Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Poznámka o rovnici rektangulárné

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 32 (1903), No. 4, 345--346

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122557

jichž pomocí lze ploský obsah trojúhelníka

$$\varDelta = \frac{ab}{2}\sin\gamma = ab\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$$

vyjádřiti stranami, při čemž γ značí úhel ACB trojúhelníka ABC. Vyvození toto jest také tím výhodno, že při něm vyniká geometrický význam veličin $s - a$, $s - b$, $s - c$.

Poznámka o rovnici rektangulárné.

V lonském ročníku tohoto Časopisu byla podána a na str. 353. řešena úloha dokazující větu:

„Je-li ab rovno součinu n kmenných čísel po sobě jdoucích, od 1 počínajíc, nemůže rektangulárná rovnice

$$xy = ax + by + 1$$

míti ani více ani méně než dvě celistvá kladná řešení."

Pan Karel Čupr, stud. gymn. ve Vys. Mýtě, upozornil nás, že ani věta vyslovená ani odůvodnění její nejsou správné.

Omyl spočívá v nesprávném pochopení Euklidova důkazu o nekonečném počtu čísel kmenných.*) Jsou-li totiž a_1, a_2, a_3, ..., a_n všechna čísla kmenná od 1 do a_n, není výraz

$$N = a_1 a_2 a_3 \ldots a_n + 1$$

dělitelen žádným z těchto čísel, dávaje kterýmkoli z nich dělen zbytek 1. Z toho však neplyne, že N jest také číslem kmenným, nýbrž toliko, že čísel kmenných jest nekonečně mnoho.

Neboť, značí-li a_n největší známé číslo kmenné, jest buď N číslem kmenným větším než a_n aneb jest N *dělitelno číslem kmenným větším než* a_n. Není tudíž žádné číslo kmenné největším, počet jich jest neomezený.

Na str. 353. byla řešena rovnice

$$xy = 30x + 1001y + 1,$$

---

*) *Studnička*, Nauka o číslech str. 62.

v níž $a = 30 = 1 . 2 . 3 . 5, \quad b = 1001 = 7 . 11 . 13,$

$$N = 1 . 2 . 3 . 5 . 7 . 11 . 13 + 1 = 30031.$$

Avšak $N = 30031$ není číslem kmenným, nýbrž $N = 59 . 509$ (dle upozornění páně Čuprova); proto rovnice daná nemá toliko 2 řešení

$$x_1 = 1002, \quad y_1 = 30061,$$
$$x_2 = 31032, \quad y_2 = 31,$$

nýbrž ještě 2 jiná

$$x_3 = 59 + 1001 = 1060, \quad y_3 = 509 + 30 = 539,$$
$$x_4 = 509 + 1001 = 1510, \quad y_4 = 59 + 30 = 89.$$

Správně měla věta býti vyslovena takto:

„Je-li $\quad N = ab + c$

číslem kmenným, nemůže rovnice rektangulárná

$$xy = ax + by + c$$

míti ani více ani méně než dvě celistvá kladná řešení."

Řešení ta jsou pak

$$x_1 = 1 + b, \quad y_1 = N + a,$$
$$x_2 = N + b, \quad y_2 = 1 + a.$$

S.

Úlohy.

Řešení úloh.

Úloha 1.

Dokázati jest správnost stejniny

$$ab(a + b)(a^2 - b^2) + bc(b + c)(b^2 - c^2) + ca(c + a)(c^2 - a^2)$$
$$= (a + b + c)^2 [a(c^2 - b^2) + b(a^2 - c^2) + c(b^2 - a^2)].$$

Prof. *Rud. Hruša.*

Řešení. (Zaslal p. *Petr Pospíšil,* stud. VIII. tř. gym. v Brně.)