

František Konečný

Síly určující směr a sílu větru v barickém poli

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 75 (1950), No. 4, D427--D433

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122653>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1950

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

vakuum možno zistiť hmotu m presne na miliontinu [10^{-6}]. To sú ovšem požiadavky, ktoré po odvážení predmetu mnohokrát nespĺňujeme a omluviteľné len vtedy, keď vážime látky hutnejšie, lebo prvý člen rovnice pre dm/m klesá 10krát už pri špecifickej hmote $s = 4$ až 5 , kdežto druhý až pri $s = 10$. Keď sa uspokojujeme so špecifickou hmotou $\sigma = 0,0012$, t. zv. normálneho vzduchu priemernej teploty, tlaku i vlhkosti a redukciu prevádzame podľa vzorca $m = z + 0,001z \cdot 1,2[8,4 - s]/8,4s$, dopúšťame sa pri bežnom vážení chyby až 10násobnej, t. j. určujeme zváženú hmotu presne len na stotisícinu. Účelná presnosť váh obnáša preto 10^{-5} až 10^{-6} , t. j. $1 - 0,1$ mg/100 g a konštruovať váhy vážiace presne na 10^{-7} , t. j. $0,01$ mg/100 g nemá preto veľkého praktického významu. Základnými typmi analytických váh zostávajú preto váhy so zaťažiteľnosťou 200 g a priamou optickou indikáciou ± 100 mg s odhadom $0,1$ mg pomocou nonia alebo mikrováhy so zaťažiteľnosťou 20 g, priamou optickou indikáciou ± 10 mg a odhadom $0,01$ mg pomocou nonia.

Ústav pre lekársku fyziku, Košice, december 1949.

The last progress in construction of the analytical balances. In the first part of this article are given the theoretical claims of the design of sensitive and precise analytical balance as they follow from the general equilibrium-condition. The results of these considerations are confronted with the possibilities of the production of such apparatus and a quite new construction of the MEOPTA analytical balance with the device for fullautomatic jointing of weights and with optical reading up to 200 g is described.

SÍLY URČUJÍCÍ SMĚR A SÍLU VĚTRU V BARICKÉM POLI.

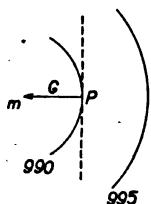
FRANTIŠEK KONEČNÝ, Olomouc.

V každém barickém poli působí na vzdušné částice celkem čtyři síly: síla barického gradientu, odchyľující síla zemské rotace (síla Coriolisova), odstředivá síla a tření. Působením těchto sil se pohybují vzdušné částice určitým směrem a rychlostí; vzniká vítr. Mají-li síly výslednici nulovou, t. j. jsou-li v rovnováze, nastává rovnoměrný pohyb vzdušných částic, t. j. pohyb bez zrychlení. A tento rovnoměrný pohyb se budeme snažit početně zpracovat; vyvozené vzorce se budou poměrně málo lišit od skutečnosti, a to zvláště tehdy, budou-li platit pro převážně stabilní situace tlakové a budou-li časově a prostorově omezeny.

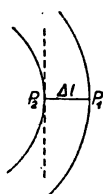
Vliv síly barického gradientu. Definujme barický gradient G jako úbytek vzdušného tlaku připadající na jednotkovou vzdálenost měřenou kolmo k isobarám (obr. 1). Pak, zjistíme-li na dráze Δl (kolmá k isobarám) spád tlaku Δb , platí pro barický gradient tento vzorec:

$$G = - \frac{\Delta b}{\Delta l}$$
 Vzdálenost Δl volí se v t. zv. rovníkových stupních, při čemž $1^\circ \approx 111$ km (obr. 2).

