$$\frac{\sin x}{1^2}-\frac{\sin 3x}{3^2}+\frac{\sin 5x}{5^2}-\ldots={}^1/_4\int_0^1\frac{dz}{z}l\frac{1+2z\sin x+z^2}{1-2z\sin x+z^2}.$$

Řada tato má hodnotu $\frac{\pi x}{4}$ aneb $\frac{\pi}{4}(\pi-x)$, podle toho, je-li $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$ aneb $\frac{\pi}{2}\leqq x\leqq\pi$ *), tedy

$$\int_0^1\frac{dz}{z}l\frac{1+2z\sin x+z^2}{1-2z\sin x+z^2}=\pi x \text{ aneb } \pi(\pi-x). \tag{22}$$

Hodnotu πx tohoto integrálu zjednáme si také ze vzorce (16), píšeme-li v něm $\frac{\pi}{2}-x$, $\frac{\pi}{2}+x$ místo x a odečteme-li oba nové vzorce, čímž se objeví také integrál (22).

Jest-li $x=\frac{\pi}{2}$, jde z (22)

$$\int_0^1 l\frac{1+z}{1-z}\frac{dz}{z}=\frac{\pi^2}{4}. \tag{23}$$

Že vzorce napřed uvedené zahrnují v sobě ještě hojnost jiných, jest patrno.

Vůbec výrazy logarithmické zde uvedené tvoří s jakousi funkcí x zvláštní typus integrálů v mezích 0 a 1, s kterými, jak známo, nejprvé *Euler* ve svém díle o integrálném počtu se zanášel. Později uvádí *Legendre* tyto integrály pod jmenem Eulerovských ve svém „Traité des fonct. ellipt."

O základních vzorcích goniometrických.

(Podává *A. Pánek.*)

Spůsobů, jakými lze vyvinouti známé vzorce pro $\frac{\sin}{\cos}(\alpha\pm\beta)$, jest velmi mnoho, takže v rozličných knihách učebných s rozličnými se potkáváme. Nejjednodušší jsou arci takové, které vyžadují nejméně přípravy a nejrychleji vedou k cíli. A k těmto patří, tuším, také i následující:

---

*) *Mayer*, Vorlesungen ü. d. Theorie d. bestimmten Integrale. Leipzig, Teubner, 1871., pag. 265.

Sestrojíme-li v trojúhelníku ABC*), v němž slují strany a, b, c, úhly α, β, γ, přímku $CE \perp AB$ a je-li $AE = m$, $EB = n$, tedy $c = m + n$, platí

$$b : (m + n) = \sin\beta : \sin\gamma,$$

z čehož jde, jelikož tu

$$\gamma = \pi - (\alpha + \beta),$$

$$b \sin(\alpha + \beta) = (m + n) \sin\beta$$

$$= (a \cos\beta + b \cos\alpha) \sin\beta$$

neb

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta,$$

jelikož

$$a \sin\beta = b \sin\alpha.$$

Je-li β úhel tupý, vede se důkaz podobně.

Použijeme-li pak vzorců

$$\cos^2(\alpha + \beta) = 1 - \sin^2(\alpha + \beta)$$

$$1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha,$$

obdržíme, sečteme-li na obou stranách a odmocníme-li, použivše předešlého vzorce,

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

co druhý vzorec základní. **)

Nové poučky o determinantech.

(Podává dr. *F. J. Studnička.*)

Jak známo, nemění se hodnota determinantu

$$D = \begin{vmatrix} a_{1,1}, a_{1,2}, \ldots, a_{1,n} \\ a_{2,1}, a_{2,2}, \ldots, a_{2,n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{n,1}, a_{n,2}, \ldots, a_{n,n} \end{vmatrix}, \tag{1}$$

odečteme-li prvky některé řady od příslušných prvků řady souběžné.

Odečteme-li tedy od prvků druhého, třetího, . . ., $n$tého sloupce prvky sloupce prvního, druhého, . . ., $(n-1)$ho, obdržíme, značí-li všeobecně

---

*) Výkres nechť si laskavý čtenář sám sestrojí.

**) Srovnej *Grunerts Archiv für Math. u. Physik.* XXI. Theil, pag. 237,