Quido Vetter

Jak mohl Menaichmos objeviti definici hyperboly

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 54 (1925), No. 4, 348--350

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122315

Jak mohl Menaichmos objeviti svou definici hyperboly.

Napsal *O. Vetter.*

Menaichmos (IV. stol. př. Kr.) bývá pokládán za objevitele kuželoseček, které po něm nazývali Řekové »triadou Menaichmovou«. Podle Eutokiova Komentáře k I. knize Apolloniových »Kuželoseček«[1]) praví Geminus (I. stol. př. Kr.), že starší, t. j. před Apolloniem, pokládali kuželosečky za řezy rotačního kužele, jichž roviny jsou kolmy k některé jeho povrchové přímce. Byl tudíž druh kuželosečky závislý na vrcholovém úhlu tohoto kužele. Ač Euklid znal šikmý řez rotačního válce (*Φαινόμενα*[2]) a ač Archimedes (O konoidech a sferoidech[3]) mluví o šikmém eliptickém řezu kužele, přece lze se stěží domnívati,[4]) že Archimedes a tím spíše jeho předchůdci by byli znali jiný vznik paraboly a hyperboly, než starou metodou, protínající kužel kolmo k nějaké povrchové přímce.

Eutokios zachoval nám v komentáři ke II. knize Archimedova spisu »O kouli a válci«[5]) dvě Menaichmova řešení délické úlohy. V prvém z nich užívá hyperboly rovnoosé, definované vztahem equivalentním naší rovnici $xy = k^2$. Heath[6]) obírá se otázkou, jak nalezl Menaichmos své definice kuželoseček jakožto řezů kuželů. Pro hyperbolu udává Heath dvě hypotésy. Prvá vychází od řezu, jehož rovina jest kolma k povrchové přímce tupoúhlého kužele. Heath tu předpokládá, že Menaichmos odvodil nejdříve vztah $PN^2 = \frac{2AL}{AA'} . AN . A'N$, kde A, A' jsou vrcholy hyperboly (z níž však Řekové před Apolloniem znali jen jednu větev), P bod hyperboly, N pata kolmice, spuštěné z bodu P na hlavní osu hyperboly a L průsečík osy kužele s rovinou hyperboly. Z této definice bylo teprve nutno odvoditi definici výše uvedenou. Podle druhé hypotésy, které dává Heath přednost pro její jednoduchost, jest pravoúhlý kužel proťat rovinou rovnoběžnou s osou a odvozena definice $PN^2 = CN^2 - CA^2$, kde C půlí AA'. Z tohoto vztahu pak jest odvozena rovnice svrchu uvedená.

---

1) Apollonii Pergaei quae graece extant, ed. J. L. Heiberg, díl II., str. 170 n.

2) »Euclidis quae supersunt omnia«, ed. D. Gregorius 1703, str. 561.

3) »Archimedis opera omnia«, ed. J. L. Heiberg, 2. vyd., díl I., str. 285 a n.

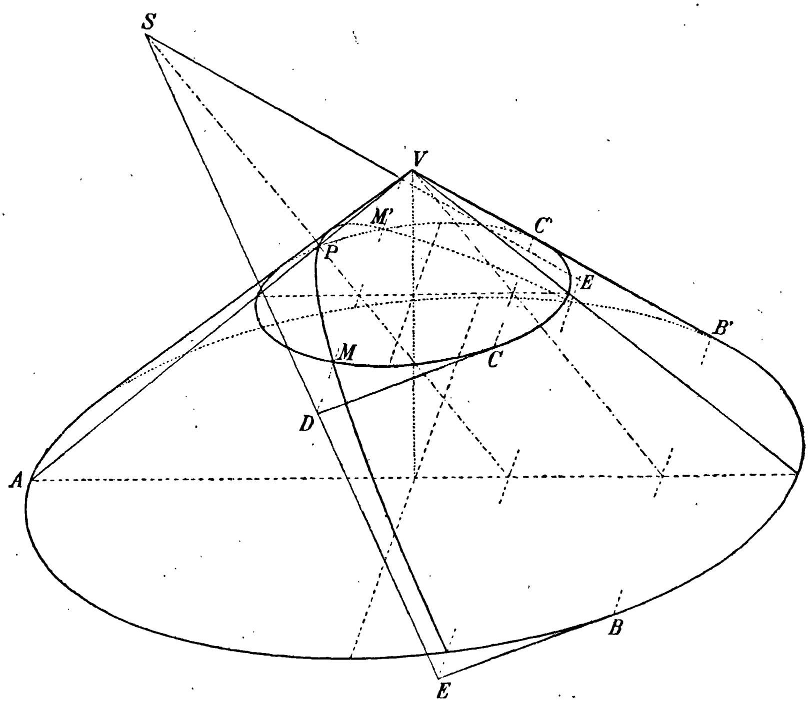
4) T. Heath: »A history of greek mathematics«, díl II., str. 126.