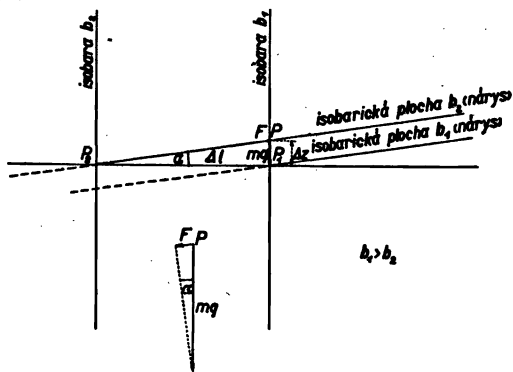
Vlivem barického gradientu se pohybují vzdušné částice po isobarické ploše ve směru normály příslušné isobary (průsečíku isobarické plochy se zemí). Necht' (obr. 3) vzdušná částice v bodě P na isobarické



Obr. 1.



Obr. 2.



Obr. 3.

ploše b_1 má hmotu m a pohybuje se urychlením a . Pak pro sílu F barického gradientu platí:

$$F = ma = mg \sin \alpha \approx mg \operatorname{tg} \alpha,$$

neboť α jest jen několik desítek vteřin (sklon isobarických ploch jest menší než 1 : 100).

Avšak $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta z}{\Delta l}$ a zavedeme-li výškový stupeň tlakový v' (spád tlakový Δb v $m b$, vzdálenost Δz v m pro změnu tlaku ve směru vertikálním), pak $\Delta z = v' \Delta b$, $\operatorname{tg} \alpha = v' \frac{\Delta b}{\Delta l}$, a tedy

$$F = mg v' \frac{\Delta b}{\Delta l}. \quad (1)$$

Síla barického gradientu působí urychlení

$$a = g v' \frac{\Delta b}{\Delta l}. \quad (2)$$

Měříme-li Δb na vzdálenost 1° rovníkového, t. j. 111 km, pak $\Delta l = 111\,000$ m; dosadíme-li dále do vzorce (2) $g = 981$ cm/sec², $v' = 8$ m a provedeme-li výpočet, má urychlení barického gradientu hodnotu:

$$a = 0,07 \Delta b \text{ cm/sec}^2. \quad (3)$$

Poněvadž maximální hodnoty Δb činí v našich krajích 3 až 7 mb (na 1° rovníkový), dosahují urychlení síly barického gradientu u nás nejvyšší hodnoty 0,5 cm/sec², t. j. asi $\frac{1}{200}$ urychlení tíže zemské.

Pro rychlost t. zv. gradientového větru platí vzorec:

$$v = \sqrt{2a \cdot \Delta l} = \sqrt{2gv' \frac{\Delta b}{\Delta l} \cdot \Delta l} = \sqrt{2g v'} \cdot \sqrt{\Delta b}. \quad (4)$$

Chceme-li určit rychlost v v metrech, pak dosadíme: $g = 9,81$ m/sec², $v' = 8$ m. Pak

$$v = 12,44 \cdot \sqrt{\Delta b} \text{ m/sec}. \quad (5)$$

Pro $\Delta b = 4$ mb (na 111 km) je $v \approx 25$ m/sec, t. j. 90 km/hod., což odpovídá 10 až 11 stupni síly větru dle Beaufortovy dvanáctidílné stupnice (silná víchřice). Ve skutečnosti vane při tomto gradientu vítr 8. Beaufortova stupně (bouřlivý vítr) rychlostí 12 až 15 m/sec. Příčinou toho je brzdicí vliv jiných sil, hlavně tření.

Vliv odchylovací síly zemské rotace. Vlivem otáčení se Země kolem osy uplatňuje se vedle odstředivé síly, pozměňující tíhové zrychlení, ještě t. zv. Coriolisova síla, působící na všechna pohybující tělesa na zemi. Síla tato, nazývaná odchylovací silou zemské rotace, je dána vzorcem:

$$A = m \cdot 2\omega v \sin\varphi, \quad (6)$$

kde ω jest úhlová rychlost zemské rotace (v míře obloukové), φ zeměpisná šířka a v rychlost pohybujícího se tělesa na zemi v m/sec. Coriolisova síla působí vždy ve směru kolmém na vektor rychlosti pohybujícího se tělesa a stáčí pohyb tělesa na severní polokouli do prava. Propočítáme-li úhlovou rychlost podle vzorce $\omega = \frac{1}{180} \pi \cdot \frac{1}{24}$, dostaneme $\omega = 0,00723$ a vzorec (6) bude mít tvar:

$$A = m \cdot 0,0146v \sin\varphi, \quad (7)$$

kde v jest rychlost gradientového větru v m/sec.

