

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Věstník literární

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 37 (1908), No. 5, 546--560

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122625>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1908

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## Věstník literární.

## Recenze knih.

**Thermika.** Sepsal c. k. dvorní rada Dr. *Čeněk Strouhal*, prof. exp. fyziky na české universitě K. F. (Sborníku Jednoty českých matematiků v Praze č. XI.) Vydáno podporou české Akademie císaře Františka Josefa nákladem Jednoty č. m. v Praze 1908. (658 stran, 214 obrázků.)

Již třetí díl obšírné svojí experimentální fyziky předkládá nám pan autor, pokračuje takto v záslužném díle započatém před 7 lety. Tato událost zajisté naplňuje nemalou radostí každého českého fyzika, poněvadž znamená podstatný pokrok na poli naší odborné literatury.

O novém spise Strouhalově lze pronésti všechnu chválu, kterou vzdal prof. Koláček oběma dílům předchozím\*). Stejně bohatý obsah, jasné výklady a přesné, zevrubné detaily; stejně zajímavé podrobnosti experimentální a názorné obrazce i diagramy — v historických nástinech a životopisných poznámkách *Thermika* obě dřívější knihy ještě překonává. Budiž především reprodukován stručně obsah jednotlivých kapitol.

V kapitole I. podává autor přehledný, celkem správný obraz historie teploměru, jeho zdokonalování a přehled hlavních typů dnes užívaných; vykládá, kterak se teploměru užívá s ohledem na všechny chyby možné při teploměrných měřeních, zavádí vědeckou definici teploty a mluví pak obšírně o měření teplot (zvl. vysokých) na jiném základě, nežli termometrickém.

Velmi případná je poznámka (str. 10.) o zavedení megadyne jako normálního tlaku pro bod varu, o kalibrování teploměrů, jak se skutečně provádí (str. 19.), o ceně maximomínimálních teploměrů vůči thermografům (str. 34.) a j. Pojednání o pyrometrii je přehledné a výstižné.

Kapitola II. pojednává o změnách objemových. Obšírným způsobem vyloženy jsou metody k měření koeficientu roztažnosti těles tuhých a sestaveny výsledky v několika tabulkách. Budiž tu zvláště vzpomenu výkladu o roztažnosti krystallů a Fizeauově metodě, měřiti tuto roztažnost pomocí interferenčních zjevů světelných.

Velmi správná jest poznámka o mikrometrické metodě (str. 63.), která mohla býti více zdůrazněna již proto, že táž myšlenka je podkladem metody Roy-Ramsdenovy\*\*) pocházející

\*) Viz kritiky uveřejněné v roč. XXX. str. 25 a roč. XXXII. str. 327 >Časopisu pro pěstování matematiky a fyziky.<

\*\*) V celé řadě moderních velkých učebnic nebývá tato metoda uváděna, ač je přesnější než Laplace-Lavoisierova. Výklad hled. v A. Ganot, *Traité de Physique* 1862, p. 232 a E. Mach, *Wärmelehre*.

z r. 1787. Přehled užití roztažnosti, k němuž vlastně patří i cenná historická reminiscence na str. 59., zamlouvá se obsahem i formou.

Pokusu zobrazenému na str. 57. věnováno bylo více místa, než bývá zvykem; přístroj Edelmannův (str. 61.) je sice dobrý pro demonstrace, ale jeho nespolehlivost a některé jiné závady způsobují, že se nehodí k přesné práci.

Zaslouženou pozornost věnuje autor slitinám, aspoň nejdůležitějším; k doplnění budíž uveden koeficient roztažnosti niklové oceli (invaru)

$$\beta = 0.877 \times 10^{-6},$$

kteréžto číslo chybí dosud ve většině učebnic, stejně jako složení této důležité slitiny (viz str. 86.) obsahující 36.1% niklu.

Úvodní článek o roztažnosti kapalin vyniká jasností výkladu; všechny metody jsou zevrubně popsány, zejména ovšem pamatováno na nepravidelnou roztažnost vody. Přidané tabulky sestaveny jsou s neobvyklou důkladností.

Experimentující fyzik rád si všimne poznámek na str. 92., 93., dle nichž účelně zaříditi lze demonstrace. Jen tolik dlužno připomenouti, že relace

$$\alpha = 3\beta$$

uvedená na str. 92. neplatí přesně. Zpracováním skla na sklářské lampě změni se totiž jeho termické vlastnosti do té míry, že nelze kubický koeficient  $\alpha$  baňky, zhotovené z dané trubice, odvozovati z lineární roztažnosti  $\beta$  původní trubice přesně, nýbrž jen přibližně; příklad uvádí L. Pfaundler\*). Výklady o roztažnosti rtuti (str. 98., 99.) a pěkný demonstrační aparát (obr. 38.) sluší vytknouti, jakož i pěkné pojednání o vlivu teploty na zvýšení tlaku v tekutinách.

Roztažnost plynů je podána se stanoviska moderního a přihlíží se i k nejnovějším měřicím přístrojům (vzduchový teploměr, obr. 49.).

Proti autorově Mechanice jest nově zaveden pojem t. zv. koeficientu stlačitelnosti plynů při stálé teplotě  $\gamma$  (str. 148.), jehož definici lze těžko uvéstí v souhlas s Boyleovým zákonem; pro začátečníka myslícího znamená toto zavedení značné potíže.

Výklady na str. 151. jsou původním příspěvkem autorovým, a to velmi zajímavým. Je škoda, že není blíže objasněn fyzikální smysl rovnice

$$p + \frac{a}{v^2} = 0$$

\*) Müller-Pouillet-Pfaundler, Lehrbuch d. Physik u. Meteorologie 1907. III. p. 70.

a zejména vztah její ke zkapaňování plynů, které nastává již při tak hlubokých teplotách.

