Příspěvek k teorii dvou spřažených oscilačních kruhů.*)

Napsal *Václav Petržílka.*

ČÁST I.

1. Přehled a cíl. Nejstručnější přehled dosavadních prací a výklad principu jejich metody. Úkol této práce (s poukazem na dosavadní výsledky Hechtovy a Kammerloherovy) spočívají ve výpočtu resonančních křivek a jejich diskusi.

2. Výpočet energie. Výpočet úhrnné energie W, dodané systému dvou spřažených kruhů, jakož i částečné energie W_1 dodávané kruhu prvnímu a W_2 dodávané kruhu druhému, v závislosti na rozladění obou kruhů, koeficientu spřažení k a útlumech obou kruhů d_1 a d_2. Výrazy W_1, W_2 jsou hledané resonanční křivky, ježto nám definují vztah mezi kvadrátem intensity I^2 střídavého proudu v primárním resp. sekundárním kruhu a rozladěním.

3. Diskuse výrazů W, W_1, a W_2. Rozbor křivek W, W_1 a W_2 za předpokladu, že vlastní frekvence obou kruhů ω_1 a ω_2 jsou si rovny, takže $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$, v závislosti na rozladění $\xi = 1 - \omega_0^2/\omega^2$. Rozdělení těchto křivek na křivky jednoduché s jediným maximem a křivky rozštěpené s dvěma maximy symetricky rozloženými kolem minima. Stanovení oborů existence jednoduchých a rozštěpených křivek.

4. Podmínka pro maximální přenos energie. Stanovení podmínky $k^2 = d_1 d_2$ pro maximální přenos energie v oboru jednoduchých resonančních křivek a podmínky $d_1 = d_2$ v oboru křivek rozštěpených.

5. Závěr. Poukaz na aplikace těchto vývodů a na experimentální výsledky.

1. V poslední době vyšla celá řada prací, zabývajících se teorií netlumených oscilací ve dvou spřažených kruzích, které lze rozděliti ve dvě skupiny. Obě se shodují v tom, že při řešení tohoto problému dospívají k dvěma vztahům: rovnici frekvencí a rovnici amplitud. Rovnice frekvencí jednotlivých prací se liší od sebe formou, v podstatě však definují tentýž vztah, což lze snadno dokázati převedením jedné rovnice v druhou. Pro první skupinu prací (Möller,[1]) Pauli,[2]) Runge[3])) značí rovnice amplitud vztah mezi inten-

*) Vyjde také v Elektrische Nachrichtentechnik.

[1]) Möller: Jahrb. d. dr. Tel. 16 sv., str. 402 (1920).

[2]) Pauli: Jahrb. d. dr. Tel. 17. sv., str. 322 (1921); 18. sv., str. 58 (1921); 19. sv., str. 42 (1922).

[3]) Runge: Jahrb. d. dr. Tel. 23 sv., str. 1 (1924), Arch. f. Elektrotechnik, sv. 13, str. 34 (1924).

sitou střídavého proudu I_1 v kruhu primárním resp. I_2 v sekundárním, po případě podíl těchto intensit v závislosti na rozladění obou kruhů (primárního a sekundárního). Jinými slovy hledají a vyšetřují rovnice resonančních křivek a zabývají se zvláště zjevem t. zv. tažení (oscilační hysterese).

Druhá skupina prací (Heegner,[4]) Rogowski,[5]) Watanabe[6])) řeší tento problém pro nejvhodnější zdroj netlumených oscilací, totiž přímo pro lampový generátor a dospívá k rovnici amplitud, která jest podmínkou pro nasazení oscilací, a stanovuje obory stabilních amplitud oscilací v těchto kruzích.

Ježto obě skupiny těchto prací užívají metod principielně shodných, jsou v důsledku toho i jejich výsledky skoro stejné, jak sám Rogowski poznamenává.

Přes to, že se zabývalo tímto problémem již tolik prací, rád bych odvodil rovnice resonančních křivek cestou, opírající se o následující úvahu. Ježto resonanční křivka udává závislost kvadrátu intensity na rozladění (t. j. na vzájemném, určitě definovaném vztahu mezi frekvencemi), lze dospěti k rovnici resonanční křivky také následujícím způsobem. Vypočteme úhrnnou energii dodanou zdrojem střídavého napětí dané frekvence oběma kruhům, t. j. přímo kruhu prvnímu a prostřednictvím kruhu prvního kruhu druhému. Výraz takto získaný rozdělíme na dvě části, totiž výraz vyjadřující energii spotřebovanou pouze v kruhu prvním a energii spotřebovanou pouze v kruhu druhém. Oba výrazy jsou úměrny kvadrátu intensity a dávají tudíž hledanou závislost čili resonanční křivku primárního resp. sekundárního kruhu.

Energetické poměry dvou spřažených kruhů studoval již v roce 1914 Macků a výsledky své práce uveřejnil v „Rozpravách České Akademie“, roč. XXIII, tř. II, č. 7 pod názvem: „Energetické poměry netlumených oscilací ve dvou spřažených kruzích“.

Vlastním předmětem tohoto článku jest zabývati se tímto problémem pro ten případ, že v primárním kruhu působí nám konstantní elektromotorická síla dané frekvence a že vlastní frekvence primárního kruhu ω_1 rovná se vlastní frekvenci sekundárního kruhu ω_2 a jest konstantní; na základě získaného řešení jest pak možno doplniti článek Kammerloherův[7]) a ve zjednodušené formě uvésti výsledky práce Hechtovy.[8])

Kammerloher odvodil ve své práci, že intensita (a tudíž i oscilační energie) sekundárního kruhu při resonanci obou kruhů

---

[4]) Heegner: Arch. f. Elektrotechnik 9. sv., str. 127 (1920).

[5]) Rogowski: Arch. f. Elektrotechnik 9. sv., str. 427 (1921); 10. sv. str. 1. (1921); 10. sv., str. 15 (1921); 10. sv., str. 209 (1921).

[6]) Watanabe: Elektrische Nachrichtentechnik, sv. 6, str. 194 (1929); sv. 6, str. 244 (1929).

[7]) Kammerloher: Jahrb. d. dr. Tel., 27. sv., str. 81 (1926).

[8]) Hecht: Elektrische Nachrichtentechnik, 3. sv., str. 120 (1926).

nabývá pro docela určité spřažení maxima. Toto spřažení nazývá optimální. Pro koeficient optimálního spřažení k stanovil vztah s útlumy obou kruhů $d_1 = \frac{R_1}{\omega L_1}$, $d_2 = \frac{R_2}{\omega L_2}$ rovnicí $k^2 = d_1 d_2$. Tento vztah plyne i z výsledků této práce a mimo to lze stanoviti pro energii optimální podmínky i v oboru rozštěpených resonančních křivek.

Vedle toho vede naznačená cesta i k výsledkům práce Hechtovy, k nimž Hecht sám dospěl následujícím způsobem. Pro případ kapacitní vazby, který jest úplně totožný s případem vazby induktivní, řeší Hecht diferenciální rovnice oscilačního systému dvou spřažených kruhů za předpokladu (kterého užil již také Pauli), že pro intensity $\mathfrak{J}_1$ a $\mathfrak{J}_2$ (v jeho označení y_1 a y_2) existují periodická řešení, daná výrazy $\mathfrak{J}_1 = I_1 \sin(\omega t - \varphi_1)$ $\mathfrak{J}_2 = I_2 \,.\, \sin(\omega t - \varphi_1 - \varphi_{12})$ a že primární a sekundární kruh jsou v resonanci čili $\omega_1 = \omega_2 =$ konst.

