Antonín Pleskot

Průsek roviny s fokalní plochou rotační stupně druhého

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 44 (1915), No. 1, 87--88

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122386

Přímky BE, BF stanoví druhými průseky s kruhem k_1 další dva vrcholy A, C hledaného čtyřúhelníku.

Daným podmínkám vyhovují dva čtyřúhelníky $A_1B_1C_1D$ a $A_2B_2C_2D$, jež jsou oba reálné a různé, reálné a splývající, nebo pomyslné podle toho, zda kruh ze středu D protne, dotýká se, nebo mine kruh k_2. Úloha má obecně dvě řešení.

Poněvadž strany $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ procházejí body E, F, obsahuje sestrojený čtyřúhelník ve vrcholu B úhel β. Z rovnosti úhlů $\widehat{BFB'}$ a $\widehat{BEB'}$ plyne postupně shodnost oblouků $\widehat{CC'}$ a $\widehat{AA'}$ a rovnost úseček $\overline{A'C'}$, $\overline{AC}$. Tedy sestrojený čtyřúhelník obsahuje dále obě úhlopříčky u, v a úhel δ. Poněvadž oba obvodové úhly $\widehat{DC'E}$, $\widehat{DCE}$ v kruhu k_1 mají společnou tětivu $\overline{DE}$, jsou stejné velikosti a sestrojený čtyřúhelník obsahuje daný úhel γ a tím i úhel α.

Průsek roviny s fokalní plochou rotační stupně druhého.

Napsal Dr. **Ant. Pleskot**, prof. v Plzni.

V ročníku 1913, v čísle 9tém, časopisu: „Zeitschrift für das Realschulwesen“, jest uveden od prof. H. Petterse jednoduchý důkaz známé věty: „Ortogonální průmět každého rovinného řezu rotačního paraboloidu na řídící rovinu jest kruh“.

Věta tato jest, jak známo, zvláštním případem obecné věty, jež zní: Rovinný řez rotační plochy stupně druhého, jejíž osa rotační splývá s osou ohniskovou, promítá se z ohniska této plochy rotačním kuželem.

V následujícím chceme uvésti jednoduchý elementární důkaz této věty; důkaz, nikoli však elementární, této věty jest uveden ve Fiedlerově deskriptivní geometrii, vydání III., str. 341 a násl. Budiž dána rotační plocha Φ stupně druhého: osa ohnisková budiž osou rotační. Ohniska meridianní křivky nechť jsou F_1 a F_2, při čemž může jedno z těchto ohnisek k. p. F_1 spadnouti do vzdálenosti nekonečně velké a plocha rotační přejde v paraboloid.

Plochy tyto jsou geometrickými místy středů koulí, jež dotýkají se dané koule K_1, jejíž střed jest v jednom ohnisku k. p. F_1, a mimo to procházejí daným ohniskem druhým F_2. Dle toho, zdali F_2 jest mimo kouli K_1, aneb uvnitř, značí Φ hyperboloid, aneb ellipsoid; přejde-li koule K_1 v rovinu a tedy F_1 do nekonečna, přejde plocha v paraboloid.

Je-li stanoviti řez rotační plochy Φ s rovinou E, pak znamená to vyhledati středy koulí, jež dané koule K_1 se dotýkají, procházejí bodem F_2 a středy své mají v rovině E. Plochy kulové těmto podmínkám hovící procházejí i bodem A, souměrným to bodem k ohnisku F_2, hledíc k rovině E.

Z libovolného bodu roviny E, jakožto středu, opišme kouli jdoucí bodem F_2, aby protla kouli K_1; koule ta ovšem bude procházeti i bodem A. Chordální rovinu M této koule a koule K_1 nechť protíná přímka AF_2 v bodě J; bod tento má tutéž mocninu $JA \,.\, JF_2$ ke kouli K_1, jakož i ke všem koulím, které jdou body A a F_2, tedy i k hledaným koulím, jež bodem F_2 procházejí, dané koule K_1 se dotýkají a své středy v E mají.

Dotyčné body těchto koulí s koulí K_1 dostaneme tedy jakožto dotyčné body kužele rotačního o vrcholu J kouli K_1 opsaného. Tyto dotyčné body na kouli K_1 tvoří kružnici a spojnice jich se středem F_1 koule K_1 vyplňují nový rotační kužel K, jehož průsek s rovinou E dává řez rotační plochy Φ s touže rovinou E; čili jinak řečeno: každý rovinný řez dané rotační plochy Φ promítá se z ohniska kuželem rotačním, aneb: každý rotační kužel, jehož vrchol jest v ohnisku plochy Φ, seče plochu tuto ve dvou kuželosečkách.

Je-li ohnisko F_1 ve vzdálenosti nekonečně velké, t. j. koule K_1 přejde v rovinu řídící paraboloidu, pak bod J jest průsečíkem přímky AF_2 s řídící rovinou a rotační kužel K přejde v rotační válec, jehož základna kruhová se středem J jest v řídící rovině a poloměr její jest roven $\sqrt{JA \,.\, JF_2}$; t. j. orthogonální průmět rovinného řezu rotačního paraboloidu na řídící rovinu jest kruh o středu J a poloměru $\sqrt{JA \,.\, JF_2}$.