.

†) Viz *Wiedemann: Die Lehre von der Elektrizität* IV.

se týče mezní hodnoty odporu i doby oscillační. Při práci té byla doba oscillační velmi krátká, pouze několik stotisícin sekundy a jest patrné, že lze vhodnou volbou veličin C a L tuto dobu ještě zkrátiti, jak také k tomu poukázal *Lodge* *), jenž dosáhl při kondensatoru kapacity pouze 2 cm a velmi nepatrné vlastní indukce, elektr. oscillací, pouze několik tisícemiliónin sekundy trvajících, ač-li ovšem Thomsonův vzorec platí ještě i pro tyto oscillace tak jako pro ty, jež Feddersen pozoroval.

Výhodněji ještě, než výbojem kondensatorů lze docílit elektrických oscillací výbojem indukční cívky: ani zde se napjetí nevyrovná jediným výbojem, nýbrž elektřina oscilluje několikrát sem tam než klid nastane. Výboj induktoria nutno si tedy představit i takto: Napjetí mezi oběma póly indukční cívky dostoupí takové výše, že nastane disruptivní výboj. Tím však, že první jiskra přeskočila, snížil se odpor vzduchové vrstvy mezi elektrodami pod Thomsonovu mezní hodnotu odporu, takže mohou nastati a také skutečně nastanou elektrické oscillace; celé trvání oscillací jest ovšem velmi krátké (pro dušení jich a pro rychle zase rostoucí odpor sloupce vzduchového), takže oscillace ty přestanou dříve, než následující výboj cívky indukční počne. Po každém výboji nastanou tedy velmi rychlé, rychle ubývající elektrické oscillace, takže celý zjev přirovnává Joubert velmi vhodně ku chvění struny ne stálým tahem, ale jednotlivými po sobě jdoucími nárazy smyčce v chvění uváděné. Existenci oscillací těch ve kruhu galvanickém úplně uzavřeném ukázal po nejprv *Helmholtz* **), jenž opatřil póly cívky kondensatory o veliké kapacitě a utvořil kruh úplně uzavřený tím, že jako galvanoskopu užil praeparátu žabího, jenž se k těmto pokusům zvláště citlivým ukázal. Helmholtz konstatoval takto, že celé trvání výboje měří as 0·02 sekundy, v kterážto době napočítal dle kapacity připojených kondensatorů různý počet oscillací. Trvání jedné z nich bylo 0·00064 — 0·00046 sekundy. I při uspořádání unipolárním, kde jeden pól indukční cívky byl izolován, druhý pak k zemi odveden, pozorovány elektr. oscillace, jež však byly tak rychlé, že nebylo snadno rozhodnouti o trvání

*) *Philos. Mag.* 26. 1888 p. 213. On the Theory of Lightning-conductors.

***) *Helmholtz: Ges. Abhandlungen I. str. 531.*

jejich praeparatem žabím. Trvalat jedna z nich dle udání Helmholtzova pouze as 0·00013 sek.

Po Helmholtzovi dokázal *Bernstein* *), že existují elektrické oscillace i v otevřeném kruhu indukčním, a to i tenkrát, když póly nejsou opatřeny kondensatory; oscillace ty trvaly as 0·0005 — 0·0001 sek. (Zároveň i v cívce primární bylo lze takové oscillace pozorovati.)

Velmi rychlých oscillací dosáhl *Mouton* **), jenž při cívce indukční s 13680 závitů pracoval s oscillacemi trvajícemi 0·0001 až 0·00007 sek., a při cívce s 7200 závitů 0·000025—0·000035 sek.

Dalším studiem elektr. oscillací zabýval se *Kazin*, jenž výsledky svými potvrdil práce badatelů dřívějších, *Schiller*, *Blaserna*, v novější době pak *Oberbeck*.***) *Colley* †) (na universitě v Kazani) zabýval se elektr. oscillacemi velmi mnoho; pozorovacím apparatusem byl mu pro proudy pomalu oscillující telefon, pro rychleji oscillující pak sestrojil dva speciální apparaty: zrcadlový a plynový oscillometr, onen dokonalejší k pozorování subjektivnímu, tento zase spíše se hodící ku demonstraci objektivní. Trvání vln, s kterými C. pracoval, bylo as 0·0016 až 0·0013 sek. Uvedenými pracemi přesně určeny a s teorií v soulas uvedeny: doba oscillace a dekrement čili dušení pro el. oscillace pouze na desetitisíciny sekundy se měřící. Vedle toho ještě jiné práce provedeny pomocí elektr. oscillací: tak Schiller určil dielektrickou konstantu mnohých izolatorů, Colley oznámil, že nalezl methodu porovnati elektrostatickou jedničku množství elektriny s elektromagnetickou ††) a j. v.

V jedné otázce a to principiální důležitosti však elektr. oscillace dosud nepodaly výsledku očekávaného: totiž v otázce šíření se rozruchů elektrických do prostředí dielektrického neb i ve vodičích samých. Nebylo dosud lze konstatovati, pohybuje-li se rozruch takový v různých izolatorech stejnou či různou rychlostí, pohybuje-li se v drátech tak rychle jako v izolatorech

*) Pogg. Ann. 1871.

***) Viz Wiedemann: Die Lehre von der Elektrizität IV. str. 222 a násled.

****) Další řada prací o elektr. oscillacích ve Wied. Ann. r. 1885, 1886.

†) Wied. Ann. 1885, sv. 26. str. 432.

††) Neznámo mi, zda pojednání ono již bylo uveřejněno; ve Wied. Annalech alespoň tak se nestalo, ač bylo ohlášeno zrovna tam.

a podobné otázky, kteréž odkázány byly pouze zpracování theoretickému. Theorie, jak známo, uvádí, že šíření se rozruchů elektrických děje se rychlostí světla, tedy 300.000 *km* za sekundu — zde však jest zároveň i odpověď, proč dosavadní práce nemohly tyto postupné vlny konstatovati. Nejkratší vlny, s nimiž pracoval Feddersen, měřily totiž, jak snadno se vypočte as 3 *km* délky; vlny takové délky jsou však pro práce laboratorní, kde pracuje se pouze s distancemi několika metrů prakticky jakoby nekonečně dlouhé a nelze se s nimi tedy žádoucích výsledků dodělati. Dokud tedy nebylo způsobu, jakým možno docíliti velmi krátkých — alespoň tisíckrát kratších vln, do té doby nekynula žádná naděje, že by bylo možno verifikovati požadavky Faraday-Maxwellovy theorie experimentem.