Za těchto předpokladů získává Hecht řešením daných rovnic jednak formule pro I_1 a I_2 a tudíž i pro energie $W_1 = R_1 I_1^2$, $W_2 = R_2 I_2^2$ a tedy i pro úhrnnou energii dodávanou celému systému $W = W_1 + W_2$ v závislosti na rozladění, jednak výpočet tg φ_1 (jakožto funkci rozladění) za tím účelem, aby mohl diskutovati výrazy W, W_1 a W_2, které jsou úměrny $\cos^2 \varphi_1$. Podrobné srovnání výsledků, které získal Hecht, s výsledky této práce následuje v dalším.

Tím jest dán přehled výsledků, kterých bylo v tomto směru dosaženo, rovněž i cíl k němuž tato práce směřuje, a můžeme tudíž postupovati naznačenou cestou.

2. **Výpočet energie.** Vyjdeme z rovnic pro dva induktivně spřažené oscilační kruhy za předpokladu, že v primárním kruhu působí elektromotorická síla konstantní amplitudy a dané frekvence. Užijeme-li symbolické metody pro střídavé proudy, zní tyto rovnice

$$R_1 \mathfrak{J}_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \mathfrak{J}_1 + j\omega L_1 \mathfrak{J}_1 + j\omega L_{12} \mathfrak{J}_2 = \mathfrak{E} \tag{1}$$

$$R_2 \mathfrak{J}_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \mathfrak{J}_2 + j\omega L_2 \mathfrak{J}_2 + j\omega L_{12} \mathfrak{J}_1 = 0 \tag{2}$$

Výpočet úhrnné energie W dodané systému dvou spřažených kruhů lze provésti takto: Je-li dána střídavá elektromotorická síla a intensita výrazy $\mathfrak{E} = \sqrt{2} E e^{j(\omega t + \psi)}$, $\mathfrak{J}_1 = \sqrt{2} I_1 e^{j\omega t}$, kde I_1 a E značí efektivní hodnoty, ψ fázové posunutí mezi vektorem intensity a napětí, pak jest dána úhrnná energie jakožto reálná část součinu $\mathfrak{E}$ a $\overline{\mathfrak{J}}_1$, kde $\overline{\mathfrak{J}}_1$ značí výraz komplexně sdružený ku $\mathfrak{J}_1$, čili

$$W = \text{reálná část } \tfrac{1}{2} \, (\mathfrak{E} \overline{\mathfrak{J}}_1) \tag{3}$$

Za tím účelem vypočteme $\mathfrak{J}_2$ z rovnice (2) a dosazením do rovnice (1) dostáváme

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{J}_1 \left\{ R_1 + \frac{\omega^2 L_{12}^2 R_2}{R_2^2 + \left(\omega\, L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2} + \right. \tag{4}$$

$$\left. + j \left[\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) - \frac{\omega^2 L_{12}^2 \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)}{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2} \right] \right\}$$

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{J}_1 \, \{\alpha + j\beta\}, \tag{5}$$

označíme-li α reálnou a β imaginární část výrazu v kroucené závorce. Komplexně sdružený výraz k $\mathfrak{J}_1$ jest

$$\overline{\mathfrak{J}_1} = \frac{\overline{\mathfrak{E}}}{\alpha - j\beta} = \frac{\sqrt{2} E e^{-j(\omega t + \psi)}}{\alpha - j\beta}. \tag{6}$$

Podle rovnice (3) a (6) jest úhrnná energie dána výrazem

$$W = \text{reálná část } \tfrac{1}{2} (\mathfrak{E}\overline{\mathfrak{J}_1}) = \text{reál. část } \tfrac{1}{2} \left(\frac{\mathfrak{E} \,.\, \overline{\mathfrak{E}}}{\alpha - j\beta} \right) =$$

$$= \text{reál. část} \left(\frac{E e^{j(\omega t + \psi)} \,.\, E e^{-j(\omega t + \psi)}}{\alpha - j\beta} \right) = \frac{\alpha E^2}{\alpha^2 + \beta^2} \tag{7}$$

nezávisle na hodnotě ψ; platí tudíž rovnice (7) i pro $\psi = 0$, ovšem vedle rovnice (7) obdržíme nový vztah plynoucí z rovnice $tg\, \psi = \frac{\beta}{\alpha} = 0$ (podle rovnice (5)), t. zv. rovnici frekvencí. Zavedeme-li za α a β odpovídající výrazy, dostaneme konečně hledanou energii W v závislosti pouze na konstantách obou kruhů a na frekvenci ve formě

$$W = \frac{E^2 \left(R_1 + \frac{\omega^2 L_{12}^2 R_2}{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2} \right)}{\left(R_1 + \frac{\omega^2 L_{12}^2 R_2}{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2} \right)^2 + \left(\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) - \frac{\omega^2 L_{12}^2 \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)}{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2} \right)^2}. \tag{8}$$

Energii dodávanou prvnímu kruhu $W_1 = R_1 I_1^2$ lze psáti podle rovnice (5)

$$W_1 = \tfrac{1}{2} R_1 |\mathfrak{J}_1|^2 = \tfrac{1}{2} R_1 \frac{|\mathfrak{E}|^2}{|\alpha + j\beta|^2} = \frac{E^2 R_1}{\alpha^2 + \beta^2} \tag{9}$$

Ježto úhrnná energie dodaná celému systému se rovná součtu energie dodané kruhu primárnímu a energie dodané kruhu sekundárnímu, platí $W = W_1 + W_2 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$ [9]), označíme-li W_2[10]) $= R_2 I_2^2$ energii dodanou sekundárnímu kruhu. Jest tedy $W_2 = W - W_1$ podle rovnice (8) a (9) dáno výrazem

$$W_2 = R_2 I_2^2 = E^2 \frac{\dfrac{\omega^2 L_{12}^2 R_2}{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \dfrac{1}{\omega C_2}\right)^2}}{\alpha^2 + \beta^2} \tag{10}$$

Výrazy (8), (9) a (10) třeba nyní poněkud upraviti. Ve výrazu (8) provedeme naznačené operace a zavedeme obvyklá označení

$$\frac{\omega_1^2}{\omega^2} = z, \quad \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = x, \quad 1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2} = 1 - z = \eta, \quad 1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2} = 1 - xz = \xi,$$

$$\frac{R_1}{\omega_1 L_1} = d_1, \quad \frac{R_2}{\omega_1 L_2} = d_2, \quad k^2 = \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}.$$

Ježto $\eta << 1$, položíme v tomto výrazu faktory $(1 - \eta)$ rovny jedničce (což jest v praksi skutečně splněno v důsledku toho, že η je velmi malé vzhledem k jedničce, pohybujeme-li se v okolí resonance) a uvedený výraz zní v konečné formě

$$W = \frac{E^2}{R_1} \frac{1 + \dfrac{\xi^2}{d_2^2} + \dfrac{k^2}{d_1 d_2}}{1 + \dfrac{2k^2}{d_1 d_2} + \dfrac{k^4}{d_1^2 d_2^2} + \dfrac{\eta^2}{d_1^2} + \dfrac{\xi^2}{d_2^2} + \dfrac{\eta^2 \xi^2}{d_1^2 d_2^2} - \dfrac{2k^2 \xi \eta}{d_1^2 d_2^2}} \tag{11}$$

