Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Josef Studnička

Poznámka k theorii trochoid

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 5, 252--253

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122695

Drobné zprávy.

Poznámka k theorii trochoid.

(Podává dr. *F. J. Studnička*.)

Na stránce 54. tohoto časopisu uveřejnil p. prof. *F. Hoza* „příspěvek k dějepisu trochoid," při kteréžto příležitosti jsem poznamenal, že v některém budoucím čísle připojím doplněk k theorii těchto křivek, k nimž se též vztahuje mathematická úloha 13. na str. 41. uvedená.

Vyjádříme-li půdici trochoidy AB — ob. 81. — rovnicí

$$y = f(x), \tag{1}$$

valenou křivku CDE rovnicí

$$r = F(\varrho) \tag{2}$$

a trochoidu příslušnou FI rovnicí

$$\eta = \varphi(\xi), \tag{3}$$

řeší kterou koli úlohu této theorie soustava rovnic*)

$$[\xi - x + (\eta - y)y']\sqrt{r^2 + r'^2} + rr'\sqrt{1 + y'^2} = 0, \tag{4}$$

$$(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 = r^2, \tag{5}$$

$$\xi - x + (\eta - y)\eta' = 0, \tag{6}$$

již možná vyloučením rozdílu $(\xi - x)$ uvésti na

$$\frac{\eta' - y'}{1 + \eta' y'} = \frac{r'}{r}, \tag{7}$$

$$(\eta - y)^2 (1 + \eta'^2) = r^2, \tag{8}$$

jichž geometrický význam jest zcela patrný.

Vzorce tyto se valně zjednoduší pro ten případ, že hledá se trochoida nějaké křivky valené na přímce.

Zvolíme-li totiž tuto přímku za osu úseček, bude

$$y = 0, \quad y' = 0,$$

načež se poslední vzorce snadno přemění v jednodušší

$$\eta' = \frac{r'}{r}, \tag{9}$$

*) Srovnej *Studničky* „Základové vyšší mathem." Díl III. pag. 85,

$$\eta^2(1+\eta'^2)=r^2, \tag{10}$$

z nichž jen třeba vyloučiti pomocí rovnice (2) veličiny r a r', aby se obdržela differenciální rovnice hledané trochoidy.

Podobné zjednodušení možná provésti pro ten případ, že se hledá půdice nějaké křivky, jejíž trochoida jest přímka.

Neb zvolíme-li i tu přímku tuto za osu úseček, bude

$$\eta=0,\ \eta'=0,$$

načež ze soustavy rovnic (7) a (8) obdržíme jednoduché vzorce

$$-y'=\frac{r'}{r}, \tag{11}$$

$$y=r, \tag{12}$$

jejichž geometrický význam jest tak patrný jako v případě předcházejícím.

O vzorci vyjadřujícím plochu trojúhelníku pomocí stran jeho.

(Podle Baltzera podává dr. *F. J. Studnička.*)

Značí-li a, b, c strany trojúhelníka a s poloviční obvod, est p locha jeho $\varDelta$ určena vzorcem

$$\varDelta^2=s\,.\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c),$$

což ponejprv se vyskytuje ve spisech Heronových, jichž alexandrinští užívali co kompendia praktické geometrie a považovali za doplněk elementů Euklidových, jakž *Letronne* a *Martin* dokázali.

Poučka tato obsažena jest v Heronově geodaesii bez důkazu, v úplném spisu geodaetickém *περὶ διόπτρας* s důkazem, jejž *Venturi* r. 1814 (Com. sopra le storia e le teorie dell' ottica t. 1.) uveřejnil, načež v původním znění od *Vincenta* (Notices et extraits de MS. de le bibl. impér. t. 19, II. pag. 286) a *Hultsche* (Heronis reliquiae p. 235 a Zeitschr. f. Mbth. IX. p. 225) byl uveden.

Jiný starý důkaz této poučky sdělil podlé *Pacioliho* ve své trigonometrii (p. 109 a 374) *Pfleiderer.* Důkaz tento, jejž Venturi nalezl u *Leonarda Pisana* (Practica geometriae 1220;