Urychlení Coriolisovy síly má v našich šířkách ($\varphi = 50^\circ$) hodnotu:

$$a = 0,0146v \cdot 0,76 = 0,011v.$$

Dosadíme-li podle vzorce (5) $v = 12,44\sqrt{\Delta b}$, dostaneme

$$a = 0,14 \sqrt{\Delta b} \text{ cm/sec}^2. \quad (8)$$

Poněvadž hodnota Δb nepřesahuje v našich krajích 7 mb (na 111 km), činí maximální hodnota Coriolisovy síly u nás méně než 0,4 cm/sec². Hodnoty urychlení síly barického gradientu a uchylující síly zemské rotace jsou téhož řádu a přibližně stejné.

Položme obě síly F , A sobě rovny. Pak působí při nulovém zrychlení vítr rovnoběžný s isobarami o stálé rychlosti v , kterou počítáme z rovnice $F = A$. Použijeme-li rovnic (3), (7), pak:

$$0,07\Delta b = 0,0146v \sin\varphi \text{ a tedy } v = \frac{4,8}{\sin\varphi} \Delta b. \quad (9)$$

Pro $\varphi = 50^\circ$ vychází v naší zeměpisné šířce

$$v = 6,3\Delta b \text{ m/sec.} \quad (10)$$

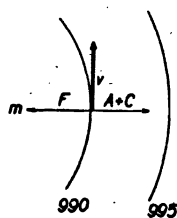
Poněvadž vzorec (10) byl počítán se zanedbáním tření a odstředivé síly (malé proti tření), možno jej použít pro počítání rychlosti větru ve volné atmosféře, kde již ve výškách několika set m je možno tření jako velmi malé zanedbat. Počítáme-li rychlost větru u země, dává nám vzorec hodnoty průměrně o 50% větší.

Vliv odstředivé síly. Na pohybující se vzdušné částice působí vedle Coriolisovy síly ještě odstředivá síla C podle vzorce

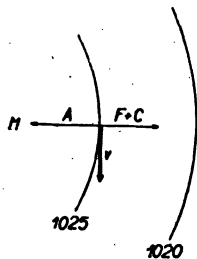
$$C = \frac{mv^2}{r}, \quad (11)$$

pohybují-li se vzdušné částice po zakřivených drahách. Tento případ nastává v cyklonálních a anticyklonálních útvarech tlakových se zakřivenými isobarami.

Jsou-li síly F , A , C v rovnováze, t. j. mají-li výslednici nulovou, působí vítr ve směru tečen isobar a o konstantní rychlosti v . Tuto rychlost větru můžeme v cyklonálním útvaru tlakovém počítat podle rovnice



Obr. 4.



Obr. 5.

$F = A + C$ (obr. 4) a v anticyklonálním útvaru tlakovém podle rovnice $A = F + C$ (obr. 5). Dosadíme-li do rovnice $F = A \pm C$ podle (3), (7), (11), dostaneme pro $m = 1$ rovnici

$$0,07\Delta b = 0,0146v \sin\varphi \pm \frac{v^2}{r}, \quad (12)$$

kde znaménko $+$ platí pro cyklonu, znaménko $-$ pro anticyklonu, r je poloměr křivosti isobary v m.

Z kvadratické rovnice (12) můžeme rychlost větru přesněji počítat než z rovnice (19), neboť v ní zanedbáváme již jen působení tření.

Rovnice ovšem zase nejlépe vyhovuje tam, kde můžeme tření zanedbat, což lze učinit již ve výškách několika set m nad zemí; počítáme-li podle vzorce (12) rychlost větru u povrchu zemského, dostáváme hodnoty příliš velké (až asi o 40% větší). Poněvadž vektor odstředivé síly jest průměrně čtyřikrát až pětkrát menší než vektor Coriolisovy síly, můžeme při málo zakřivených isobarách a malých rychlostech větru odstředivou sílu C jako malou proti silám A , F zanedbat a rychlost v počítat podle jednoduššího vzorce (10).