Úplně analogicky zavedením téhož označení a provedením týchž operací v rovnicích (9) a (10) obdržíme výrazy pro W_1 a W_2

$$W_1 = \frac{E^2}{R_1} \frac{1 + \dfrac{\xi^2}{d_2^2}}{1 + \dfrac{2k^2}{d_1 d_2} + \dfrac{k^4}{d_1^2 d_2^2} + \dfrac{\eta^2}{d_1^2} + \dfrac{\xi^2}{d_2^2} + \dfrac{\eta^2 \xi^2}{d_1^2 d_2^2} - 2 \dfrac{k^2 \xi \eta}{d_1^2 d_2^2}} \tag{12}$$

---

[9]) Viz též Pauli: Jahrb. d. dr. Tel., sv. 17, str. 328, rovnice (10) (1921).

[10]) Mohli bychom postupovati též tím způsobem, že bychom vypočetli $\mathfrak{J}_1$ z rovnice (2), dosadili do rovnice (1) a vypočetli pak přímo $R_2 I_2^2$ úplně stejným způsobem, jako bylo stanoveno $R_1 I_1^2$. Cesta ta je však poněkud delší, poněvadž jmenovatel výrazu W_2 takto získaného je dán jiným součtem kvadrátů než ve výrazu (8) resp. (9) a (10) a nutno jej teprve upraviti na tvar $\alpha^2 + \beta^2$.

$$W_2 = \frac{E^2}{R_1} \frac{\frac{k^2}{d_1 d_2}}{1 + \frac{2k^2}{d_1 d_2} + \frac{k^4}{d_1^2 d_2^2} + \frac{\eta^2}{d_1^2} + \frac{\xi^2}{d_2^2} + \frac{\eta^2 \xi^2}{d_1^2 d_2^2} - 2\frac{k^2 \xi \eta}{d_1^2 d_2^2}}. \tag{13}$$

3. **Diskuse výrazů** W, W_1 *a* W_2 **za předpokladu** $\omega_1 = \omega_2$. Abychom mohli vyšetřiti průběh křivek daných výrazy (11), (12), (13), jest třeba znáti určitý vztah mezi ξ a η, čili t. zv. rovnici frekvencí. V této práci se budeme zabývati výrazem W za předpokladu nejjednoduššího vztahu mezi ξ a η, totiž že $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0 =$ $=$konst., čili $\xi = \eta$. Obecnější řešení bude podáno v práci následující.

Výraz pro W zní za předpokladu $\xi = \eta$

$$W = \frac{E^2}{R_1} \frac{1 + \frac{\xi^2}{d_2^2} + \frac{k^2}{d_1 d_2}}{1 + \frac{2k^2}{d_1 d_2} + \frac{k^4}{d_1^2 d_2^2} + \xi^2\left(\frac{1}{d_1^2} + \frac{1}{d_2^2}\right) - 2k^2 \frac{\xi^2}{d_1^2 d_2^2} + \frac{\xi^4}{d_1^2 d_2^2}} \tag{14}$$

a lze jej upraviti na následující tvar. Jestliže ve jmenovateli přičteme a zároveň odečteme výraz $\left(-k^2 \frac{(d_1^2 + d_2^2)}{d_1^2 d_2^2} + \frac{1}{4}\frac{(d_1^2 + d_2^2)^2}{d_1^2 d_2^2}\right)$ převedeme tím výraz (14) na tvar

$$W = \frac{E^2}{R_1} \frac{1 + \frac{\xi^2}{d_2^2} + \frac{k^2}{d_1 d_2}}{1 + \frac{k^2}{d_1^2 d_2^2}(d_1 + d_2)^2 - \frac{1}{4}\frac{(d_1^2 + d_2^2)^2}{d_1^2 d_2^2} + \frac{1}{d_1^2 d_2^2}[\xi^2 - (k^2 - \frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2))]^2} \tag{15}$$

Úplně stejně získáme výrazy pro W_1 a W_2 ve tvaru

$$W_1 = \frac{E^2}{R_1} \cdot \frac{1 + \frac{\xi^2}{d_2^2}}{1 + \frac{k^2}{d_1^2 d_2^2}(d_1 + d_2)^2 - \frac{1}{4}\frac{(d_1^2 + d_2^2)^2}{d_1^2 d_2^2} + \frac{1}{d_1^2 d_2^2}[\xi^2 - (k^2 - \frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2))]^2} \tag{16}$$

$$W_2 = \frac{E^2}{R_1} \cdot \frac{\frac{k^2}{d_1 d_2}}{1 + \frac{k^2}{d_1^2 d_2^2}(d_1 + d_2)^2 - \frac{1}{4}\frac{(d_1^2 + d_2^2)^2}{d_1^2 d_2^2} + \frac{1}{d_1^2 d_2^2}[\xi^2 - (k^2 - \frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2))]^2} \tag{17}$$

Za téhož předpokladu $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ vypočítává Hecht ve své práci „Gekoppelte Gebilde“ rovněž energii dodávanou systému dvou kapacitně spřažených oscilačních kruhů a obdrží pro W výraz, který v našem označení zní

$$L = \frac{E^2}{R_1} \cos^2 \psi \frac{1 + \frac{\xi^2}{d_2{}^2}}{1 + \frac{\xi^2}{d_2{}^2} + \frac{k^2}{d_1 d_2}} \tag{18}$$

Ježto však výraz pro energii kapacitně spřažených kruhů a výraz pro energii při vazbě induktivní jsou totožné, jak již Hecht ve své práci ukázal, můžeme se přímo zabývati otázkou, v jakém vztahu jsou Hechtův výraz L a výraz W. A tu se dá ukázati, že výraz (14), resp. (15) jest shodný s uvedeným výrazem Hechtovým. Neboť $\operatorname{tg} \psi = \beta / \alpha$ podle rovnice (5) a tudíž $\cos^2 \psi = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2}$. Píšeme-li výraz (7) ve tvaru

$$W = E^2 \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \frac{1}{\alpha} = E^2 \cos^2 \psi \frac{1}{R_1 + \frac{\omega^2 L_{12}{}^2 R_2}{R_2{}^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}}$$

čili

$$W = \frac{E^2}{R_1} \cos^2 \psi \frac{1 + \frac{\omega^2 L_2{}^2}{R_2{}^2}\left(1 - \frac{\omega_2{}^2}{\omega^2}\right)}{1 + \frac{\omega^2 L_2{}^2}{R_2{}^2}\left(1 - \frac{\omega_2{}^2}{\omega^2}\right) + \frac{\omega^2 L_{12}{}^2}{R_1 R_2}} \tag{19}$$

a užijeme-li zavedeného označení, dostaneme výraz (18) čili Hechtův výraz L, takže platí $W = L$. Jsou tedy výrazy W a L totožné Hliší se od sebe pouze svým tvarem. Totéž platí přirozeně i pro a echtovy výrazy L_1 a L_2 a výrazy W_1 a W_2.

