Augustin Vondráček

O jisté prostorové křivce stupně pátého

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 54 (1925), No. 4, 339--340

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122322

O jisté prostorové křivce stupně 5ho.

Dr. techn. *Aug. Vondráček.*

Budiž dána sborcená plocha stupně 3. K^3 řídícími útvary: kuželosečkou k v π, přímkou dvojnou d o stopníku P na k a přímkou a, pak plocha 2. stupně K^2 kuželosečkou l v π a površkami a, b ji protínajícími (pro sestrojení možno za kuželosečky k, l volit kružnice, přímku $a \perp \pi$). Obě plochy mající společnou přímku a, protínají se ještě v prostorové křivce stupně pátého k^5.

Stanovme především průsečíky D, ${}^1D$ (reál. neb združ. imaginárné) dvojné přímky d s plochou K^2. Body tyto jsou zřejmě dvojnými body křivky k^5, jichž tečny jsou průsečnicemi vždy tečné roviny ke K^2 a dvou tečných rovin ke K^3 v oněch bodech.

Libovolná rovina dvojnou površkou d proložená protne K^3 ještě v jedné površce, K^2 v jisté kuželosečce a oba tyto útvary se protnou ve dvou bodech, z nich jeden padne na část proniku, totiž na přímku a; dostaneme tedy v každé rovině jen jediný bod křivky k^5, jež je tudíž křivkou racionálnou; její průmět do π směrem dvojné površky d je opět křivka stupně 5., mající v bodě P bod čtyřnásobný, který představuje 6 bodů dvojných (t. j. obecně bod k nás. $= \dfrac{k(k-1)}{2}$ bodům dvojným), t. j. maximální počet dvojných bodů rovinné křivky stupně 5.

Pro konstrukci jednotlivých bodů křivky k^5 položme společnou přímkou a libovolnou rovinu ϱ (tedy kolmou k π), jež protne K^3 ve dvou površkách ${}^1m$, ${}^2m$, hyperboloid K^2 v površce m. Průsečíky ${}^1M \equiv (m, {}^1m)$, ${}^2M \equiv (m, {}^2m)$ jsou body křivky průsečné.

Tečnu v bodě na př. ${}^1M$ sestrojíme jako průsečnici rovin tečných k hyperboloidu K^2 a k některému hyperboloidu dotyčnému plochy K^3 podél površky ${}^1m$.

Sestrojme hned hyperboloid oskulační podél této površky ${}^1m$. Bude určen třemi soumeznými površkami. Jeho stopa na π jde tedy bodem stopním P, bodem a_1 a oskuluje řídící kuželosečku k v stopníku I přímky ${}^1m$. Je tedy tato stopní kuželosečka v centrické kolineaci s kuželosečkou k pro střed kolineace I a osu kolineační PI. Pronik tohoto oskulačního hyperboloidu s plochou K^2 je křivka, jež průsečnou křivku k^5 v bodě ${}^1M$ oskuluje. Je to křivka stupně 3., ježto obě plochy mají přímku a společnou; tím je úloha sestrojiti oskulační kružnici křivky k^5 převedena na známou konstrukci oskulační kružnice prostorové křivky stupně 3. Je zároveň zřejmo, že všecky oskulační křivky 3. st. jdou oněmi dvojnými body D, ${}^1D$ na přímce dvojné d. Veškeré oskulační hyperboloidy površek plochy K^3 oskulují svými stopami řídící kuželosečku k v π. Každá ze stopních kuželoseček osk. hyperboloidů protne stopu l plochy K^2 mimo bod a_1 ještě ve třech bodech, jakožto průsečík oskulační křivky 3. stup. s půdorysnou. A tyto trojiny bodové na kuželosečce l tvoří bodovou involuci 3. stupně, ježto každá skupina bodová je jednoduše promětně přiřazena k jediné přímce $\Delta \equiv Pl$, jakožto kolineační ose mezi stopou oskul. hyp. a kuželosečkou k a určující na k onen bod oskulace l jakožto střed kolineační. Tedy:

Veškeré oskulační křivky 3. stupně naší křivky 5. stupně jdou dvěma pevnými body D, ${}^1D$ na přímce dvojné d a vytínají na stopě l plochy K^2 kubickou involuci.

Ježto tato involuce má 4 elementy koincidující, stane se celkem čtyřikrát, že oskulační křivka 3. stupně se zároveň kuželosečky l dotýká.

Je patrno, že ona kubická involuce bodová vznikne nejen na stopní kuželosečce l, ale na každé kuželosečce plochy K^2, jejíž rovina protne pl. K^3 též v kuželosečce jako části průseku, tedy v každé rovině tečné plochy K^3; dostaneme tak tedy ∞^2 kub. involuci bodových na kuželosečkách plochy K^2.

*

Sur une courbe gauche du 5^ième^ ordre.

(Extrait de l'article précédent.)

Cette courbe est définie comme l'intersection d'une surface gauche du 3^ième^ K^3 ordre avec un hyperboloïde K^2, ces deux surfaces ayant une directrice commune. Pour chaque point de la courbe on peut construire une courbe osculatrice du 3^ième^ ordre dont les intersections forment sur les sections coniques de K^2, situés dans les plans tangents de K^3, une involution cubique ponctuelle.