Pokus učiniti tak podal r. 1870 *Blaserna* *), jenž pomocí zvláštního, dosti komplikovaného aparátu ukázal, že nenastává ve vzdálenějším vodiči sekundárním proud indukovaný současně s indukujícím v primárním, ale že uplyne jakási velmi malá doba, jež pro různá dielektrika jest různá. Pokusy tyto však nebyly uznány rozhodujícími, ježto žádný z ostatních současných, již uvedených pozorovatelů cos podobného konstatovati nemohl, a pokusy ony nebyly bez námitek.

V otázce, níž se zabýváme, rozhodný krok v před učinil prof. *H. Hertz* v Karlsruhe, jemuž se podařilo vyvoditi vlny elektrické, mající tak krátké trvání, jakého k řešení problemů sem spadajících jest potřebí. Vedle této znamenité vlastnosti mají Hertzovy pokusy ještě jinou, opakování jich velmi usnadňující vlastnost — totiž že nevyžadují komplikovaných přístrojů, naopak že aparat jest jak jen možno jednoduchý.

Dříve než promluvíme o výsledcích těch, jež jsou tak dalekosáhlé a netušené, že již dnes, kdy ještě ani nemůžeme dosahu jejich oceniti, způsobily úplný převrat v jistých názorech o elektrině, zmíníme se krátce o způsobu, jak *H.* tyto krátké vlny vyvodil. Jest znám úkaz, že učiní-li se mezi kuličkami vybitěče induktoria vedlejší spojení vodivým drátem, jiskření mezi kuličkami při výboji nemizí ani tenkrát, když ono vedlejší spojení metalické jest velmi krátké. Jest to důkazem, že výboj

*) Wiedemann I. c. 230.

děje se s nesmírnou rychlostí, neboť nebylo by si lze jinak ani představit, že by dvě místa pouze o několik centimetrů od sebe vzdálená mohla mít takovou potenciální diferencii, jaké jest k utvoření jiskry potřebí.

Toto rychlé šíření se elektrických rozruchů ve všech s vyběhající se indukční cívkou vodivě spojených vodičích dokázal *H.* takto: zhotovil si z drátu měděného obdélník izolovaný, jehož jedna kratší strana obsahovala jiskrový mikrometr (*H.* nazývá tento obdélník kruhem vedlejším). Spojí-li se některé místo tohoto vedlejšího kruhu s jediným pouze pólem cívky indukční (kterouž nazývá *H.* kruhem hlavním), objeví se v mikrometru vedlejšího kruhu jiskření, jež mizí pouze tenkrát, když vodivý drát spojovací dotýká se vedlejšího kruhu ve prostřed druhé kratší strany. Pokusy tyto nasvědčují, že rozruch elektrický šíří se z kruhu hlavního do vedlejšího a zde působuje jiskření, dorazí-li rozruch ten k jedné kuličce dříve než ke druhé; na-proti tomu pak jiskření zmizí, dorazí-li rozruch k oběma kuličkám současně. Tu ovšem velmi překvapuje okolnost, že nepatrná časová difference může vyvoditi takové rozdíly potenciálu mezi oběma kuličkami mikrometru, uváží-li se, že dle theorie pohybuje se rozruch elektrický v drátech v tomto případě asi s rychlostí světla; plyne z toho, že výboj musí nastávat nade vše pomýšlení prudce a náhle. — Jiskření v kruhu vedlejším nepřestávalo ani, když kruh tento stále se zmenšoval a bylo i tenkrát zřetelným, když nahrazen prostě vodivým drátem pouze 10—20 *cm* dlouhým v nezcela uzavřený kruh zahnutým.

Takovýto kruh nepřestal však jeviti jiskření ani když drát s kruhem hlavním jej spojující byl odstraněn, ba bylo lze konstatovati v tomto úplně izolovaném kruhu jiskření i tenkrát, když i na několik metrů vzdálen byl od hlavního jiskřiště (v tomto případě pak ovšem byly jiskry mnohdy pouze mikroskopické).

Tuto neočekávaně silnou indukci přičítal Hertz okolnosti té, že indukující děj elektrický byl *oscillujícím*. Aby zkusil domněnku svou, sesílil oscillace kruhu hlavního, připojiv k pólům cívky kondensátory, čímž pak vskutku se i jiskření v kruhu vedlejším sesílilo. Námitku, že by snad přímá elektrostatičká indukce od kondensátorů těch vycházející mohla býti příčinou

sesílených jisker v kruhu vedlejší, vyvrátil *H.* experimentálně tím, že spojil kuličky mikrometru vlhkou šňůrou, čímž statické účinky byly eliminovány. Aby ještě jasněji dokázal, že skutečně jsou elektrické oscilace v hlavním kruhu (jak pro krátkost označíme) příčinou vzniku jisker jevících se v kruhu vedlejší, ukázal Hertz k analogii úkazů těchto s akustikou. Dle theorie přísluší též kruhu vedlejšímu jistá doba oscillační (dle vzorce Thomsonova); akusticky řečeno, kruh vedlejší jest na jisté vlny „naladěn“. Jsou-li elektr. oscilace v budiči skutečně příčinou jisker v kruhu vedlejší, musí jiskry tyto vystoupiti zvláště silně, bude-li vedlejší kruh s budičem v „resonanci“. Hertz pak měněním kapacity a tvaru obou vodičů, vedlejšího i budiče, seznal, že tomu skutečně tak jest a že v případě, kdy součin *CL* v obou je stejný, nastane jiskření velmi živé, jež dá se stopovati ve vzdálenosti mnoha — až 14 — metrů a jež okamžitě značně ochabne, změní-li se kterákoli z obou veličin. Takovýto „naladěný“ vedlejší kruh nazývá Hertz pro krátkost resonátorem; veškeré další experimenty — vyjma některé nejnovější, o nichž výslovně zmínka se stane — jsou provedeny užitím resonátoru.

