nebudou právě uvedené přímky a vzdálenosti míti onen význam a abychom i v tomto případě stanovili základní činitele fotografického obrazu, když jsme již přímky V a U' jako dříve určili, použijeme vhodně obrazu nějaké svislé přímky, kterýž protíná přímku so v bodu g, který jest úběžníkem všech přímek svislých. Sestrojíme-li nad délkou $\overline{og}$ jako nad průměrem polokružnici, a délkou so ji z bodu o protneme, obdržíme bod s_1, z kterého spuštěná kolmice s_1h na og protíná tuto přímku v hledaném hlavním bodu h a svou délkou (s_1h) distanci středovou určuje. Ze vzdálenosti $\overline{sp}$ optického středu s od přímky V si snadno stanovíme výšku tohoto středu nad rovinou M.

Kdyby bylo možno při svislé poloze průmětny fotografické R' stanoviti směr hlavní horizontaly, mohli bychom použiti také *zjednodušeného řešení* problému pěti bodů*), jelikož body abf leží na jedné přímce a mimo to ještě dva body c a d známe. V tom však právě spočívá výhoda zde uvedené konstrukce, že netřeba při ní znáti směr hlavní horizontaly, aniž třeba, aby fotografická průmětna byla v poloze svislé. Stačí jen znáti fotografický obraz jedné svislé přímky, kterou snadno nalezneme ve spojnici některého bodu, nalezajícího se nad hladinou vodní, s jeho obrazem zrcadelným.

Dvě věty arithmetické.

Podává

František Nachtikal,

posl. fil. v Praze.

Značí-li $\psi(\alpha, \beta)$ počet dělitelů čísla α, které jsou větší než číslo β, pak lze tvrditi:

$$\sum_{\varrho=0}^{n} \psi(n-\varrho, \varrho) = n;$$

$$\sum_{\varrho=0}^{n} \psi(n+\varrho, \varrho) = 2n.$$

*) *D. J. Steiner:* Lehrb. d. Photogramm, str. 26.

Abychom věty tyto dokázali, užijeme známé věty arithmetické: „Z m po sobě jdoucích čísel jest vždy jedno a jen jedno dělitelno číslem m."

Na základě tom přikročíme k důkazu věty prvé:

$$\sum_{\varrho=0}^{n} \psi(n-\varrho, \varrho) = n\,.$$

Kdybychom všechny ony dělitele, které do počtu zahrnouti musíme, vypsali, tvrdíme, že mezi nimi musí se každé z čísel:

$$1, 2, 3, \ldots, n$$

vyskytnouti jednou a jen jednou. (Že se žádné z čísel větších než n tam vyskytnouti nemůže, je samozřejmo). Aby číslo $n-\varrho$ mělo dělitele $k\,(< n)$, jenž jest zároveň větší než ϱ, to jest možno jen pro:

$$\varrho = 0, 1, 2, \ldots, k-1\,;$$

pro tyto ϱ tvoří $n-\varrho$ řadu k čísel po sobě jdoucích, je z nich tudíž jediné dělitelno číslem k. Vyskytuje se mezi těmi děliteli tedy každé z čísel:

$$1, 2, 3, \ldots, n$$

jednou a jen jednou, je tudíž počet jich všech n, jak bylo dokázati.

Zcela analogicky dokážeme druhou větu:

$$\sum_{\varrho=0}^{n} \psi(n+\varrho, \varrho) = 2n.$$

Z těchže důvodů jako v úvaze předcházející soudíme, že mezi těmi děliteli musí se vyskytnouti každé z čísel:

$$1, 2, 3, \ldots, n$$

jednou a jen jednou. Snadno nahlédneme dále, že mezi oněmi děliteli bude také každé z čísel:

$$n+1,\ n+2, n+3, \ldots, 2n,$$

neboť $n+k$ má přece za dělitele sebe samo, jsouc zároveň větší než k. Že se tam žádné z oněch čísel nemůže vyskytnouti dvakráte, vyplývá z toho, že $n+\varrho$ pro

$$\varrho = 0,\ 1,\ 2, \ldots n$$

tvoří řadu $n+1$ čísel po sobě jdoucích, a nemohou tudíž dvě čísla z řady té býti dělitelna týmž číslem $n+k$. Vyskytnou se tedy mezi oněmi děliteli, jež do počtu nutno vzíti, čísla:

$$1,\ 2,\ 3, \ldots, 2n,$$

a to každé než jednou, počet jich je tudíž $2n$, čímž důkaz druhé věty proveden.

Jako příklad k větě prvé vypíšeme ony dělitele pro $n=13$, k větě druhé pro $n=7$.

$n-\varrho$	ϱ	děl. $>\varrho$
13	0	1, 13,
12	1	2, 3, 4, 6, 12,
11	2	11,
10	3	5, 10,
9	4	9,
8	5	8,
7	6	7,
6	7	—

$n+\varrho$	ϱ	děl. $>\varrho$
7	0	1, 7,
8	1	2, 4, 8,
9	2	3, 9,
10	3	5, 10,
11	4	11,
12	5	6, 12,
13	6	13,
14	7	14.

Prvou z vět těchto vyslovil v jiné formě Catalan. Obě věty ty předložil prof. M. Lerch v zasedání král. české společnosti nauk dne 9. list. r. 1887. Nedlouho potom jiným způsobem oddůvodnil je prof. A. Strnad v „Čas. pro pěst. math. a fys." roč. XVIII. str. 204., ukázav zároveň, že dělitelé ti jsou čísla různá. Důkaz tuto podaný má v podstatě týž základ jako důkaz p. Strnada, ale zdá se býti elementárnějším.