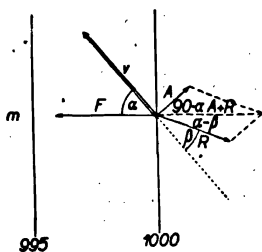
Vliv tření. Při pohybu vzdušných částic vzniká tření jednak následkem přímého dotyku částic se zemí, jednak následkem soudržnosti vzdušných molekul (vnitřní tření), jednak následkem turbulence (virtuální tření). Turbulencí, t. j. chaotickými pohyby vzdušných částic (způsobenými ohříváním a nerovností půdy) přenášejí se pomaleji se pohybující částice vzdušné u země do vyšších vrstev, čímž nastává vyrovnávání hybností a tím vyrovnávání rychlostí částic pomaleji a rychleji se pohybujících. Virtuální tření se projevuje ovšem nejsilněji u země a s rostoucí výškou ho ubývá. Ve stabilních hmotách vzdušných působí pro poměrně malou turbulenci pouze do výšky asi 200 m. Naproti tomu ve vratkých vrstvách vzdušných (mořský polární vzduch a podobně) projevuje se virtuální tření někdy až do výšky 1 km. Vnitřní tření můžeme zanedbat jako nepatrné. Tření působené stykem vzdušných molekul se zemí jest ovšem nejsilnější. Proto také tření R má největší hodnotu u povrchu zemského a s rostoucí výškou se rychle zmenšuje, takže ve výšce 1 km je prakticky vždy již rovno nule. Pro počítání tření používá se formule $R = f(v)$, kterou chceme vyjádřit, že velikost tření je funkcí rychlosti pohybujících se vzdušných částic; konstanty vyskytující se ve formuli závisí na činitelích, majících vliv na tření. Pro přibližné počítání můžeme vystačit se vzorcem

$$R = kv, \quad (13)$$

kde k je konstanta závisící hlavně na tvárnosti povrchu zemského (nad mořem je přibližně dvakrát menší než nad zemí). Hodnoty konstanty k bývají pro různé terény a výšky uváděny v tabulkách. Hodnota síly R je většinou téže řádové velikosti jako hodnota sil F , A (působí urychlení desetín a setín cm/sec^2).

Poněvadž každé tření projevuje se jako síla působící proti pohybu, zmenšuje se třením rychlost pohybu vzdušných částic. Zmenšení rychlosti způsobuje zmenšení sil A , C (závisících přímo na rychlosti), což má za následek stáčení větru na stranu barického gradientu, t. j. dovnitř oboru nižšího tlaku. Při působení tření protíná tedy vektor rychlosti vždy isobary a to dovnitř oboru nižšího tlaku, a svírá s vektorem síly barického gradientu ostrý úhel α . Úhel α je největší u povrchu zemského (ve střední Evropě činí průměrně 45° , v západní Evropě 60° a nad moři kolem 80°); s rostoucí výškou se zvětšuje, takže ve výšce 1 km jest již vždy roven 90° .

K matematickému vyšetření vlivu tření na směr a rychlost větru budeme předem vyšetřovat vliv tření za tlakové situace charakterizované přibližně přímočarými isobarami. V tomto případě jest síla odstředivá rovna nule a na pohybu vzdušných částic se účastní pouze tři síly (obr. 6): F , A , R . Necht' zase výslednice těchto sil je rovna nule, takže vznikne vítr stálé rychlosti v . Pak vektor F je roven součtu vektorů A , R , vektory A , v svírají pravý úhel, $\alpha < 90^\circ$. Úhel β je podle měření Hasselbergových, Sverdrupových a Sandströmových roven 38° .



Obr. 6.

Rychlost v vzdušného proudění počítáme z rovnice:

$$F = A \cos(90 - \alpha) + R \cos(\alpha - \beta). \quad (14)$$

Dosadíme-li za F , A , R patřičné výrazy podle vzorců (3), (7), (13), pak

$$0,07\Delta b = (0,0146 \sin\varphi \sin\alpha)v + kv \cos(\alpha - \beta).$$

Odtud

$$v = \frac{0,07\Delta b}{0,0146 \sin\varphi \sin\alpha + kv \cos(\alpha - \beta)} \text{ m/sec}, \quad (15)$$

kde Δb jest spád tlaku v mb na dráze 111 km.