Výraz W definovaný rovnicí (15) dává nám celkovou energii oscilačnímu systému dodávanou. Výrazy W_1 a W_2 (rovnice (16) a (17)) pro energii primárního resp. sekundárního kruhu udávají nám $I_1{}^2$ resp. $I_2{}^2$ v závislosti na ξ, čili dospíváme tak k resonančním křivkám obou kruhů.

a) *Diskuse výrazu W.* O průběhu funkce W, kterou se budeme nejprve zabývati, se nejlépe orientujeme tím, že vyhledáme extrémy této funkce (užitím prvé derivace). Pišme za tím účelem výraz W v přehledném tvaru

$$W = \frac{E^2}{R_1} \frac{a\xi^2 + b}{c + d\,(\xi^2 - h)^2}, \tag{20}$$

při čemž klademe podle výrazu (15)

$$a = \frac{1}{d_2^2},\ b = 1 + \frac{k^2}{d_1 d_2},\ c = 1 + \frac{k^2}{d_1^2 d_2^2}(d_1 + d_2)^2 - \frac{1}{4}\frac{(d_1^2 + d_2^2)^2}{d_1^2 d_2^2},$$

$$d = \frac{1}{d_1^2 d_2^2},\ h = k^2 - \tfrac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2) \tag{21}$$

Extrémy funkce definované rovnicí (20) budou v těch bodech, kde prvá derivace

$$\frac{dW}{d\xi} = \frac{E^2}{R_1} \frac{2a\xi\,[c + d(\xi^2 - h)^2] - (a\xi^2 + b)(\xi^2 - h)\,4d\xi}{[c + d(\xi^2 - h)^2]^2} \tag{22}$$

se rovná nule; tyto body jsou dány kořeny rovnice

$$\xi\left(\xi^4 + 2\frac{b}{a}\xi^2 - \frac{ac + adh^2 + 2bdh}{ad}\right) = 0,$$

kterou splňují následující hodnoty ξ:

$$\xi_1 = 0 \tag{23}$$

$$\xi_{2,3} = \pm\sqrt{-\frac{b}{a} + \sqrt{\frac{b^2}{a^2} + \frac{H}{ad}}} \tag{24}$$

$$\xi_{4,5} = \pm\sqrt{-\frac{b}{a} - \sqrt{\frac{b^2}{a^2} + \frac{H}{ad}}} \tag{25}$$

při čemž

$$H = ac + h^2 ad + 2dbh \tag{26}$$

Body $\xi_{4,5}$ jsou vždy imaginární, není k nim tudíž třeba přihlížeti.

Body $\xi_{2,3}$ jsou reálné, je-li $H \geqq 0$ (je-li $H = 0$, jest $\xi_{2,3} = \xi_1 = 0$); je-li $H < 0$, jsou body $\xi_{2,3}$ imaginární, nemají pro náš případ opět významu. Nastává tudíž v bodech $\xi_{2,3}$ extrém pouze tehdy, je-li $H \geqq 0$.

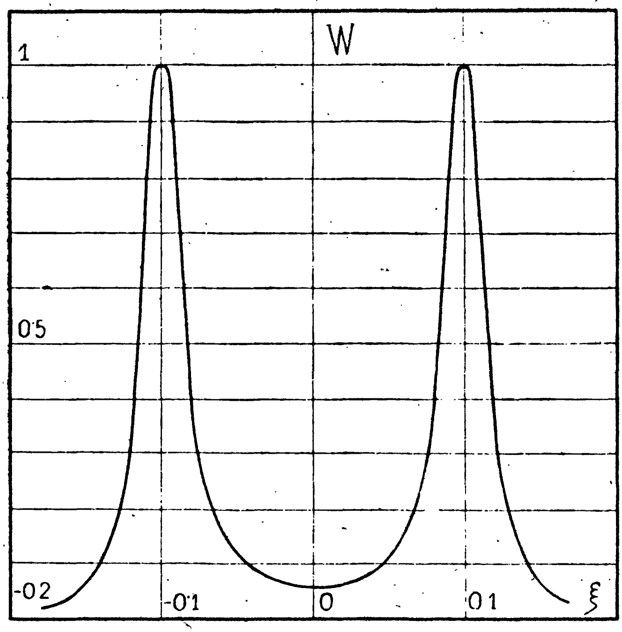
V bodě $\xi_1 = 0$ nastává extrém vždy.

Z toho plyne se zřetelem k výrazu (20): je-li $\xi_1 = 0$ a současně $\xi_{2,3} = 0$, nebo jsou-li body $\xi_{2,3}$ imaginární, čili $H \leqq 0$, pak nabývá W jediného extrému, a to maxima v bodě $\xi_1 = 0$. Křivky tohoto typu nazveme jednoduchými.

Je-li $\xi_1 = 0$ a současně body $\xi_{2,3}$ reálné, různé od nuly, čili $H > 0$, pak nabývá W minima v bodě $\xi_1 = 0$, kolem něhož jsou symetricky rozložena, co do absolutní hodnoty stejná, maxima v bodech $\xi_{2,3}$ (křivka má tvar, jako křivka v obr. 1.) Křivky tohoto typu nazveme rozštěpenými.

Jinými slovy: Podmínka pro existenci jednoduchých resonančních křivek je dána nerovninou $H \leqq 0$, podmínka pro existenci rozštěpených křivek nerovninou $H > 0$. Rovnice (26) pro

H jest však rovnicí pouze mezi veličinami k, d_1, d_2, ba dokonce více, rovnicí mezi k/d_1 a k/d_2, jak se v dalším ukáže. Rozhodují tedy o existenci jednoduchých či rozštěpených resonančních křivek veličiny k/d_1 a k/d_2.



Obr. 1.

Dosaďme za tím účelem do výrazu pro H (rovnice (26)) podle rovnice (21). Získáme tak po snadné úpravě.

$$H = 1 + \frac{k}{d_1} \cdot \frac{k}{d_2} \left(\frac{d_1}{d_2} + 2 + \frac{d_2}{d_1} \right) - \tfrac{1}{4} \left(\frac{d_1^2}{d_2^2} + 2 + \frac{d_2^2}{d_1^2} \right) +$$
$$+ \left[\frac{k^2}{d_1 d_2} - \tfrac{1}{2} \left(\frac{d_1}{d_2} + \frac{d_2}{d_1} \right) \right]^2 + 2\, \frac{d_2}{d_1} \left(1 + \frac{k^2}{d_1 d_2} \right) \left[\frac{k^2}{d_1 d_2} - \tfrac{1}{2} \left(\frac{d_1}{d_2} + \frac{d_2}{d_1} \right) \right] \tag{27}$$

Položíme-li nyní $H = 0$, dostaneme tím rovnici mezi k/d_1 a k/d_2 definující nám algebraickou křivku, která jest rozhraním mezi obory $H < 0$ a $H > 0$, čili rozhraním mezi obory, kde existují buď pouze jednoduché, nebo pouze rozštěpené resonanční křivky, jak bylo dokázáno.