Další pokusy uspořádal *H.* tak, že všechny kondensatory a pod., jež s hlav. kruhem spojeny byly, seřaděny byly v přímce, takže nastaly oscilace co možná přímočaré. Tu pak podařilo se ukázati, že takovéto oscilace indukují proudy i ve vodiči úplně otevřeném, utvořeném na př. z kusu přímočarně napjatého drátu, jenž veprostřed jest přeříznut a kuličkami vodivými opatřen. Tímto způsobem poprvé byla experimentálně dokázána existence proudů indukovaných ve vodiči přímočarém. —

Délka vln, s nimiž Feddersen pracoval, byla as 3 *km.* — Ježto příčinou vln, jichžto Hertz užívá, jsou elektrické oscilace, lze tu užití ku stanovení doby chvění vzorce Thomsonova a tu pak se objeví, že vlny tyto měly délku pouze několika metrů. Tak na př. při pokusech podobných, jež konal Joubert v Paříži,*) při nichž budič sestával z drátu 5mm-ového, 40 *cm* dlouhého, na koncích opatřeného mosaznými koulemi o poloměru 30 *cm*, bylo $t = 16 \cdot 10^{-9}$ sek. čili λ přibližně 4·8 *m.*

*) Elektrotechnische Zeitschrift 1889. XI. str.

Snaže se vyložiti úkazy, jež skytá vedlejší kruh (resonator) v různých polohách poblíže kruhu hlavního, dospěl Hertz *) k výsledku, že nepostačí pouze vykládati úkazy ty se stanoviska indukce elektromagnetické, nýbrž že dlužno vzíti zde též ohled na rozložení statické a na elektrickou indukci, jím vznikající, neboť při tak nepatrném trvání celého děje nemůže v kruhu nastati takové rozložení a uspořádání elektřiny, jaké by za normálních poměrů nastati mělo. Skutečně pak lze konstatovati působení „elektromagnetické“ a „elektrické“ a lze o existenci obojího se přesvědčiti o sobě. Silokřivky působení elektromagnetického tvoří jako v případě obyčejném kruhy, jejichž středy leží v ose budičově a jichž roviny jsou k ose této kolmy. Silokřivky působení elektrického ukazují poblíže budiče průběh, jenž by přibližně odpovídal silokřivkám elektrostatickým, ve větších vzdálenostech pak probíhají silokřivky tyto vesměs rovnoběžně s budičem. Jest zajímavo, že v každé budičem proložené rovině naléztí možno 4 body, v nichž nelze konstatovati nijaký směr silokřivek, zdá se, jakoby v bodech těch síla elektrická neměla určitého směru, nýbrž jakoby jej neustále měnila — nastávalo by tedy cosi podobného pohybu vířivému; stává se to na místech těch, kde silokřivky elektrické jsou kolmy ku směru budiče.

Resonátorem bylo lze konstatovati jiskření na velmi daleké vzdálenosti, ne však ve všech směrech stejně. Kolmo k hlavnímu jiskřišti dalo se konstatovati jiskření na 12—14 m, za to však ve směru budiče samého přestávalo již ve vzdálenosti neveliké.

Vlastní theorii těchto úkazů oscillačních podal Hertz ve Wiedemannových Annalech **) na základě theorie Maxwellovy, kdež ukázal, že úkazy dosud pozorované dají se v souhlas uvéstí s theorií Maxwellovou, nesnadno pak s theoriemi jinými. Ovšem nepodařilo se dosavad vyložiti *všecky* pozorované úkazy (na př. jeví se neshoda theorie s experimentem při pokuse o šíření se elektřiny v drátech, kdež Maxwellova theorie požaduje rychlost tutéž jako v izolatoru, experiment pak podává rychlost jinou),

*) Wied. Ann. 1888. sv. 34. str. 155 a násl.

**) Wied. Ann. sv. 36. str. 1—22.

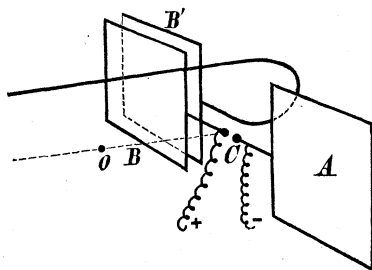
však lze za to míti, jak již nejnovější práce ukazují, že tu ještě v ohledu experimentálním není proneseno poslední slovo. Velmi zajímavými v uvedené práci Hertzově jsou výkresy, představující průběh silokřivek v různých fázích výboje.

Maje po ruce prostředky pro vytvoření vln elektrických velmi krátkých, podnikl Hertz a po něm četní jiní fyzikové, hlavně v Anglii a Francii důležité práce, o nichž bude pojednáno v pořádku as tomto:

1. Časové šíření se rozruchů elektrických, dielektrické posunutí (displacement).
2. Zákony o šíření se elektr. paprsků, zejména o zjevech vznikajících na rozhraní 2 různých ústředí.
3. Práce týkající se otázky po funkci vodiče při úkazech elektřiny kinetické.

I. Časové šíření se elektrických oscillací v drátech a ve vzduchu.

Při pokusech, o nichž v tomto oddíle se jedná,*) užíval Hertz na budiči konduktorů deskovitých (A, B, obr. 1.) místo dříve užívaných konduktorů kulovitých.**)



Obr. 1.

stěna v neveliké vzdálenosti podobná deska B', od níž vedl vodičý drát obloukem přes jiskřiště C as 60 m daleko, kdež byl připojen ku vedení hromosvodovému.

*) Wied. Ann. 1888. sv. 34. str. 551—570.