5) »Archimedis atd.«, díl III., str. 79 a n.

6) T. Heath: »A history atd.«, díl II., str. 111 a n.

Jest pravda, že prvá hypotésa, jak ji Heath provádí, jest příliš složitá, druhá však užívá řezu, jehož rovina není k povrchové přímce kolmá. Poněvadž, jak již výše řečeno, ani Archimedes tuto možnost vzniku hyperboly neznal, nelze toto odvození podkládati Menaichmovi. Lze však k cíli dojíti známým jednodušším způsobem, než to činí Heath při prvé hypotése.

Budiž dán rotační tupoúhlý kužel o vrcholu V (viz obr.). V bodě P jest vedena rovina řezu ϱ kolmo na povrchovou přímku VA. Ro-



vina ϱ protíná kužel v křivce Σ. Libovolný její bod M sestrojíme na kruhovém řezu kužele K. Považíme-li, že starší Menaichmův vrstevník Archytas z Tarentu (asi 430—365 př. Kr.), jehož učení do Řecka přinesl jeho žák Plato, řešil[7]) délickou úlohu složitou prostorovou úvahou, založenou na proniku dvou oblých ploch, nebude jistě pravdě nepodobno, hledati u Menaichma mnohem jednodušší prostorovou úvahu.

Poučka o součinu úseků na sečně kružnice byla u starých běžná a také Heath předpokládá, že Menaichmos jí užil pro průměr kolmo půlicí tětivu MM'. Jest proto přirozená hypotésa, že Me-

[7]) »Archimedes atd.«, díl III., str. 84 a n.

naichmos hledal geometrické místo bodů, jichž mocnosti ke kružnicím K by byly stejné. Proto se domnívám, že Menaichmos vedl vrcholem V rovinu σ rovnoběžnou k ϱ, protínající kužel v povrchových přímkách VB a $\overline{VB'}$. V průsečíku C přímky VB s kružnicí K budiž vedena k této kružnici tečna CD, kde jest D průsečík této tečny se sečnou MM'. I platí $CD^2 = DM . DM'$. Geometrické místo bodů D jest průsečnice roviny ϱ s rovinou τ, dotýkající se kužele podél VB, totiž přímka SE. Tím dostáváme přirozeně objev asymptoty, který by jinak bylo dosti těžko vysvětliti, když Řekové před Apolloniem, neznajíce druhé větve hyperboly, nemohli plně oceniti význam jejího středu.

Poněvadž délka tečny CD jest stejná pro všecky kružnice K, jest hyperbola dána vztahem $DM . DM' = DM . MD' =$ konst. Ježto rovnoběžkami $MQ \parallel SE'$ *a* $MR \parallel SE$ dostaneme pro všecky kružnice K podobné trojúhelníky DMQ a $D'MR$, plyne z hoření definice žádaný vztah $MQ . MR = k^2$.

Heath odůvodňuje pravděpodobnost své hypotésy okolností, že Řekové nepostupovali od všeobecného ke zvláštnímu, nýbrž naopak a proto chce dostati ihned rovnoosou hyperbolu. Zmínka o řeckém postupu jest správná. Než ten jest tu již vyjádřen rozdělením kuželoseček na tři druhy podle vrcholového úhlu proťatého kužele. Konstrukce však kužele, na němž by vznikla ihned rovnoosá hyperbola kolmým řezem k povrchové přímce, zdá se mi na starší řeckou matematiku přece jen příliš umělá a proto pokládám tuto úvahu za přirozenější.

*

Comment Menaichmos a trouvé, probablement, sa définition de l'hyperbole.

(Extrait de l'article précédent.)

S'appuyant sur les recherches de Heath, l'auteur donne une construction dans l'espace, par laquelle le géomètre grec a pu, probablement, arriver à la propriété de l'hyperbole, exprimée, dans la notation moderne, par l'équation $xy = k^2$.