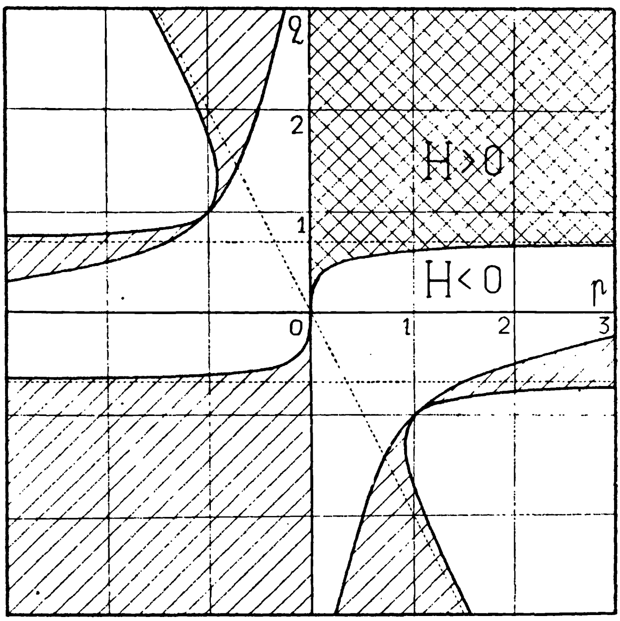
Klademe-li ještě v rovnici $H = 0$ $p = k/d_1$, $q = k/d_2$, dostáváme hledanou závislost v konečném tvaru

$$H(p, q) = pq^3 + p^2q^4 + 2p^2q^2 - p^2 + 2p^3q^3 - p^3q = 0$$

čili

$$H(p, q) = p(1 + pq)\,[q^3 + p(2q^2 - 1)] = 0. \qquad (28)$$

Křivka definovaná touto rovnicí jest znázorněna graficky v obr. 2. Rozpadá se v osu q ($p = 0$), v rovnoosou hyperbolu $pq + 1 = 0$ a křivku $K(p,q) = q^3 + p(2q^2 - 1) = 0$. Obory, kde jest $H > 0$, jsou vyčárkovány; v nevyčárkovaných jest $H < 0$.



Obr. 2.

Pro případ resonančních křivek stačí však uvažovati pouze první kvadrant, ježto p a q jsou veličiny esentielně positivní. Pak jest patrno, že o znaménku veličiny $H(p, q)$ rozhoduje výraz $K(p, q)$, který může býti záporným pouze pro $q < 1/\sqrt{2}$, čili v oboru vymezeném osou p a přímkou $q = 1/\sqrt{2}$ rovnoběžnou s osou p. Tato přímka jest zároveň asymptotou křivky $K(p, q)$, která prochází počátkem, neboť $K(0, 0) = 0$. A také pouze větev křivky $K(p, q)$ tvoří rozhraní mezi oborem jednoduchých a rozštěpených křivek W.

Máme-li tedy dány hodnoty p a q, můžeme snadno rozhodnouti, který z obou druhů resonančních křivek nastane. Sestrojíme si v obr. 2 po případě v obr. 5 bod daný souřadnicemi (p, q); leží-li v oboru $H > 0$, dostáváme pro ten případ křivky rozštěpené, leží-li tento bod v oboru $H < 0$, křivky jednoduché. Padne-li tento bod na křivku $H = 0$, dostáváme ještě křivky jednoduché a koeficient spřažení k definovaný rovnicí (27), položíme-li ji rovnu nule, můžeme nazvati koeficientem kritického spřažení k_k.

Tím jest provedeno roztřídění křivek W, které se podstatně liší od jejich klasifikace zavedené v práci Hechtově, který provedl následující rozdělení: 1a) obor těsno-těsné vazby $\left(\frac{k}{d_1} > 1, \frac{k}{d_2} > 1\right)$, 1b) obor volno-těsné vazby $\left(\frac{k}{d_1} < 1, \frac{k}{d_2} > 1\right)$, 2a) obor těsno-volné vazby $\left(\frac{k}{d_1} > 1, \frac{k}{d_2} < 1\right)$, 2b) obor volno-volné vazby $\left(\frac{k}{d_1} < 1, \frac{k}{d_2} < 1\right)$ a užitím odvozených přibližných formulí zjistil, že v oboru 1a) a 1b) existují rozštěpené, v oboru 2a) a 2b) jednoduché resonanční křivky.

Výsledky práce Hechtovy pro obor 1a) a 1b) jsou v souhlasu s výsledky obsaženými v této práci, jak patrno přímo z obr. 2, resp. 5, neboť pro hodnoty k/d_1 a k/d_2 vymezené uvedenými nerovninami se pohybujeme stále v oboru rozštěpených resonančních křivek. Dokonce hranici pro oba obory 1a) i 1b) pro k/d_2 lze snížiti na hodnotu $k/d_2 > 1/\sqrt{2}$. Zároveň však tento graf názorně ukazuje, že v Hechtových oborech 2a) a 2b) vedle jednoduchých resonančních křivek mohou existovati v značné části těchto oborů také křivky rozštěpené, ačkoli z diskuse práce Hechtovy vyplývá pouze existence křivek jednoduchých. V tom se výsledky práce Hechtovy a této práce liší.

Přibližné formule pro W netřeba uváděti, neboť za stejných předpokladů jsou úplně totožné s přibližnými výrazy odvozenými pro W v práci Hechtově, což jest přirozeno, poněvadž Hechtův výraz L jest totožný s výrazem W.

b) *Diskuse výrazu* W_1. Úplně stejným způsobem postupujeme i při diskusi výrazu W_1, který píšeme v přehledné formě

$$W_1 = \frac{a\xi^2 + b_1}{c + d\,(\xi^2 - h)^2}, \tag{29}$$

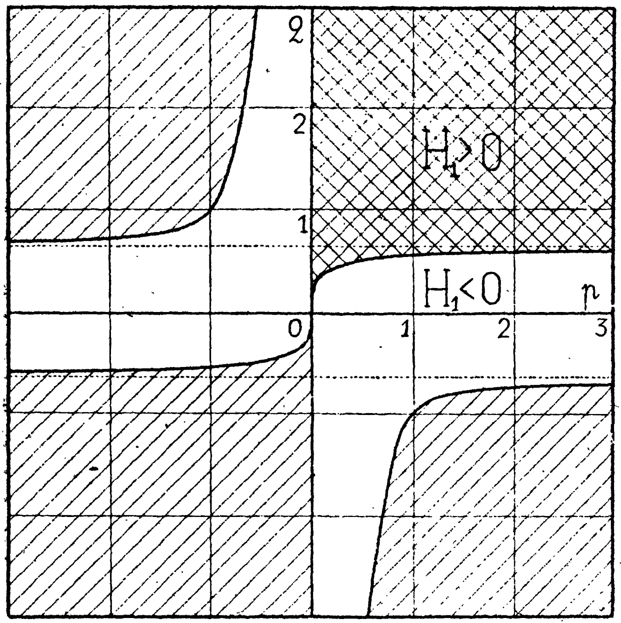
kde platí označení zavedená rovnicemi (21), pouze místo b klademe v souhlase s výrazem (16) $b_1 = 1$. Položíme-li opět $\frac{dW_1}{d\xi} = 0$, dostaneme pro body $\xi_1, \xi_{2,3}, \xi_{4,5}$ výrazy analogické s rovnicemi (23), (24), (25), kde opět místo b jest psáti b_1, takže

$$H_1 = ac + h^2ad + 2db_1h. \tag{30}$$

Aplikujeme-li nyní na výraz H_1 tytéž úvahy, které jsme činili při výrazu H, plyne z toho: Jednoduché resp. rozštěpené resonanční křivky W_1 existují tehdy, je-li $H_1 < 0$, resp. $H_1 > 0$, při čemž H_1 jest dáno výrazem (zavedeme-li do (30) opět označení $p = k/d_1$, $q = k/d_2$)

$$H_1(p, q) = p\,(pq^4 + 2pq^2 + 2q^3 - p) = 0, \qquad (31)$$

což jest hledaná algebraická křivka, která rozděluje rovinu na



Obr. 3.

obory, kde $H_1 < 0$ resp. $H_1 > 0$, čili na obory jednoduchých resp. rozštěpených křivek W_1. Křivka jest zanesena v obr. 3, kde ovšem význam pro tyto úvahy má opět větev v prvém kvadrantu, jejíž asymptotou jest přímka $q = 0{\cdot}64$.