V kapitole III. jsou pěkně zpracovány zvláště výklady úvodní a definice tepelné jednotky; v obou příslušných člancích nalezne čtenář zajímavé podrobnosti, podobně jako ve článku o kalorimetru Regnaultově (str. 172.).

Všeobecné pojednání o vnitřní a vnější práci při zahřívání ilustruje dobře číselný příklad (na str. 185.). Výsledky kalorimetrických měření jsou sestaveny v četných tabulkách, k nimž jsou připojeny obšírné výklady; zejména začátečník přijme zajisté vděčně podobné výklady, jimiž se učí rozumět tabulkám i diagramům znázorňujícím průběh fyzikálních veličin (str. 188., 189.).

Bohatý pozorovací materiál je nahromaděn při zákoně Dulong-Petitově a z něho odvozených zákonech Neumannově a Joule-Koppově.

Měrná tepla kapalin i plynů jsou předmětem další stati, v níž jsou vyloženy zvláštní metody podmíněné povahou látky. Zcela správná kritická poznámka týká se rozdílu mezi měrným teplem téže látky ve skupenství tuhém a kapalném (str. 215.).

Naproti tomu kritika metody Laplace-Lavoisierovy je příliš benevolentní. E. Mach vždy tvrdil ve svých přednáškách, že vlastně oba badatelé dobrou metodu Blackovu zhoršili a jejich přístroj jest podle něho vzorem přímo odstrašujícím\*).

Upravu Bunsenova kalorimetru ledového přičítanou *B. Mayovi* (str. 179) navrhli *Schuller* a *Wartha*; není však zcela jisto, zdali je tak přesna, jak se tvrdí. Při měření specifického tepla plynu  $c_p$  methodou E. Wiedemannovou jest v obr. 66. správně nakresleno vysušovací zařízení pro vzduch, který se stýká skrze stěny kaučukového vaku *C* se vzduchem z láhve Mariotteovy a tím vlhne. Této vady, která zbytečně celou věc komplikuje, nemá starší úprava Regnaultova, která jest i názornější.

Clément-Desormesův přístroj je velmi výhodný v theorii, ale v praxi nelze jím docílití spolehlivých výsledků. Methoda Lummer-Pringsheimova není blíže kritisována.

Pokus Tyndallův (str. 195) provádětí s kuličkami stejného objemu na místě stejné hmoty se nedoporučuje. Nutné přepočítávání zastírá pak názornost tohoto orientačního pokusu, který nemůže činití nároků na přesnost již proto, že nejen měrné teplo, nýbrž i vodivost rozhodují o výsledku.

Kap. IV. ze všech nejděší zabývá se změnami skupenství. Tím, že je položena až za kalorimetrií, dociluje se velké výhody: lze totiž současně projednávatí obě stránky zjevů thermometrickou i kalorimetrickou a netřeba se k této zase vracetí. V části první je nahromaděn bohatý materiál o tání tuhých těl

\*) Ve svém spise »Wärmelehre« vyslovuje se mnohem mírněji.

a popsány některé zajímavé pokusy, které dávají svědectví o znamenitých schopnostech p. autorových v experimentování. Dobře by se zde hodila zmínka o nesnázích při přesném určování bodů tání a alespoň poznámka o tání nepravidelném (ku př. síry, selenu a pod.). Klassický Moussonův důkaz, že lze proměnit velkým tlakem led u vodu i při hlubokých teplotách, zasluhoval bližšího popsání. Thomsonův výsledek o snížení bodu mrazu tlakem uvádí se —  $0\cdot0075^{\circ} C$  na 1 atm. souhlasné v učebnicích Chvolsonové, Pfaundlerové a Winkelmannové. Uspořádání Bottomleyova pokusu o regelaci ledu (str. 265) uspokojí i nejprísnejší požadavky.

I v druhé části této kapitoly nacházejí se pěkné pokusy a cenné tabulky i diagrammy o napětí par nasycených; přibliží se i k nejnovějším výsledkům o parách vyvinujících se nad zkapalněnými plyny. Z permanentních plynů chybí zde toliko data pro kysličník uhelnatý (str. 281 pozn. pod čarou), která lze snadno čerpat ku př. z Winkelmannovy „Nauky o teple“\*).

Jinak svědčí veškeren obsah této části (o napětí par ze směsí kapalin a roztoků, o hutnotě par a plynů) nejen o pilném studiu autorově, nýbrž i o jeho veliké praxi právě v této partii.

Doplňtí sluší výklad Leidenfrostova zjevu (str. 278); Pogendorffův pokus kontroloval Buff\*\*), který jej provedl s většími kapkami dobře vodivých tekutin a dokázal, že elektrický proud přechází mezi kapkou a rozžhaveným kovem. Pokus Buffův opakuje se velmi snadno s kapkou kyseliny sírové silně zředěné, nacházející se ve sféroidálním stavu na měděné misce: procházející proud má takovou intenzitu, že rozezvučí elektrický zvonek.

Probrav některé úlohy z vlhkoměrství přechází autor ve čtvrté části této kapitoly ke zkapalňování plynů; jak historická stať, tak i výklad dnešních method výborně se podařily a dobře jsou doplněny kritickými daty v pěkném přehledu.

Kapitola V. tvoří vlastně pokračování předešlé, kterou doplňuje po stránce kalorimetrické. Buďtež z ní zvláště vytčeny: jednoduché odvození Personova pravidla, data o vypařovacím teple zkapalněných plynů a kalorimetr na tekutý vzduch. Stylisace na str. 391 ř. 26. shora může začátečníka snadno uvést v omyl, jako by Volt-Ampère a Watt byly různé pojmy. Přístroje na výrobu ledu zobrazeného v obr. 145. se dnes málo užívá: moderní přístroje pracují na místě vodního roztoku čistým plyným ammoniakem, který se kompressorem stlačuje, až zkapalní, a pak nassává při tlaku asi 2 atm., čímž klesne jeho bod varu dosti hluboko pod nullu

\*) Handbuch d. Physik III. 1906. p. 972.