***) Ve výkrese není naznačeno inductorium, nýbrž pouze jiskřiště C a obě desky A a B.

Kruhovitý resonátor pošinoval *H.* podél drátu tak, že střed jeho stále zůstával na přímce s drátem rovnoběžné, jiskřištěm *C* procházející (tečkováno). Je-li rovina resonátoru vertikální a kolmá k rovině obou desk *A* a *B*, nemůže na resonátor působiti indukce přímo od budiče *ABC*, nýbrž pouze od napjatého drátu, neboť elektromagnetické silokřivky budiče kruh resonátoru vůbec neprotínají, silokřivky jeho „elektrické“ pak všude na něm stojí kolmo. Otočí-li se však resonátor o osu vertikální o úhel 90° , nemůže z těchže příčin nastati v něm indukce od napjatého drátu, za to však nastane indukce od budiče přímo. Bude tedy lze tímto způsobem zkoumati indukci pochodící i od vodivého napjatého drátu, i přímo od budiče *ABC* vzduchem přicházející. Experimenty předběžné ukázaly (pošínováním kruhu v prvéjší poloze rovnoběžně se sebou samým podél drátu napjatého), že vlny v drátě postupující mají týž rytmus jako vlny od budiče vycházející. Nato drát na jistém místě přeríznut, a tu objevily se v něm stojaté vlny elektrické, mající uzly od sebe $1.8\ m$ vzdálené. Vypočte-li se ze vzorku Thomsonova doba chvění, plynulo by z tohoto pokusu, že by postupná rychlost el. vln v drátě byla as $200.000\ km\ sec.$; toto určení má ovšem jednak pro vlastní nedostatečnost, hlavně však pro nezcela zajištěnou správnost Thomsonova vzorce pro tyto nejrychlejší chvěje (děloť se experimentální stvrzení jeho při pracích Feddersenových chvěji as 1000krátě volnějšimi) pouze platnost řádovou. Ukázalo pak se dále, že vzdálenost uzlová zůstávala stálou, ať byl vzat drát tlustý či tenký, ba i tenkrátě, kdy měděný drát zaměněn byl železným.

Pokusy tyto mají tedy význam více méně podřízený, ač dokonce ne nedůležitý. Významu většího jsou pokusy, srovnávající rychlost elektr. rozruchů v drátech a ve vzduchu. Resonátor umístěn v jistém bodu *O*, jenž „vychodiskem“ nazván byl a postaven v poloze označené. Vychýlí-li se z polohy té nikoli o 90° nýbrž as o 45° , působí indukci jak vlny od budiče přímo, tak i drátem postupující, a bude tedy možno pozorovati interferenci těchto dvou pásem vln. Skutečně lze též konstatovati tento vliv interferenční, vepínají-li se hned za deskou *B'* delší a delší kusy drátu, takže elektr. vlna musí proběhnouti větší kus drátu, než dospěje k interferenci s vlnou přímo se šířící;

interference ta měnila své označení, bylo-li vepnuto mezi desku a východiště vždy 2·8 *m* drátu, takže jeví se plný souhlas s pozorováním uzlových bodů.

Podobné pokusy provedeny nyní nejen v bodě O, ale podél celého napjatého drátu a změny fází interference bedlivě zkoumány. Výsledkem bylo, že poblíž budiče změna fáse nastávala při délce 2·8 *m*, dále však teprve při změně místa 7—8 *m*. — Jakou důležitost má tento výsledek pro otázku šíření se elektr. vln ve vzduchu snadno plyne z úvahy následující. Kdyby se šířily vlny ve vzduchu s rychlostí nekonečnou, musila by změna interference nastati vždy při změně délky drátu o 2·8 *m*; ježto ale děje se při 7·5 *m*, jest tedy rychlost ve vzduchu konečná; dále však též následuje z toho, že nemůže rychlost ve vzduchu býti stejnou s rychlostí ve drátu, neboť by pak musela se interference podél celého drátu jeviti v téže fazi, nýbrž že musí se míti k této jako 7·5 : (7·5 — 2·8), tedy jako 75 : 45, což odpovídalo by rychlosti ve vzduchu 320000 *km*.

Pozdějšími pracemi s vlnami as 10krát rychlejšími přišel H. k výsledkům od těchto poněkud se lišícím a spíše odpovídajícím požadavkům theorie Maxwellovy; žádané touto teorií rovné rychlosti pro šíření se vln ve vzduchu i v absol. vodičích však nedosáhl. Výsledek práce uvedené jest tedy as tento: jest experimentálně zjištěno, že elektr. vlny ve vzduchu pohybují se rychlostí konečnou; to alespoň platí pro onu část vln, jež vznikají indukci elektromagnetickou. Úkazy poblíže budiče zdálo by se, že nasvědčují nekonečně rychlému šíření se rozruchů elektrostatických; než otázku tuto nelze ještě za rozřešení považovati.

Pošínutí dielektrické (displacement).

Pro celou theorii Faraday-Maxwellovu jest velikého dosahu další řada Hertzových pokusů provedená r. 1888. *)

Postaví-li se resonator do takové polohy „rovnovážné“, aby jiskry zmizely, objeví se v něm jiskření opět, přiblížíme-li se s některé strany vodivým nějakým tělesem, na př. tyčí; ba i samo tělo pozorovatelovo postačí již k tomu. Jest to patrně

*) Wied. Ann. sv. 34. str. 273—286.

účinkem proudů, jež jsou přímým působením budiče ve vodičích těchto vzbuzeny.

Dle theorie F.-M. musí však podobný úkaz objeviti se též přiblížením velikých mass izolatorů. Neboť v tomto provázen jest elektrostatický děj t. zv. elektrickým pošinutím t. j. skutečným pošinutím elektriny v jistém směru. Je-li však izolator veliký, lze snadno nahlédnouti, že toto pošinutí zase může, dějíc se v rytmu, na nějž naladěn je resonator, způsobiti v tomto jiskření.