Odchylnu α větru od gradientu počítáme podle vzorce

$$F = A \sin\alpha + R \cos(\alpha - \beta).$$

Rozvedeme-li $\cos(\alpha - \beta)$, dostaneme goniometrickou rovnici

$$a \sin\alpha + b \cos\alpha - F = 0, \quad (16)$$

kde

$$a = A + R \sin\beta, \quad b = R \cos\beta.$$

Rovnici (16) můžeme řešit zavedením funkce polovičního úhlu. Pak nejprve $2a \sin \frac{1}{2}\alpha \cos \frac{1}{2}\alpha + b \cos^2 \frac{1}{2}\alpha - b \sin^2 \frac{1}{2}\alpha - F = 0$. Dále

$$2a \operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha + b - b \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}\alpha - F(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}\alpha) = 0$$

a odtud

$$(b + F) \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2}\alpha - 2a \operatorname{tg} \frac{1}{2}\alpha + (F - b) = 0. \quad (17)$$

Z poslední rovnice:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_{1,2}}{2} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - (F + b)(F - b)}}{F + b}.$$

Rovnici vyhovuje kladné znaménko u odmocniny:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a + \sqrt{a^2 - (F + b)(F - b)}}{F + b} \quad (18)$$

$$(a = A + R \sin \beta, b = R \cos \beta).$$

Vyšetřujeme-li směr a sílu větru v cykloně (obr. 7), pak

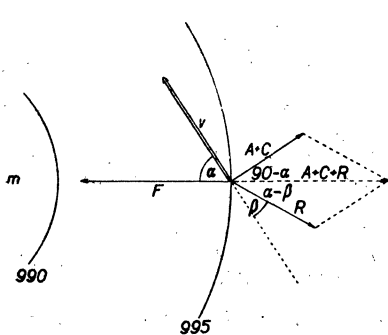
$$F = (A + C) \sin \alpha + R \cos(\alpha - \beta). \quad (19)$$

Dosadíme-li za F, A, C, R patřičné výrazy, obdržíme

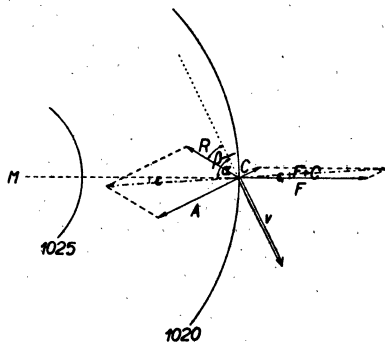
$$0,07 \Delta b = 0,0146 \sin \varphi \sin \alpha + \frac{v^2}{r} \sin \alpha + kv \cos(\alpha - \beta),$$

a po úpravě

$$\frac{\sin \alpha}{r} v^2 + [0,0146 \sin \varphi \sin \alpha - k \cos(\alpha - \beta)] - 0,07 \Delta b = 0. \quad (20)$$



Obr. 7.



Obr. 8.

Z poslední kvadratické rovnice můžeme pak vypočítat v . Pro odchylku α větru od gradientu platí vzorec (18), kde však $a = A + C + R \sin \beta$.

Vyšetřujeme-li směr a sílu větru v anticykloně (obr. 8), pak

$$F + C = A \cos(90 - \alpha - \varepsilon) + R \cos(\alpha - \beta + \varepsilon), \quad (21)$$

kde v rovnoběžníku pro síly C, F se podle sinové věty dokáže, že

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{C \cos \alpha}{F + C \sin \alpha}.$$

Rovnice (21) poslouží nám zase jako základ pro výpočet rychlosti v a odchylkového úhlu α ; výpočty už zde neuvádíme.

Sur les directions et forces du vent sous la pression atmosphérique.
L'auteur donne les formules pour le calcul des forces déterminantes la direction et la force du vent au point de vue de la pression atmosphérique.