\*\*) Annalen d. Chemie u. Pharm. sv. 77.

Následující kap. VI. vykládá základní fakta thermochemie, pokud jsou důležitá pro fyzika. Stručně jsou zde uvedena spalovací tepla prvků, tepelné zabarvení při míchání kyseliny sírové s vodou a mrazivé směsi.

V kapitole VII. o vedení tepla jest pozoruhodno zavedení jiné dimense pro teplotu než dříve. Kdežto z dřívější definice teploty (str. 25.) plyne, že teplota je pouhým číslem, staví se autor náhle na stanovisko kinetické theorie plynů a volí za rozměr pro teplotu čtverec rychlosti; tím obdrží specifické teplo jako pouhé číslo oproti dřívější definici (str. 160), z níž plyne rozměr energie dělený rozměrem hmoty, tedy rozměr čtverce rychlosti. Autor tímto přechodem přizpůsobil se známým tabulkám Landolt-Börnsteinovým, které často cituje, ale začátečníka knihu pozorně čtoucího dlužno výslovně upozorniti na tuto změnu stanoviska. Jinak vynikají v této kapitole zejména přednáškové pokusy o vodivosti tepelné sestavené s elegancí u p. autora obvyklou. Mnoho péče věnováno jest vodivosti kapalin a plynů, zvláště přehled užívaných method je podrobný. Životopisná vzpomínka na *J. Stefana* zrovna svádí k podotknutí, že měl jako učitel *Kolářkův* do jisté míry i vztahy k české fysice.

Název kapitoly VIII. spíše než „záření“ měl by zníti „sálání tepla“; toto dobré a vhodné pojmenování se zanedbává, ač zrovna v tom je přednost našeho jazyka, že dovede vystihnouti obě stránky pojmu „radiace“ slovy „záření“ a „sálání“.

Kapitola sama začíná zdařilým historickým přehledem, k němuž se druží neméně pěkný popis method k měření sálavého tepla a názorná vyobrazení (zejména obr. 168., 170., 177.). Následují výklady o šíření se sálavého tepla, základní zákon Lambertův, obsáhlá data o rozptylu tepelné radiace a její absorpci. Zákony emise tepla zabírají druhou polovici této kapitoly, která jest zajisté z celé knihy nejlepší. Cokoliv dobrého řečeno bylo o celé Thermice, platí obzvláště o této partii, kterou lze podrobiti nejpřísnější kritice a to s jakéhokoli hlediska.

Závěrečná kapitola IX. jest věnována thermodynamice. Věren stanovisku vytknutému v předmluvě omezil p. autor rozsah této části co nejvíce. Na rozdíl ku př. od Chvolsona, jenž thermodynamiku organicky spojil s velikou částí svojí nauky o teple, tak že více než polovice knihy jest prostoupena úvahami thermodynamickými, p. autor přiřčenil ve své Thermice k ostatní látce thermodynamiku zcela nezávisle. Podal tu jen základy a vyvinul toliko obecné věty jasným, srozumitelným způsobem, předeslav zase obsažný úvod historický. Experimentální uspořádání všech method popsáno je důkladně. Přístroj Pulujáv (obr. 210.) nezasluhuje uznání, jehož se mu dostalo, poněvadž je dosti nespolehlivý.

Stat jednající o dějích zvrtných a zvláště úvaha o kruhovém ději Carnotově je snad nejkrásnější z celé knihy a věru těžko by bylo napsati ji lépe!

Podal jsem zevrubný rozbor Thermiky, z něhož vyplývá zcela zřejmě, jak dobrým spisem byla naše literatura obohacena. Učebnici každou lze posuzovati s hledisek nejrůznějších: Thermika i se stanoviska, které se podstatně liší od stanoviska p. autorova, objevila se jako spis důkladný, jenž se směle může přirovnati k cizím učebnicím tohoto druhu.

Pro posluchače našich vysokých škol, zejména pro posluchače odborně se zabývající fyzikou, má Thermika i tu nemalou výhodu, že obsahuje mnoho obrazů kreslených dle původních přístrojů, nalézajících se ve sbírkách fyzikálního ústavu a demonstrováných při přednáškách. Mimo to jest v knize mnoho původních diagramů a schematických obrazců a četné tabulky, které jinak bylo by nutno pracně sledávati roztroušené po časopisech. Tím vším se stává Thermika cennou příručkou, nezbytnou nejen pro fysika-odborníka, nýbrž i vůbec pro každého vědeckého badatele, který přichází do styku s naukou o teple.

Panu autoru sluší vzdání upřímný dík za namáhavou práci, které se podjal a blahopřáti mu k docílenému výsledku!

Kniha jest vypravena v úpravě skoro přepychové, jakož jsme u „Sborníku“ zvykli. Čest i chvála naší Jednotě za náklad a péči, kterou má o Sborník!

K dovršení této péče bylo by si jen ještě přáti ustanovení stálého korektora chyb jazykových i tiskových, čímž by autorům ubylo mnoho práce. V Thermice ovšem není jazykových chyb: jeť s dostatek známo, jak úzkostlivě hledí si dv. rada Strouhal čistoty jazyka. — Snad jediné chybné rčení uniklo mu na str. 183.: „prohnutí jde zpět“.