Experimenty v tom smyslu podniknuté potvrdily, co se očekávalo; zkoušeny byly na př. veliké krychle paraffinu, síry, asfaltu, petroleje atd. a při tom vždy pozorováno, oč musí býti resonator z oné „rovnovážné“ polohy vychýlen, aby nastala zase „rovnováha“ bez jisker. Quantitativních výsledků však nebylo možno do té doby naléztí.

Že z prací uvedených plynou pro elektromagnetickou theorii světla důsledky hlubší, než by plynuly z prostého experimentálního potvrzení Maxwellovy theorie elektriny vůbec, jest na jevě. Již to, že ukázána existence transversálních vln elektrických a jich šíření se prostorem rychlostí konečnou, jež jest téhož řádu, jak theorie toho vyžaduje, jest velmi pozoruhodno. Však pravého významu pro elektromagnetickou theorii světla nabyly teprve další práce Hertzovy, jež jednají o zákonech šíření se elektrických vln a jež jsou předmětem odstavce následujícího.

II. Zákony o šíření se elektrických paprsků.

V prosinci 1888 vyvodil H.*) tím, že užil vhodnějšího budiče (vibratoru) elektrické vlny délky ještě as 10krátě menší, než byly vlny, s nimiž dříve pracoval. Kruhovitý resonator, těmto vlnám odpovídající, utvořen byl z millimetrového drátu a průměr jeho měřil pouze 7·5 cm. Při pracích následujících neužíval však Hertz resonatoru, ale sestrojil apparatus jiný k účelům prací těch vhodnější, vzdor tomu, že postrádal výhod s resonancí spojených. V ohniskové přímce kovového parabol. zrcadla

*) Sitzungsber. der k. preuss. Akad. d. Wiss., 1888 str. 841 (1297).

cylindrického umístil proti sobě dva tlusté dráty as 50 cm dlouhé, od nichž vedly jiné dráty skrze zrcadlo k vlastnímu jiskřišti. Přístroj tento budeme nazývati „zachycovačem“. Základním pokusem prací následujících jest utvoření skutečného elektr. paprsku, kterýž lze vyvoditi tím, že se jiskřiště budiče umístí taktéž do ohniska parabol. cylindr. zrcadla; rozměry zrcadla toho řídí se — aby interference nemohla pokusu škoditi — délkou pozorovaných vln.

Jakmile počato pracovati s tímto zrcadlem, zmizely účinky indukční, jež dříve se jiskřením resonatorů v celé síni jevily, se všech míst, jež nenáležela části budičem osvětlené, t. j. z té části, jež by byla bývala osvětlena, kdyby bylo bývalo v ohnisku zrcadla budičova umístěno světlo. Vytvořen tedy skutečný elektr. paprsek. Paprsek tento výborně dal se zachycovati parabolickým zrcadlem zachycovače, takže proveden zde hned pokus známý z nauky o energii zářivé. *Přímocharé šíření* se elektr. paprsků dokázáno tím, že jiskření v zachycovači přestalo, postavil-li se někdo v cestu paprsku, neb umístěno-li tam kovové stínítko dostatečně veliké; stínítko zhotovené z izolatoru propouštělo elektr. paprsky úplně, rovněž dvěře zavřené, takže bylo lze postaviti budič a zachycovač do různých síní a pozorovati jiskření zachycovače v síni úplně uzavřené, což budilo dosti nezvyklý dojem.

Již vzník vln těch sám o sobě poukazuje k tomu, že jsou, jak dle analogie s optikou říci lze, *polarisovány*; rovinou polarisační jest tu patrně rovina ke směru jiskřiště budiče kolmá, t. j. rovina kolmá ku směru rozruchů elektrických a tedy rovina, ve které dějou se rozruchy magnetické. — Byly-li osy obou zrcadel, budiče i zachycovače, rovnoběžny, ukázalo se jiskření velmi intenzivně; byly-li však pod úhlem k sobě skloněny, stávalo se stále slabším a slabším, až konečně při postavení kolmém zcela zmizelo; zastupují zde tedy budič a zachycovač docela úlohy polarisatoru a analysatoru v optice. I analogon turmalinové desky zdařilo se Hertzovi sestrojiti tím, že na rám, jenž dal se ve své rovině otáčeti, navinul rovnoběžné, 3 cm od sebe vzdálené dráty. Byla-li obě zrcadla rovnoběžna, dráty pak k osám kolmé, procházel elektr. paprsek volně, zachycoval se však úplně, byly-li dráty s osami zrcadel rovno-

běžny. Byla-li zrcadla zkřížena, neobjevovalo se jiskření ani v té ani v oné poloze drátu navinutého, vzniklo však hned, jakmile dráty ony skloněny v úhel ku př. 45° , takže analogie s vloženou turmalínovou deskou je patrná. Při těchto elektrických paprscích polarisovaných jest další veledůležitou okolností, že jest a priori patrné, že elektrické chvěje, paprsek ten způsobující, dějí se kolmo k rovině polarisační; magnetické chvěje, jež je provázejí, dějí se pak v rovině polarisační samé.

Výhoda, jakou zde máme oproti nauce o světle, jest patrná, neboť nemůže zde vzniknouti spor podobný optické kontroverse Fresnel-Neumannově o směru elongací částic vůči rovině polarisační (jež prof. Koláček se stanoviska el. mg. theorie světla v podstatě urovnal, poukazuje k tomu, že děje se rozruch jak v rovině polarisační, tak i kolmo k ní, totiž právě rozruch magnetický a elektrický).*)

Odras vln elektrických dokázán vlastně už pokusem s parabolickými zrcadly; bylo však lze ukázati jej též pomocí obyčejného resonatoru kruhovitého; v tomto objeví se totiž jiskření obzvláště živé, umístí-li se v jistém místě poblíže nějaké stěny; mění-li se vzdálenost ta, klesá intenzita jiskření až k minimu a lze opět jiné místo naléztí, kde opětně oživí; jest to úkaz, připomínající tvoření se stojatých vln zvukových odrazem od stěny a pozorování uzlových bodů resonatorem. Také tento úkaz elektrický lze vyložiti tím způsobem, že reflexe el. vln od stěny jest příčinou, že utvoří se vlny stojaté, jichž uzly i místa největších amplitud lze „resonatorem“ naléztí. Při pokusech nejzdařilejších bylo lze až 4 uzlové body a tedy i délku el. vln přibližně stanoviti.