Křivky definované rovnicí W_1 Hecht ve své práci netřídí; přibližné formule pro W_1 uvedené v jeho práci netřeba přirozeně znovu uváděti, ježto jest opět $L_1 = W_1$.

c) *Diskuse výrazu* W_2. Extrémy výrazu

$$W_2 = \frac{\dfrac{k^2}{d_1 d_2}}{c + d\,(\xi^2 - h)^2}. \qquad (32)$$

podle označení daného rovnicemi (21) a podle formule (17) mohou existovati pouze v bodech

$$\xi_1 = 0 \tag{33}$$

$$\xi_{2,3} = \pm \sqrt{h} = \pm \sqrt{k^2 - \tfrac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2)} \tag{34}$$

Extrému v bodě $\xi_1 = 0$ nabývá W_2 vždy, ať jest h jakékoliv. Je-li $h < 0$ jsou body $\xi_{2,3}$ imaginární, W_2 nabývá jediného extrému a to maxima v bodě $\xi_1 = 0$, které je dáno výrazem

$$W_2^{(\xi=0)} = \frac{E^2}{R_1} \frac{\dfrac{k^2}{d_1 d_2}}{\left(1 + \dfrac{k^2}{d_1 d_2}\right)^2} \tag{35}$$

Je-li $h = 0$, splývají všechny tři body v bod jediný $\xi_{1,2,3}$ s maximem funkce W_2 (daným rovnicí (35)). Koeficient k je při tom definován rovnicí $k^2 = \frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2)$ a nazveme jej koeficientem kritického spřažení k_k.

Je-li $h > 0$, jsou body $\xi_{2,3}$ reálné, dostáváme tři extrémy, v bodě $\xi_1 = 0$ minimum a symetricky k němu rozložená, co do absolutní hodnoty stejná maxima v bodech $\xi_{2,3} = \pm \sqrt{h}$, jak jest patrno přímo z výrazu W_2 (32). Body $\xi_{2,3}$ splňují podmínku $\xi^2 = k^2 - \frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2)$ a leží tedy v rovině (ξ, k) pro konstantní d_1 a d_2 na hyperbole, jejíž excentricita se rovná $\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$. Energie W_2 jest dána pro tyto hodnoty $(\xi_{2,3} = \pm \sqrt{h})$ výrazem

$$W_2^{(\xi=\pm\sqrt{h})} = \frac{E^2}{R_1} \frac{\dfrac{k^2}{d_1 d_2}}{1 + \dfrac{k^2}{d_1^2 d_2^2}(d_1 + d_2)^2 - \dfrac{1}{4}\dfrac{1}{d_1^2 d_2^2}(d_1^2 + d_2^2)^2} \tag{36}$$

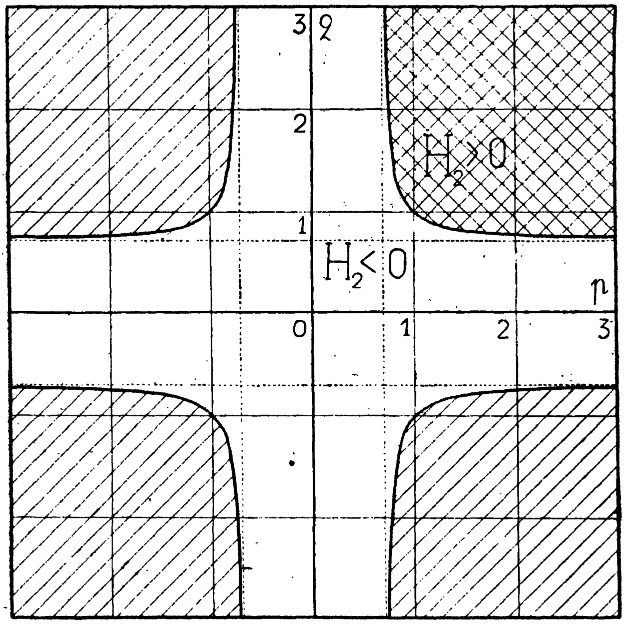
Mohou tedy opět jako v obou předcházejících případech nastati jednoduché resp. rozštěpené resonanční křivky podle toho, je-li $h < 0$ resp. $h > 0$. Rozhraním mezi oběma obory jest opět křivka

$$H_2 = h = k^2 - \tfrac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2) = 0, \tag{37}$$

která v označení $p = k/d_1$, $q = k/d_2$ zní

$$H_2(p, q) = p^2 q^2 - \tfrac{1}{2} p^2 - \tfrac{1}{2} q^2 = 0 \tag{38}$$

a je zanesena v obr. 4. Nás zajímá opět první kvadrant tohoto grafu, z něhož je patrno, že podle Hechtova rozdělení pro těsno-těsnou vazbu $\left(\dfrac{k}{d_1} > 1, \dfrac{k}{d_2} > 1\right)$ mohou existovati pouze rozštěpené, pro volno-volnou vazbu $\left(\frac{k}{d_1} < 1, \frac{k}{d_2} < 1\right)$ pouze jednoduché resonanční křivky. V oborech těsno-volné $\left(\frac{k}{d_1} > 1, \frac{k}{d_2} < 1\right)$ a volno-těsné $\left(\frac{k}{d_1} < 1, \frac{k}{d_2} > 1\right)$ vazby existují oba druhy křivek.

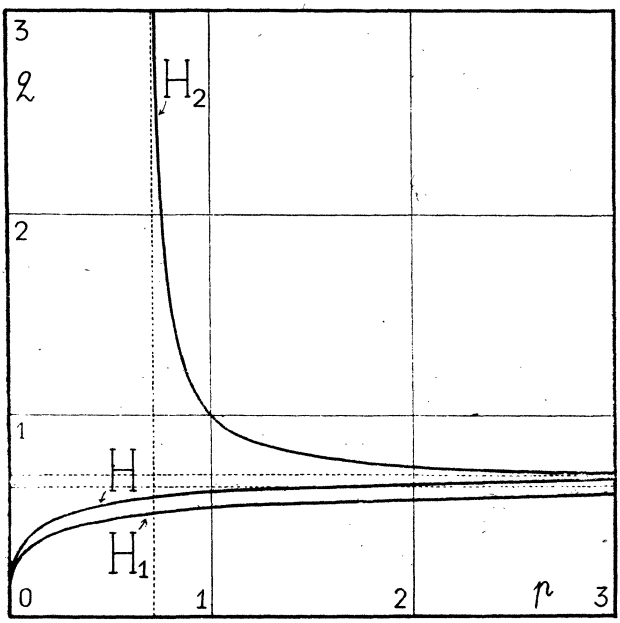


Obr. 4.