Za to chyb tiskových nalezl jsem několik a sice:

na str. 119. ř. 7. zdola	místo	<i>ztužené</i>	má býti	<i>skapalné</i>
255. „ 13. shora	„	$Na_2S_2O_4$	má býti	$Na_2SO_4$
346 „ 2. zdola	„	$E - e$	„	$E' - e$
379. „ 12. „	„	kyslíku uhličitého	má býti	ky- sličníku uhličitého.
419. „ 14. „	„	$\frac{q}{N}$	má býti	$\frac{N}{q}$
419. „ 17. „	„	$N' \frac{N}{q}$	má býti	$N' \frac{q}{N}$
500. „ 2. „	„	sletovány	má býti	spájeny
554. „ 3. shora	„	isochromat	má býti	isotherem
564. „ 24. „	„	$e - \frac{c}{\lambda^2 T^2}$	má býti	$e - \frac{c}{\lambda^2 T}$

na str. 566. ř. 26. shora místo  $const = C \left(\frac{\alpha}{c}\right)^\alpha$  má být

$$const = C \left(\frac{\alpha}{c}\right)^\alpha e^{-\alpha}$$

„ 577. „ 8. „ 12.6000 má být 12.600  
 „ 585. „ 26. „ vypařování má být vyzářování  
 „ 635. „ 7. „  $ABA_n B_0$  má být  $ABB_n A_0$  atd.,  
 konečně na str. 327. v tabulce jsou uvedeny první tři hodnoty  
 vah atomových a podílů  $\frac{\mu}{A}$  o řádek výše nežli mají být.

Prof. Dr. V. Felix.

**H. Laurent: La géométrie analytique générale.** Paříž, A. Hermann, 1906; stran 147, cena 6 fr.

Známý autor sedmisvazkového kompendia o vyšší analýsě podává zde stručně obecnou geometrii analytickou, abstraktní totiž a  $n$ -dimensionální, s odbočkami „do oboru konkrétního“. Bod v prostoru  $n$ -rozměrném jest souhrn  $n$  veličin  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ; jsou-li tyto t. zv. souřadnice bodu proměnné a funkce  $p$  různých parametrů, vytváří bod varietu čili prostor  $p$ -rozměrný. Tak začíná vlastní obsah, při čemž žádá spisovatel zapomenouti na všechny vědomosti geometrické o přímce, ploše atd., užívaje názvů těch ve významu ryze početním, nikoli geometrickém; jsou to ovšem zobecněné pojmy geometrické. Tím způsobem vykládají se v krátkosti po početní definici funkcí goniometrických základní poučky o přímce, trojúhelníku, rovině, dotyku a pod.; šíře potom jedná o plochách algebraických (o průsečících  $n$  ploch, o počtu bodů určujících plochu, o souřadnicích tangenciálních...) a speciálně o plochách 2. stupně, pak o některých místech geometrických. Dokazuje m. j. pěkně a zobecňuje theorem Chaslesův: Vedeme-li k algebraické ploše tečné roviny rovnoběžné s nějakým směrem vytčeným, jest těžiště bodů dotykových nezávislé na směru tom (t. j. nemění se, když měníme onen směr.

Na počátku definuje geometrii jako studium grupy substitucí bez změny tvaru; substitucí bez změny tvaru rozumí obecnou transformaci bodovou. Tuto však hned specifikuje v (nehomogenní) lineární transformaci orthogonální s determinantem  $\pm 1$ . přecházejí tak k pohybům euklidovským a geometrii obyčejné; uvádí oba invarianty této grupy, totiž vzdálenost dvou bodů a úhel dvou přímek. Jiná specifikace, t. j. jiná definice transformace bez změny tvaru (pohybu) vede k jiným geometriím (sférické, hyperbolické a j.). Vyození toto přivádí autora k úzkému pojmání geometrie Euklidovy. Hned v předmluvě nazývá současné pokusy o sestavení příhodných axiomů



jako základu geometrie naší zásadně pochybenými; klade důraz na to, že nutno naléztí ne axiomy k vybudování geometrie, nýbrž hypotézy, jimiž dospějeme (to je úkol analytické geometrie) od obecné abstraktní geometrie k Euklidově. V pozdějším pak udává dvě hypotézy: předně dlužno předpokládati, že lze v prostoru položití tři systémy ploch tímto způsobem: vedeme neomezený počet ploch tak, by se žádné dvě neprotínaly, a označíme je celými čísly od  $-\infty$  do  $+\infty$ , mezi ně položíme další plochy označené čísly lomenými atd., takže každým bodem v prostoru prochází jedna a jediná; takové soustavy vedeme ještě dvě, každým bodem vedeny jsou takto tři plochy, jedna z každé soustavy. Tim přiřadíme bodu v prostoru tři čísla jako souřadnice. Jako druhou hypotézu pak stanoví, že substituce ortogonální je transformace pohybová (neměnicí tvar tělesa). — Filosofický subjektivismus autorův snáší se sice dobře s jeho výklady analytickogeometrickými, ale geometru nestačí. V knize je hojně tiskových chyb v symbolech a indexech, také označení je místy příliš stručné. Část analytická, zvl. některá nová odvození a důkazy, jsou pozoruhodné.

*J. Vojtěch.*

*E. J. Wilczynski: Projective differential geometry of curves and ruled surfaces.* Lipsko, Teubner 1906 (Teubners Sammlung von Lehrbüchern sv. XVIII.) Stran 295, cena 10 M.

Rozmanité obory geometrického vyšetřování lze roztržiditi dle dvou dělidel. Jest to předně pojem grupy transformací, při nichž zůstávají vlastnosti geometrických útvarů invariantní; tak rozeznáváme geometrii metrickou, projektivní, geometrii biracionálních transformací a j. Mimo to lišíme geometrii v elementu prostorovém, t. j. v nejbližším okolí bodu nějakého útvaru (křivky, plochy a pod.) a geometrii útvarů celých; nazýváme-li onu diferenciální, mohli bychom tuto jmenovati integrální. Dosud pěstována projektivní geometrie jenom v druhém smyslu, s omezením na útvary algebraické; přítomný spis jedná první soustavně o diferenciální geometrii projektivní zatím křivek rovinných, prostorových a přímkových ploch.