Pomocí zachycovače zrcadlového bylo též možno experimentálně studovati pravidelný *odraz* elektrických paprsků a tu shledáno, že zákony o odrazu od desk kovových shodují se se zákony o odrazu vlnění vůbec.

*) Viz Koláčekv článku „Stručný náčrtek nynějšího stavu theor. optiky atd.“ v Časop. čes. math. roč. 18. str. 273. — O téže otázce se stránky optické jedná habilitační spis „Die Frage nach der Schwingungsrichtung polarisirten Lichtes“ (Dr. Geigel, Würzburg 1889, ve kterém autor rovněž přidává se ku názoru o současném pohybu v rovině polarisační i kolmo k ní.

Rovněž dokázal *H.* pokusy, že polarisační rovina odrazem se nemění a vůbec že zachovány jsou při odrazu elektr. vln od vodičů všechny zákony pro odraz polar. světla platící.

Odras od izolatorů zkoušel v Anglii *Trouton* *), jenž s prof. *Fitzgeraldem* opakoval pokusy Hertzovy. Pracovali s vlnami trvání as $1/30 \cdot 10^{-6}$ sec. v uspořádání celkem tomže, jakého užíval Hertz. Zkoušena obyčejná zrcadla skleněná a shledáno, že neodrážejí; byla-li však stěna skleněná velmi tlustá as 3', tu odraz objevil se tenkrát, byl-li budič kolmý k rovině odrazu; v poloze o 90° rozdílné, neobjevil se odraz žádný (při tom úhel odrazu byl as 55°), čímž opět zákony polarisace světla potvrzeny.

Úkaz, že při tenkých deskách se odraz nejeví, při silných pak ano, jest zase analogon s optikou, a jest způsoben interferencí paprsku na přední a zadní stěně odraženého (a změny faze při druhém odrazu); je to cos podobného, jako temná skvrna na mydlinových bublinkách na místech, kde jsou nejtenčí.

Další řada pokusů, již *Trouton* o odrazu el. vln od izolatorů učinil, měla účelem studovati reflexi tu důkladněji; zejména pokud se týče změny faze při odrazu elektrických vln. Shoda se zákony optickými jest pak všude úplna.

Lom vln elektrických ukázal Hertz, užívaje velikého hranolu z asfaltu, jehož lomivý úhel byl as 30° , délka lomivé hrany 1·5 m. Postavil-li mezi rovnoběžná svá zrcadla tento hranol, zmizelo v zachycovači jiskření a objevilo se teprve, když zachycovač přiveden byl do polohy nové, jež odpovídala poloze paprsku dle opt. zákonů o lomu světla z hranolu vystupujícího. Jiskření počalo při odchylce 11° od pův. polohy, mělo maximum při 22° a zmizelo při 34° . Z pokusu toho odvodil Hertz index lomu pro asfalt, a nalezl 1·69; dle optických měření byl by 1·5—1·6, což vzhledem ku nedokonalosti theorie dispersní jest souhlas, jakého vůbec jen lze očekávati.

III. Šíření se elektrických oscillací pomocí vodičů.

Úkaz elektr. proudu stálého vykládá se obyčejně tak, že elektřina skutečně proudí drátem a to každým průřezem stejně,

*) *Nature*, sv. 40, str. 391. a 498. 1889.

takže na všech místech průřezu jest proudění to úplně stejné s místy ostatními.

Jisté úkazy, jež poprvé experimentálně pozoroval *Hughes* r. 1886 nasvědčovaly tomu, že při proudech alternujících, byť změny i poměrně pomalu se dály, není již rozloha proudu po celém průřezu vodiče stejná, nýbrž že více zaměstnány jsou vrstvy vnější než vnitřní. K náhledu tomu vedl úkaz, že objevil se odpor pro proudy střídavé — pro rychle alternující proudy velmi značně — větším než odpor v obvyklém slova smyslu, tedy odpor určený proudy stálými, koeficient samoindukce pak opět značně menším, než pro proudy stálé. Není tedy, přihlížíme-li k proudům střídavým, ani odpor ani koef. samoindukce veličinou tak stálou, jak se obyčejně za to má; u koeficientu samoindukce dokonce se objevilo, že záleží oproti dosavadním náhledům i na látce, z níž vodič jest zhotoven a ne na pouhém geometrickém tvaru jejím. — Úkazy tyto vyvolaly veliké vzrušení v celém světě elektrotechnickém, hlavně pak v kruzích telefonických, kdež otázka tato byla důležitosti akutní, ježto proudy tam užívané jsou vesměs alternujícími; experiment i theorie pak tuto změnu obou veličin už potvrdily plnou měrou.

Theoreticky pojednal o tom předmětu *Lord Rayleigh* (*Phil. Mag.* 1886, 21), jenž vycházejí od všeobecných rovnic *Maxwellových* obdržel pro odpor a samoindukci místo výrazů jednoduchých řady:

$$R' = R \left(1 + \frac{1}{12} \frac{p^2 l^2 \mu^2}{R^2} - \frac{1}{180} \frac{p^4 l^4 \mu^4}{R^4} + \dots \right)$$

$$L' = l \left\{ A + \mu \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{48} \frac{p^2 l^2 \mu^2}{R^2} + \frac{13}{8640} \frac{p^4 l^4 \mu^4}{R^4} - \dots \right) \right\},$$

kdež $p = \frac{2\pi}{\tau}$ je počet chvějů za 1 sec.; μ je magnetická permeabilita *) látky, z níž vodič je udělán, R odpor a l délka vodiče. Veličiny R' a L' nazývají se „zdánlivým odporem“ a „zdánlivým koeficientem samoindukce“.