V obr. 5 jsou pro srovnání zaneseny pouze v prvním kvadrantu větve křivek H, H_1, H_2, které přicházejí při roztřídění křivek v úvahu. Z tohoto grafu je patrno: Existují-li rozštěpené křivky W_1 v primárním kruhu, nemusí existovati rozštěpené křivky W. Existují-li však rozštěpené křivky W_2 v kruhu sekundárním, pak jsou vždy křivky W i W_1 rozštěpené. Obr. 5 slouží nám též k tomu, abychom zakreslením bodu daného souřadnicemi p a q mohli rozhodnouti, zda se jedná o případ jednoduchých či rozštěpených resonančních křivek.

4. Podmínka pro maximální přenos energie. Za týchž podmínek, z kterých vychází tato práce, zabývá se Kammerloher v citované práci pro $\omega = \omega_1 = \omega_2$ výrazem pro E_2 analogickým k výrazu

(35) a vyšetřuje, kdy nabývá E_2 v závislosti na L_{12} (resp. k) svého maxima. Nabývá-li tohoto maxima E_2, nabývá ho i I_2 a v důsledku toho i energie dodávaná sekundárnímu kruhu. Musí tudíž podmínka $L_{12} = 1/\omega\sqrt{R_1 R_2}$ získaná Kammerloherem pro existenci maxima E_2 souhlasiti s podmínkou získanou z výrazu (35), utvoříme-li jeho derivaci podle k a položíme ji rovnu nule.



Obr. 5.

$$\frac{dW_2^{(\xi=0)}}{dk} = \frac{E^2}{R_1} \frac{2\frac{k^2}{d_1 d_2}\left(1+\frac{k^2}{d_1 d_2}\right)\left(1-\frac{k^2}{d_1 d_2}\right)}{\left(1+\frac{k^2}{d_1 d_2}\right)^4} = 0 \qquad (39)$$

Z toho je patrno, že body hovící podmínce $k^2 = -d_1 d_2$ jsou imaginární, v bodě $k = 0$ existuje minimum $W_2^{(\xi=0)}$. Jest tudíž hledaná podmínka pro existenci maxima

$$k^2 = d_1 d_2 \qquad (40)$$

a je shodná s podmínkou Kammerloherovou (neboť je psána pouze v zavedeném označení). Koeficient spřažení definovaný touto rovnicí nazveme optimální a označíme k_0. Že jest energie $W_2^{(k^2=d_1 d_2, \xi=0)}$, kterou budeme nazývati rovněž optimální, maximem v závislosti na k, plyne z druhé derivace; že jest maximem v závislosti na ξ, jest patrno z toho, že lze podmínku (40) splniti pouze v oboru jednoduchých resonančních křivek, t. j. pro $h < 0$. Neboť pak jest (podle diskuse výrazu W_2 3c)) podle výrazu (37) a (40)

$$k^2 = d_1 d_2 \leqq \tfrac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2)$$

čili

$$(d_1 - d_2)^2 \geqq 0.$$

Lze tedy pro $h < 0$ splniti podmínku (40), ať jest $d_1 \gtreqless d_2$. Je-li však $h > 0$, pak jest (podle (37) a (40))

$$k^2 = d_1 d_2 \geqq \tfrac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2)$$

čili

$$(d_1 - d_2)^2 < 0.$$

Tuto podmínku však nelze v žádném případě splniti. Může tedy existovati pro $\xi = 0$ optimální vazba definovaná rovnicí (40) pouze v oboru jednoduchých resonančních křivek, t. j. pro $h < 0$ a $0 < k < k_k$. V případě, že $k^2 = d_1 d_2$, jest

$$W_1^{(\xi=0,k^2=d_1d_2)} = \tfrac{1}{4}\frac{E^2}{R_1}, \quad W_2^{(\xi=0,k^2=d_1d_2)} = \tfrac{1}{4}\frac{E^2}{R_1}$$

čili

$$W_1^{(\xi=0,k^2=d_1d_2)} = W_2^{(\xi=0,k^2=d_1d_2)} \tag{41}$$

Mimo to má sama rovnice (40) následující fysikální význam. Je-li totiž sekundární kruh s kruhem primárním v resonanci, pak zpětné působení sekundárního kruhu na kruh primární spočívá v zatížení kruhu primárního ohmickým odporem. Velikost tohoto odporu, který indukuje kruh sekundární do kruhu primárního, vypočteme užitím rovnice (2), která v případě, že $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0 = \omega$ zní

$$R_2\mathfrak{J}_2 = -j\omega L_{12}\mathfrak{J}_1. \tag{42}$$

Energie spotřebovaná v kruhu sekundárním $R_2 I_2^2$ musí býti dodána kruhem primárním a je podle (42) dána rovnicí

$$R_2 I_2^2 = \frac{\omega^2 L_{12}^2}{R_2} I_1^2 = R_{12} I_1^2.$$

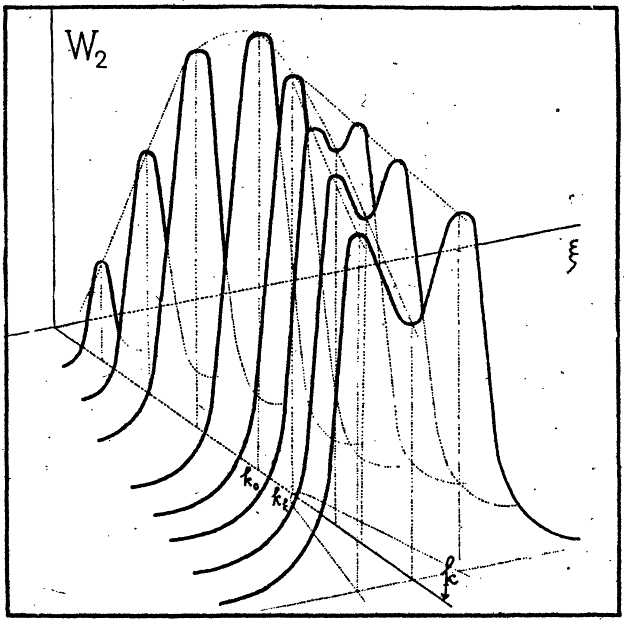
Je tudíž indukovaný odpor dán výrazem $R_{12} = \dfrac{\omega^2 L_{12}^2}{R_2}$. Ježto rovnice (40) se dá psáti též ve tvaru

$$R_1 = \frac{\omega^2 L_{12}^2}{R_2} = R_{12}, \tag{43}$$

je z toho patrno: V resonanci nabývá energie W_2 jakožto funkce

k maximální (optimální) hodnoty tehdy, je-li odpor indukovaný sekundárním kruhem do kruhu primárního roven odporu kruhu primárního.

Obrázek 6 znázorňuje charakter křivek W_2 v závislosti na ξ a k pro různé hodnoty k; je v něm zanesena resonanční křivka pro spřažení optimální k_0 a pro kritické spřažení k_k, za nímž existují již jen křivky rozštěpené.