Sestaviv zcela stručně v úvodě (bez důkazů) základní věty Lieovy theorie kontinuálních grup, vyšetřuje (v kap. 1.), kterými nejobecnějšími transformacemi bodovými převádí se systém  $n$  lineárních homogenních rovnic diferenciálních v jiný téhož tvaru. Další vlastní obsah knihy má tři části: kap. 2. a 3. týká se rovinných křivek, kap. 13. a 14. křivek prostorových, nejdlejší část a střed spisu jedná o plochách přímkových (kap. 4. až 12.). Theorii křivek s hlediska proj. diff. geometrie podal Halphen, jediné to příspěvky ku geometrii toho druhu: Wilczynski užívá zde vlastní metody, uváděje své vývody také ve spojení s Hal-

phenovými. Teorii přímkových ploch vytvořil autor sám, původně v člancích, uveřejňovaných hlavně v Transactions of the American mathematical society (od r 1901).

Geometrie rovinných křivek založena na lineární diff. rovnici 3. řádu

$$y^{(3)} + 3p_1y'' + 3p_2y' + p_3y = 0,$$

jež přechází v rovnice téhož tvaru transformacemi nekonečné kontinuální grupy transformací

$$y = \lambda(x)\eta, \quad x = f(\xi).$$

Diferenciální rovnice definuje křivku (a soustavu projektivně ekvivalentních křivek), interpretujeme-li řešení její  $y_1, y_2, y_3$  jako homogenní souřadnice bodu v rovině; invarianty této rovnice pro transformace zmíněné grupy charakterisují projektivní vlastnosti její křivky integrální. Autor určuje nejprve semiinvarianty a semikovarianty rovnice diff., t. j. výrazy, neměníci se při grupě transformací  $y = \lambda(x)\eta, x = x$ ; potom teprv výrazy, invariantní při transformacích také nezávisle proměnné  $x = f(\xi)$ ; rovnici samu i invarianty uvádí na tvar kanonický a pod. Obdobný je postup z lin. hom. rovnice diff. 4. řádu ku geometrii křivek prostorových.

Nejrozsáhlejší část knihy, theorie ploch přímkových, počíná obecnými úvahami o invariantech a kovariantech systému lin. diff. rovnic, brzo však omezuje se spisovatel na soustavu

$$(A) \begin{cases} y'' + p_{11}y' + p_{12}z' + q_{11}y + q_{12}z = 0, \\ z'' + p_{21}y' + p_{22}z' + q_{21}y + q_{22}z = 0. \end{cases}$$

Tato definuje dvě funkce  $y$  a  $z$  argumentu  $x$ , jež jsou analytické v blízkosti  $x = x_0$ , jestliže koeficienty rovnice jsou tam analytické, a jež spolu s  $y', z'$  nabývají pro  $x = x_0$  libovolných hodnot předepsaných. Jsou-li  $y_i, z_i$  pro  $i = 1, 2, 3, 4$  čtyři takové dvojice řešení systému  $A$  a značí-li  $c_i$  čtyři konstanty libovolné, tvoří  $y = \sum_{i=1}^4 c_i y_i, z = \sum_{i=1}^4 c_i z_i$  základní systém simultánních řešení (nevymizí-li identicky determinant 4. stupně  $D$ , jehož řádky jsou  $y'_i, z'_i, y_i, z_i$ ). Soustava  $A$  přechází v soustavu téhož tvaru při transformacích nekonečné grupy  $G$

$$\eta = \alpha y + \beta z, \quad \xi = \gamma y + \delta z, \quad \xi = f(x),$$

kde  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, f$  jsou libovolné funkce argumentu  $x$ . Pojímáme-li  $(y_1, y_2, y_3, y_4)$  a  $(z_1, z_2, z_3, z_4)$  jako homogenní souřadnice dvou bodů  $b_y$  a  $b_z$  v prostoru, opisují body tyto, když se mění  $x$ , dvě křivky  $C_y$  a  $C_z$ , integrální křivky systému  $A$ ; body jejich, příslušné k týmž hodnotám nezávisle proměnné  $x$ , jsou korrespon-

dující. Spojíme-li korrespondující body přímkami  $L_{yz}$ , máme přímkovou plochu (nerozvinutelnou pro  $D \neq 0$ ), integrální plochu  $P$  systému  $A$ ; pro jinou základní soustavu simultánních řešení  $y_i, z_i$  dostaneme plochu, jež je projektivní k  $P$ . Jestliže systém dif. rovnic  $A$  může býti převeden v jiný téhož tvaru transformacemi grupy  $G$ , jsou příslušné jim plochy  $P$  vespolek projektivní. Každá rovnice nebo systém rovnic mezi  $p_{ik}, q_{ik}, p'_{ik}$  atd., invariantní pro transformace grupy  $G$ , vyjadřuje projektivní vlastnost přímkové plochy  $P$ . To je základem úvah autorových\*).

K jednotlivým kapitolám připojeny příklady buď ke cvičení nebo jako předmět dalšího zkoumání. Z konce předmluvy spisovatelovy zajímavou poznámku; autor byl vyslán podporou Carnegieova ústavu v Washingtoně, aby věnoval 2 léta v Evropě svému badání.

*Jan Vojtěch.*

**F. Enriques: Fragen der Elementargeometrie.** Deutsche Ausgabe von H. Fleischer. II. Teil. Die geometrischen Aufgaben, ihre Lösung und Lösbarkeit. Lipsko, Teubner 1907. Stran 348; cena 9 M.

**A. Adler: Theorie der geometrischen Konstruktionen.** Sammlung Schubert sv. 52 Lipsko, Göschen 1906. Stran 301; cena 9 M.

V mnohých oborech geometrie zaujímá teď literatura italská první místo; není divu, že si Němci, ač mají hojnou literaturu vlastní, překládají věci nejlepší. Překlady tyto mají tu přednost, že bývají pořizovány často za spolupůsobení auktora, jsouce tak vůči originálu přepracovány a rozšířeny. Toho druhu jest i překlad spisu *Questioni riguardanti la geometria elementare*, vydaného 1900 Enriquesem; vyšla prozatím druhá polovice jeho, jednající o řešení geometrických úloh konstruktivních, kdežto část první bude obsahovati články o základních otázkách geometrie.