*) Magnet. permeabilita jest Thomsonem zavedené označení pro koeficient magnetisace t. j. poměr indukující magnetické síly k indukované magnetisaci.

Pro železo jest $\mu = 300$, pro ostatní látky as 1, je tedy železo v tomto ohledu zvláště nevýhodné; pro telefonii má pak nevýhody ještě další, o nichž na tomto místě nelze se zmiňovati.

Jsou-li proudy *velmi rychle* střídavé, jest p velmi veliké, z čehož plyne, že ve výrazu R' druhý člen bude míti převahu nad prvním, ba že může i tak velikým se státi, že význam veličiny R v první řadě již nebude záviseti na materialu ani na dimensích vodivého drátu. Úkaz podobný byl pozorován již dříve; byl to *Mousson*, který první konstatoval, že při velmi rychlých oscillacích, s nimiž pracoval, material a rozměr vodivého drátu byly úplně vedlejšími okolnostmi, jež výsledky pokusu ni v menším neměnily.

Není snadno vyložiti si úkaz, o němž zde jest řeč, se stanoviska theorie dualistické, či vůbec starší. Se stanoviska theorie *F.-M.* — kterou v této příčině zdokonalili a doplnili *Poynting*, *Heaviside* a *Lodge* — vykládá se úkaz tento velmi prostě. Dle theorie té jest totiž hlavním sídlem mechanismu elektřiny nikoli vodič, nýbrž dielektrikum, takže od generatoru šíří se energie nikoli do vodivých drátů, nýbrž do dielektrika, do vodivého drátu pak přichází na každém místě zvenku, tedy povrchem. Popud z venku přicházející dobře dá se ilustrovati obrazem tímto: Otáčíme-li válcovitou nádobou, obsahující nějakou kapalinu, kol osy, uvedeme tím veškerou kapalinu v otáčivý pohyb, a to postupně, napřed vrstvy vnější, potom vnitřní; zarazí-li se pohyb ten, nastane zase umenšování pohybu kapaliny a to tímž směrem od vnějška do vnitř.

Uvede-li se ona nádoba do rychle po sobě jdoucích rotací protivných, tedy do oscillace, nemohou uvedeny býti *všecky* vrstvy kapaliny v pohyb, takže tedy pohybu se zúčastní jenom vrstvy vnější, vnitřní pak zůstanou v klidu; vrstva pohybu se účastnící bude tím menší, čím rychleji rotace se střídají.

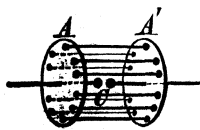
Zrovna tak má se s rychlými oscillacemi elektrickými v drátu, či vlastně kol drátu; i při těch vnější vrstvy se dostanou v „pohyb“, takže zdá se, jakoby vodič měl značně menší průřez a tedy větší odpor a menší samoindukci. Pro proudy velmi rychle alternující pak možno, že elektřina ani dovnitř vodiče nevniká, nýbrž zůstává na povrchu. — Jest patrnó,

že v tom případě material nemůže míti na poměry odporu nijakého vlivu, jak také vskutku pokusy bylo zjištěno.

Otázka, zda procházejí proudy rychle alternující drátem aneb pouze *po povrchu* jeho, jest velmi důležitá pro theorii a jí zabýval se též Hertz, maje k dispozici své krátké vlny, jež při těchto prácech měly délku vln as 6 m.*)

Šíř-li se rozruch elektrický od budiče k resonatoru, shledá se, že kovová stěna jest rozruchům alternujícím úplně neprostopupna. Uzavře-li se pak budič neb resonator do schránky kovové, zmizí v resonatoru jiskření úplně. Jest to úkaz s dosavadními náhledy o indukci elektrické se nesnášející, ale neshoda ta jest jen zdánlivá a objasní se přirovnáváním s teplem. I zde totiž stínitko chránící před náhlými změnami teploty nechrání před změnami dějícími se pomalu, neb dokonce před změnami trvalými. Hertz volil kovové obaly velmi tenké ($\frac{1}{20}$ mm) očekávaje, že snad potom budou elektrickým vlnám prostupny, leč nebyly; zdá se, že veličina, kterou elektrické vlny do vodiče vnikají, jest as téhož řádu, jako vnikání světla do kovů. V dalších pokusech obklopil celého vedlejšího vodiče úzkou vodivou rourou, a shledal, že mezi póly roury sice jiskření se děje a to silné, 5—6 mm — ale uvnitř že není ani stopy čehos podobného. Je tedy při tom už as $\frac{1}{20}$ pod povrchem drátu v ohledu elektrickém naprostý klid.

Dalšími pokusy dokázal Hertz, že skutečně žádné elektrické vlny nepostupují drátem samým, bez rozdílu jsouli to elektrické vlny proudu vedlejšího, neb proudu budícího hlavního. Důkaz ten proveden uspořádáním následujícím: (obr. 2.)

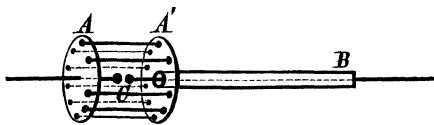


Obr. 2.

H. opatřil oba dráty vedoucí náboj k jiskřišti C deskami kruhovými A, A', s ním vodivě spojenými; každá byla opatřena

*) Zeitschrift für Elektrotechnik, roč. VII. 1889. str. 381 a 415.

na obvodu 24 otvory. Jakmile proložen dvěma sobě odpovídajícími otvory těmi vodivý drát, zmenšily se jiskry značně a zmizely docela bylo-li dáno všech 24 drátů. Pokus tento — analogický s elektrickou klecí Faradayovu — ukazuje, že se šíří elektřina v drátech pouze na povrchu. — Ještě přesvědčivějším jest důkaz při uspořádání tom (obr. 3.), kde deska A' se drátu nedotýkala, avšak za to k ní byla přitavena vodivá roura, u B s drátem vodivě spojená.