Obr. 6.

Pokusme se vyšetřiti, zda i v případě, že $h > 0$, neexistuje určitá optimální hodnota W_2 v závislosti na k resp. d_1 a d_2. Existuje-li, pak je to jistě v bodech $\xi_{2,3} = \pm \sqrt{h}$, v nichž nabývá W_2 maximální hodnoty v závislosti na ξ a je dána výrazem (36). Derivujme za tím účelem $W_2^{(\xi=\pm\sqrt{h})}$ podle k

$$\frac{dW_2^{(\xi=\pm\sqrt{h})}}{dk} = -\frac{E^2}{R_1}\frac{k}{2d_1d_2}\cdot\frac{[d_1^2-d_2^2]^2}{\left[1-\frac{1}{4}\frac{(d_1^2+d_2^2)^2}{d_1^2d_2^2}+\frac{k^2}{d_1^2d_2^2}(d_1+d_2)^2\right]^2} \tag{44}$$

Tento výraz, který je vysloveně stále záporný, může býti roven nule jenom tenkrát, je-li $d_1 = d_2$ (neboť $k = 0$ býti nemůže), ať má k hodnotu jakoukoliv. Neboť hodnoty p, q, pro něž jmenovatel výrazu (44), který lze psáti též ve tvaru $(p+q)^2 - (p+q)^2 \cdot (p-q)^2 \frac{1}{4p^2q^2}$ je roven nule, neleží buď vůbec v prvním kvadrantu anebo leží v oboru $H_2 < 0$. (obr. 4). Nabývá tudíž $W_2^{(\xi=\pm\sqrt{h})}$ pro $d_1 = d_2$ vždy extrém, který je maximem. Stejně jako v případě předcházejícím jest

$$W_1^{(\xi=\pm\sqrt{h}, d_1=d_2)} = W_2^{(\xi=\pm\sqrt{h}, d_1=d_2)} = \tfrac{1}{4}\frac{E^2}{R_1}.$$

Tuto hodnotu nazveme opět maximem optimálním. Optimální spřažení v oboru jednoduchých resonančních křivek je pro případ $d_1 = d_2$ (podle (40)) $k^2 = d_1^2 = d_2^2$ a rovno spřažení kritickému $k^2 = \frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2) = d_1^2 = d_2^2 = d^2$.

Charakter křivek pro případ $d_1 = d_2$ jest analogický charakteru křivek zanesených v obr. 6. Energie $W_2^{(\xi=0)}$ v závislosti na k stále roste až do $k^2 = d_1^2$ (= spřažení kritické a zároveň optimální), kde nabývá optimálního maxima $W_2^{(\xi=0, k^2=d_1^2)} = \frac{1}{4} E^2/R_1$. Přejdeme-li spřažení kritické, nabývá v bodech $\xi_{2,3} = \pm\sqrt{k^2 - d_1^2}$ (t. j. v maximech) stále tutéž hodnotu rovnou $W_2^{(\xi=\pm\sqrt{h}, d_1=d_2)} = \frac{1}{4} E^2/R_1$. Leží tudíž optimální maxima funkce W_2 na hyperbole o excentricitě $e = d\sqrt{2}$ v rovině $W_2 = \frac{1}{4} E^2/R_1$ rovnoběžné s rovinou (ξ, k).

Pro různé hodnoty $d_1 = d_2$ dostali bychom různé systémy křivek, mající tu společnou vlastnost, že jejich optimální maxima tvoří rovinu $W_2^{(\xi=\pm\sqrt{h}, d_1=d_2)} = \frac{1}{4} E^2/R_1$ rovnoběžnou s rovinou (ξ, k).

5. **Závěr.** Konečně bych ještě rád upozornil, že tyto výsledky lze aplikovati i na praktické případy. Tak na př. lze užitím odvozených rovnic a jejich důsledků dosíci pro laděnou anténu (kruh primární), která je spřažena s oscilačním kruhem přijimače (kruh sekundární), týchž výsledků, pokud se týče selektivity a zesílení, které získal Rechnitzer ve svém článku „Die abgestimmte, induktiv gekoppelte Antenne“, Telefunken Zeitung No 51, str. 62 (1929).

Mimo to je snad třeba upozorniti ještě na tu okolnost, že všechny výsledky nebudou souhlasiti úplně přesně se skutečností danou experimentem. Neboť v odvození těchto výsledků bylo nutno provésti zanedbání veličiny η jakožto velmi malé vzhledem k jedničce (viz rovnici (11)), což ovšem činí většina prací tímto problémem se zabývajících, rovněž i práce Hechtova. Jak daleko, t. j. pro jaké hodnoty k, resp. k/d_1 a k/d_2 lze považovati tento předpoklad za oprávněný, ukáže experimentální část této práce, která bude uveřejněna později.

Ke konci jest mi milou povinností poděkovati panu profesoru dru A. Žáčkovi za jeho laskavé rady a podporu při této práci.

II. oddělení fysikálního ústavu Karlovy university v Praze II., U Karlova 5.

*

Contribution à la théorie de deux circuits oscillatoires couplés.

(Extrait de l'article précédent.)

On peut parvenir aux équations des courbes de résonance, indiquant le rapport entre le carré de l'intensité et le désaccord, de différentes manières. Dans l'article précédent, une méthode est donnée par laquelle on peut obtenir les courbes de résonance à l'aide du calcul de l'énergie totale W, communiquée au système de deux circuits oscillatoires. Cette énergie totale résulte de l'addition de l'énergie partielle W_1, communiquée au circuit primaire et de l'énergie W_2, communiquée au circuit secondaire. Comme variables arbitraires figurent, dans les équations en question, le désaccord ξ des deux circuits, leur coefficient de couplage k, les amortissements respectifs d_1, d_2. Les expressions W_1 et W_2, étant proportionnelles au carré de l'intensité, donnent les équations cherchées. En supposant égales les fréquences propres ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$) des deux circuits, on discute les courbes W, W_1, W_2 en fonction du désaccord ξ ($\xi = 1 - \omega^2{}_0/\omega^2$). Cette discussion mène à diviser ces courbes en deux groupes: l'un contenant des courbes simples, possédant un seul maximum, l'autre contenant des courbes bifurquées, possédant deux maxima, symétriques par rapport au minimum. Les domaines de l'existence des courbes simples et des courbes bifurquées sont mis en évidence par les figures 2, 3, 4, 5. En cas de résonance (c. à d. pour $\omega_0 = \omega$) la quantité W_2, considérée comme fonction du coefficient de couplage k, atteint son maximum pour $k^2 = d_1\,d_2$, ce qui est la condition pour le transport maximum d'énergie dans le domaine des courbes simples de résonance. On peut interpréter cette condition encore de la manière suivante: En cas de résonance, l'énergie W_2, considérée comme fonction de k, atteint son maximum, si la résistance $\omega^2 L_{12}{}^2 : R_2$, induite dans le circuit primaire par le circuit secondaire, est égale à la résistance ohmique R_1 du circuit primaire. Dans le domaine des courbes bifurquées cette condition se réduit à l'égalité $d_1 = d_2$. Ces résultats ne présentent pas seulement un intérêt théorique, ils se prêtent aussi à des applications pratiques.