Kniha má 9 článků. Napřed pojednáno o elementárních methodách řešení geom. úloh konstruktivních (pravítkem a kružítkem) (čl. 1.), o řešení úloh pouhým kružítkem (čl. 2.), pouhým pravítkem a pod. nástroji (čl. 3.). Další články jednájí o řešitelnosti geom. úloh elementárními nástroji: v čl. 4. se stanoviska analyt geom. vyšetřuje se obor působnosti nástrojů, čl. 5. jedná o algebraických rovnicích řešitelných druhými odmocninami, a o možnosti konstrukce prav. mnohoúhelníků. Obecné výsledky aplikované již v druhé části článku 5., jsou potom vodítkem pro výklad o konstrukcích prav. 17úhelníka (čl. 6.), o úlohách 3. stupně, hlavně zdvojení krychle a trisekci úhlu

\*) Viz také poznámku Wilczynského v Bulletin of the American math. society, vol. XIII. č. 3. (prosinec 1906).

(čl. 7.), o úlohách transcendentních, spec. kvadratuře kruhu (čl. 8.); v člancích těchto podán historický vývoj řešení uv. otázek (zvl. podrobně v čl. 7.). V článku 9 připojuje F. Enriques obecné úvahy syntetické, jimiž vzpomíná pokroků, dosažených při studiu otázek konstruktivních.

O knize původní, souboru to 14 článků od různých autorů, podána byla podrobná zpráva v tomto časopise. roč. XXXIV., pp. 47–60; stačí zde tedy krátké upozornění. Není ovšem také potřeba uváděti jednotlivé rozdíly tohoto německého vydání proti původnímu; podotýkáme pouze, že značně přepracovány jsou články 1., 3. a 7., poněkud články 6., 8., nové připojen čl. 9. Tento obsahuje, jak uvedeno, souborné poznámky, sem tam vyššího rázu, hlavně o úlohách neurčitých, o principu ekonomie, o klasifikacích úloh (podle nástrojů použitých, dle mechanické složitosti nástrojů, dle geom. složitosti čar potřebných, dle analytické složitosti rovnic příslušných, dle nejmenšího počtu výkonů a pod.), o nástrojích pro konstrukce, o přesnosti konstrukcí, o významu transformací. — Je přirozeno, že hleděno bylo zde také k nové literatuře po r. 1900; přes to shledali bychom ještě dosti příspěvků v rozmanitých pojednáních, dissertacích a pod., jež by bylo možno sem zařaditi. — K prohloubení, rozšíření a oživení vyučování v geometrii nalezneme v úvahách i úlohách této knihy hojně materiálu; nechci opakovati otřelou frázi, že by spis neměl chyběti . . .

Podobný obsah i postup má kniha Adlerova; jest proti sbírce Enriquesově elementárnější, stručnější a jednotnější. Její sloh je velmi lehký, obsahuje hojně úloh, po případě s pokyny. Autor, jenž sám podal cenné příspěvky k theorii geom. konstrukcí, věnoval zvláštní pozornost pravému úhlu jako pomůcce konstruktivní: ukazuje na několika místech výhodnost tohoto nástroje (na př. dvěma pravými úhly lze řešiti úlohy 3. i 4. stupně, což ovšem nesvedeme ani několika kružítky). Při methodách řešení úloh konstr. probrána důkladněji metoda inverse a pomocných útvarů prostorových. Bylo záhodno popřáti otázkám jednoduchosti a přesnosti konstrukcí ještě větší místo. K Lemoineově geometrografii zaujal Adler postavení toho smyslu, že jeho míru přesnosti zamítá jako nesprávnou, měření však jednoduchosti akceptuje a rozšiřuje na pravítko s dvěma rovnoběžnými hranami (obyčejné) a pravý úhel. Počínaje Lemoinem vyšetřovali někteří rozmanitá konstruktivní řešení obvyklých nebo důležitých úloh, hledající řešení nejjednodušší (geometrografická) — ovšem technicky, ne slovně nejjednodušší. Adler žádá všechny tyto a jiné konstrukce zkoumati se zřetelem ke všem pomůckám, tedy také se zřetelem k pravému úhlu a dvojhřannému pravítku — objevují se tu řešení některá ještě jednodušší.

Dr. J. Vojtěch.

**E. Bertini: Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi** con appendice sulle curve algebriche e loro singolarità. Pisa Spoerri 1907; stran 408, cena 14 lir.

Projektivní geometrie prostorů vyšších jest dílem většinou italských geometrů v posledních 25 letech: Veronese, Segre, Bertini, Castelnuovo, Enriques a mn. j. přispěli základními pracemi k tomuto odvětví geometrie  $n$ -dimensionální. Kdo sledovati chce novější pokroky geometrie, potřebuje býti informován v tomto směru. Proto přichází vhod soustavný spis Bertiniho, v němž vybrány a jasně vloženy hlavní úvahy příslušné, roztroušené dosud — přirozeně — po časopisech.