Obr. 3.

Roura tato měla účelem zkoumati tloušťku vodivé vrstvy, jež obklopuje drát, právě ještě jej před elektrickými vlnami chrání: shledáno, že ani skleněná roura galvanicky postříbřená, nemající ani $\frac{1}{100}$ mm vodivého povlaku nepropouští jiskření. Můžeme si pak představit, že tato roura víc a více splývá s uzavřeným v ní drátem, až konečně splyne s povrchem drátu toho: pak jest však vedení skutečně omezeno jen na povrch, a jest tím tedy podán druhý doklad uvedenému tvrzení; jest tedy skutečně vedení pouze na povrchu.

Theoretický názor nahoře uvedený o tom, jak vzniká pohyb elektřiny v drátech, dokázal Hertz následujícím pokusem.

Dlouhou rouru, jež dříve u B s drátem byla vodivě spojena i na tomto místě od drátu isoloval, ničeho jinak neměně. Pak objevily se u C jiskry tak silné, jakoby ani roury chránící nebylo; jiskry ty zmizely však ihned, jakmile u B třeba i jen nepatrné vodivé spojení bylo učiněno. Starý názor vykládá to způsobem běžným, že rozruch projde deskou A , přijde k C , zde přeskočí jiskra a rozruch postupuje dále směrem CB . Theorie novější však jinak vykládá. Rozruch nemoha proniknouti deskou A , probíhá podél sítě drátěné i podél chránící roury až do B , odtud pak částečně postupuje hned dále po drátě, částečně vrací se mezi rourou a drátem a přijde směrem BC do C , kdež způsobí jiskru.

Že tomu skutečně tak a že mezi B a C jde rozruch směrem BC, jak toho žádá theorie nová a nikoli směrem CB, jak by měl procházeti dle theorie starší, dokázal Hertz experimentálně takto :

Vedle jiskřiště hlavního C opatřil vodivý drát ještě jiným, vedlejším jiskřištěm, jež nalézalo se uvnitř roury BC a dalo se rovněž jako C regulovati; nazveme je C'. Když jevílo se jiskření v obou jiskřištích, reguloval jiskřiště C tak, že kouličky jeho oddáleny přes doskok, a jiskření v C tedy přestalo. Vzdor tomu trvalo jiskření v C' dále. Na to sblížil kuličky v C na doskok a oddálil od sebe kuličky v C', a tu jiskření v C zmizelo. Pokusy tyto dokazují, že rozruch postupuje směrem BC, a nikoliv směrem CB, že totiž jiskření v C' je příčinou jisker v C a nikoli naopak.

Jiným způsobem dokázal H. totéž tvrzení následujícím způsobem :

Kuličky v C oddálil více než na doskok, takže jiskry nemohly již přeskakovati, ale rozruchy musely se od C vraceti směrem zpět k CB a tvořiti pak v rouře CB stojaté vlny. Zjev tento theorií žádaný byl pak přímo potvrzen experimentálně, když H. zkoušel vnitřek roury CB resonátorem pro elektrické vlny té délky, s jakými se pracovalo.

Pracemi těmi se pravděpodobnost názoru, že se šíří elektrická energie i při elektřině kinetické dielektrikem, valně zvětšila, a zaměnily si vlastně vodič a nevodič úlohy: „elektřinu“ vede vlastně nevodič, do vodiče rozruch po případě ani nevniká. Odpor, který tato věta obsahuje proti běžným našim náhledům o elektřině, lze značně zmírniti úvahou touto: t. zv. „vodiči“ nevedou elektřinu, proto však právě způsobují, že se na nich neb v nich jeví elektrické účinky, neboť rozruch v dielektriku postupující nemůže se nám státi patrným; dovedou tedy „vodiči“ přece přivésti elektřinu, kam si přejeme tak, že název „vodiči“ má v jistém smyslu svou oprávněnost, ovšem, že ve smyslu zcela jiném, než se za to má dle theorie starší.

Vysvětliti souvislost mezi hmotou vodiče a „odporem“ jeho pro proudy stálé, jež dána je *experimentálním* zákonem Ohmovým, bude ovšem úlohou dalších theorií, jež musí tu sá-

hnouti k hypotesám o souvislosti „elektřiny“ s jednotlivými molekulami neb snad atomy hmotnými, jak stal se též už pokus v aetherovém modelu Lodge-ově, o němž jedná ve své knize „Modern Wiews on Electricity“; referát o knize té přineslo „Athaeneum“ roč. VII. 1889 str. 73.

O poměru funkcí goniometrických k některým výrazům algebraickým.

Napsal

prof. Dr. F. J. Studnička.

Při skládání II. svazku algebraické analýzy, kterýž obsahuje *úvod do nauky o nižších funkcích transcendentních*, bylo mi též objasniti poměr funkcí těchto k funkcím algebraickým vůbec a tedy zvláště též přihlédnouti k obsahu spisku „Sur la théorie des fonctions numériques simplement périodiques“, jež *Ed. Lucas* r. 1878 v Bruselu vydal. A tu jsem poznal, že stran algebraických výrazů tam U_n a V_n zvaných možná hned spředu říditi dedukci směrem jiným, rychleji k cíli našemu vedoucím, jakož tuto budiž ukázáno.

Sestrojíme-li s *Lucasem*, nevycházejíce však od rovnice kvadratické, přímo výrazy algebraické

$$s_n = \frac{a^n - b^n}{a - b}, \quad (1)$$

$$k_n = a^n + b^n, \quad (2)$$

poznáváme ze složení výrazu (1), že tu platí

$$s_{2n} = \frac{a^{2n} - b^{2n}}{a - b} = \frac{a^n - b^n}{a - b} (a^n + b^n),$$

a tedy se zřetelem ke vzorci (2)

$$s_{2n} = s_n \cdot k_n. \quad (3)$$

Dále poznáváme ze složení obou těchto vzorců, zavedeme-li tam k vůli krátkosti

$$\delta = a - b, \quad (4)$$

že tu současně platí