V souhlase s povahou některých prací původních užívá auctor pomůcek algebraických ve své metodě výkladu; mnohé věty a důkazy jsou snadným rozšířením vět z prostoru obyčejného. Nejlépe ovšem bude spis charakterisován, uvede-li se přehledně obsah jeho. Možno jej rozdělit na několik částí: nejdříve jedná o prostoru  $r$ -rozměrném  $S_r$ , souhrnu bodů  $S_0$ , určených  $r + 1$  souřadnicemi homogenními, a o duálním prostoru  $\Sigma_r$ , souhrnu variet (hyperrovin)  $S_{r-1} \equiv \Sigma_0$ ; a to o bodech závislých a nezávislých, o (lineárních) prostorech obsažených v daných nebo obsahujících dané, o souhrnu prostorů jdoucích daným základním, o promítání prostoru  $S_k$  z  $S_k$  na  $S_m$  a pod. (kap. 1. a 2.). V druhé části (kap. 3., 4., 5.) vykládá se vztah projektivní mezi dvěma  $S_r$  různými, potom homografie a korrelace prostorů souměrných; rozšiřuje se definice Staudtova, udávají způsoby určení vztahu projektivního, jeho analytický výraz, singulární případy; u homografie prostorů souměrných určují se body a prostory samodružné, absolutní invarianty a probírají se potom šíře obecné homografie i zvláštní jako limitní případy obecných; při reciprocitě (korrelaci) prostorů souměrných přichází nejprve otázka po elementech incidentních, potom korrelace involutorní (systém polární a nulový), zase pak korrelace obecné i partikulární. V části třetí pojednává se o „hyperplochách“ t. j. varietách  $V_{r-1}$  ( $r-1$ )-rozměrných v  $S_r$ , nejprve v souvislosti s korrelacemi o hyperplochách 2. stupně  $V_{r-1}^2$  a jich svazku (kap. 6., 7.), potom o hyperplochách  $n$ -stupně  $V_{r-1}^n$  (kap. 8.) a jich systémech lineárních (kap. 10. 11.); hyperplocha 2. stupně vystupuje jako geom. místo incidentních elementů polárního systému, na konci uvádí se také její vytvoření reciprokými útvary, obdobnými svazkům prostorovým v  $S_3$ . Přirozeně probírají se tu zvláštní případy hyperplochy 2. stupně  $h$ -krát specialisované (kužely 2. stupně  $h$  druhu), prostory konjugované vzhledem k ploše, prostory dotýkající se, obsažené v ploše a pod.; svazek ploch 2. stupně a jeho průsek  $V_{r-2}^2$ , duální řada ploch 2. stupně jako obálek, rozlišují se pak dva

typy řezu  $V_{r-2}^4$  či svazku ploch dle povahy homografie, jež je produktem polarit vzhledem k dvěma základním plochám svazku atd.; počet bodů určujících hyperplochu  $V_{r-1}^n$ , body násobné, tečné plochy, systémy lineární různé dimense, zvláště s ohledem na variety základní. V tuto část (zvl. kap. 9.) položeny také úvahy o varietách algebraických vůbec, tedy  $V_k^n$ , kde obecně  $k < r - 1$ , t. j. o souhrnu bodů, jichž souřadnice vyhovují systémů  $r - k$  algebraických rovnic. V kap. 12. jest stručný výklad o racionálních křivkách, tedy varietách jednorozměrných v  $S_r$ , zvláště normálních. Poslední tři kapitoly obsahují úvahy o plochách t. j. varietách dvourozměrných, a to nejprve (kap. 13.) o přímkových plochách racionálních, potom obecně o  $V_{r-1}^2$  (kap. 14.), při čemž odvozuje se důležitý princip korrespondenční, že totiž ploše  $P$ , schopné jedno-jednoznačného zobrazení na rovině (a plochám získaným z  $P$  projektivní transformací) odpovídá lineární systém rovinných křivek ( $K$ ) (a vlastně soustava takových systémů v níž každý přechází v jiný transformací biracionální, která je ekvivalentní zmíněné projektivní transformaci plochy  $P$ ). V této kap. a hlavně v 15. pojednává se pak důkladně o zvláštní ploše  $V_2^4$  v  $S_5$ , t. zv. Veroneseově, obsahující  $\infty^2$  kuželoseček, podávají se rozmanitá odvození její a vlastnosti. Jako je konec spisu věnován speciální důležité varietě prostoru  $S_3$ , tak během celého výkladu na mnoha místech uvedeny a po př. šíře probrány zvláštní příklady z prostorů  $S_2, S_3, S_4$ .

V dodatku (o 3 kapitolách) podán stručný úvod do studia křivek algebraických a jich singularit (větve alg. křivky, rozklad singularit rovinné křivky a pod.).

Velmi hojný, jak patrně, obsah nedovoluje ani podati výčet hlavních úvah a jich výsledků; proto letmo naznačen pouze předmět a postup. Pečlivě sestavená a obsahově tak bohatá kniha zasluhuje pozorného studia.

Dr. J. Vojtěch.

**Cours d'électricité** par *H. Pellat*. Tome III. Électrolyse. Electrocapillarité. Ions et électrons. Paris, Gauthier Villars. 1908. Vel. 8<sup>o</sup>, str. 290.

Třetí a poslední díl přednášek autorových na universitě Pařížské. Prvá kapitola obsahuje pokusy a z nich dedukované zákony o elektrolyse a elektrické vodivosti elektrolytů. Kapitola druhá vykládá teorii iontovou v obvyklém způsobu; na konec připojena Nernstova theorie diffuse elektrolytů a potenciální difference koncentračních článků. Ve třetím odstavci pojednáno krátce o polarisaci elektrod, o akumulátorech a hydroelementech, Z. method měrných o polarisaci uvedena pouze *Boutyho* ku stanovení rozdílu polarisace na obou elektrodách. Kapitola čtvrtá aplikuje na články a elektrolysu zákony termodynamiky, odvo-

zuje vzorec *Helmholtzův*, zabývá se osmotickou teorií. V kapitole následující reprodukovány jsou dosti obšírné základní zjevy elektrokapillární, asi v tom rozsahu, jak starší *Lippmannovy* práce jej jeví. Z novějších prací hlavně základní *Gouyovy* úplně pomínuty mlčením. Šestý odstavec knihy obsahuje popis měření kontaktní potenciální difference a to dle starší metody autorovy pomocí direktního dotyku, i pomocí odkapových elektrod; v přídavku pak podán historický náčrtek o galvanickém článku, charakterisovaný jmény *Galvani*, *Volta* a *Fabroni*. Nejobšírnější poslední kapitola knihy (str. 193—276) věnována je ionisaci plynů. Je patrné, že opírá se hlavně o *Langevinovy* „Recherches sur les gaz ionisés“. Příčiny ionisace seskupeny následovně: chemická akce, paprsky Röntgenovy, katodické paprsky, zjev Hertzův (fotoelektrický, žhoucí dráty, radioaktivní látky. Z účinků iontů prvý uveden kondensace par dle pokusů Wilsonových. Z akce elektrického pole na ionisovaný plyn dovozen zákon o nasyceném proudu, pojem pohyblivosti iontů. Potom dle *Townsendových* pokusů vysvětlena diffuse iontů, a z obou počtem doloženo, že ion plynový má též náboj jako vodíkový elektrolytický. Hned v zápětí následují *Thomsonova* měření absolutní velikosti náboje. Po krátké zmínce o ionisaci atmosférického vzduchu hned přikročeno k studiu paprsků katodových a Hertzova zjevu, kde schází sebe kratší zmínka o důležitých pracích *Lenardových* o fotoel. zjevu. Ovšem dále jeho práce o katodových paprscích referovány. Tím dán je přechod od iontu k elektronu, pro jehož magnet. pole odvozen výraz. Ovšem je autor na omylu, myslí-li, že Geitlerovými pracemi 1901 byl magn. účinek katodových paprsků experimentálně dokázán; nevšiml si patrně odvolání tohoto autora v roce následujícím. Připojeny výsledky Kaufmannovy o závislosti poměru náboje a hmoty na rychlosti. Lorentzovou teorií vysvětlen zjev Zeemanův. Krátkými poznámkami o konstituci atomu, povaze Röntgenových paprsků, vedení metallickém, elektronagnetickém podkladu hmoty a gravitace kapitola končí. V krátké notě ku konci knihy podána je *Nernstova* theorie článku na základě tlaku osmotického, proti níž autor uvádí různé námítky. Kniha má obvyklé přednosti francouzských učebnic, jasnost a přehlednost výkladu. Ale jak již z tohoto krátkého referátu je patrné, nevšimá si autor mnohých zjevů a poznatků, které přece do učebnice tak rozsáhlé rozhodně patří. O dnešních názorech na výboj elektriny plyny zředěnými (vyjímaje paprsky katodové), tedy o výboji zvrstveném, podmínkách výboje stabilního, paprscích kanálových ani zmínky. O paprscích Becquerelových a látkách radioaktivních také nic. Podobně v díle předchozím o theorii Maxwellové jen kratinká zmínka v poznámce na konci knihy. Z toho všeho je patrné, že kniha dnešní látku nikterak nevyčerpává a hodí se tudíž dobře jen k uvedení v roz-

sáhlý obor nauky o elektríně, ačkoli nelze upřít, že k tomuto účelu začátečníku opatřenému základními poznatky vyšší analýze může vykonati služby velmi dobré.

B. K.

**Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz.** Par *Marcel Brillouin*. II. partie: Viscosité des gaz. Caractères généraux des théories moléculaires. Paris, Gauthier-Villars. 1907. Vel. 8°. Str. 141.

V druhém díle knihy své o viskozitě počíná autor vnitřním třením plynů, a to pojednáním o prvých měřeních pomocí kyvadla a oscillujících desek. Předesílá krátký historický nástin vývoje kinetické theorie plynů, aby osvětlil prostředí dobové, v němž po starých základních pracích Besellových pracoval O. E. Meyer, o jehož pracích i s kyvadlem i s deskami obšírně je referováno.

V druhém kapitole podobně, ba ještě obšírněji promlouvá o měřeních *Maxwellových* a *Kundt-Warburgových* týkajících se vlivu tlaku plynu na vnitřní tření, která, jak známo, byla rovněž konána methodou oscillací desek. V kapitole třetí pojednává autor o pracích konaných na základě metody výtoku kapillárami. Upozorňuje především na to, že žádný autor nezavedl u plynů korekci vzhledem k živé síle, která může při značnějších rychlostech plynu dosáhnouti poměrně vysoké hodnoty, a uvádí pro ni vhodný výraz, kterým koriguje vzorec *O. E. Meyerův*. Pak referuje o pracích, za obyčejných teplot konaných, počínaje nejstaršími *Grahamovými* přes *O. E. Meyerovy* a *Warburgovy* až k jednoduchému přednáškovému pokusu *Élieovu*, autorem zlepenému, který jest jakousi analogií *Wheatstoneova* mostu. Čtvrtá kapitola věnována jest především absolutním měřením pomocí kapillárních trubíc (*Obermayer*, *Wiedemann*, *Breitenbach*, *Schultze*), měřením viskosity plynů za vysokých teplot (*Holman*, *Bestelmeyer*), viskozitě par rtuťových (*Koch*) a látek organických (*L. Meyer*) a konečně *Barusovým* měřením za temperatur velmi vysokých. Krátká následující kapitola jedná o různých pokusech, zvláště *Fabry* a *Pérotových* a o *Pulujových* a *Breitenbachových* měřeních viskosity směrů plynových. Poslední kniha díla věnována jest molekulárním teoriím vnitřního tření u plynů i u kapalin. Vývoj jich sledován od prvých počátků (*Xavier*, *Poisson*, *Maxwell* a *Schwedoff*), podány krátce a jednoduše názory kinetické theorie plynů, a nástin vlastního autorova pokusu o kinetickou theorii vnitřního tření u kapalin. Kniha vyznačuje se francouzskou elegancí slohu a jak již z četných citátů v referátě uvedených autorů je patrné, je dnes nejobsáhlejším zpracováním theoretického i praktického materiálu k vnitřnímu tření se vztahujícího. Sluší ji doporučiti.

B. K.