Antonín Pleskot

Příspěvek ku řešení trojúhelníka

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 28 (1899), No. 3, 250--252

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122236

neboť $$\lambda + \mu = s^2.$$

Spojnice protějších bodů dotyčných:

$$\overline{KG} = \frac{2\Delta\sqrt{\nu_1}}{\sqrt{\lambda\mu}},$$

$$\overline{FH} = \frac{2\Delta\sqrt{\nu_2}}{\sqrt{\lambda\mu}}$$

a jich poměr

(27) $$\overline{KG} : \overline{FH} = \sqrt{\nu_1} : \sqrt{\nu_2}.$$

Obsah čtyřúhelníka FGHK

(28) $$\Delta' = \frac{2\Delta^3}{\lambda\mu}.$$

Vzdálenost středu O od vrcholu čtyřúhelníka

(29) $$\overline{OA} = \frac{\Delta}{s}\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_2}}.$$

a součet čtverců všech čtyř spojnic jest

$$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \frac{\lambda^2 + \mu^2}{s^2} \text{*)}.$$

Příspěvek ku řešení trojúhelníka.

Napsal

Dr. Antonín Pleskot,

professor v Plzni.

V předcházejícím ročníku Časopisu tohoto uvedli jsme řešení trojúhelníka, dány-li jsou jeho strany. Řešením tím dospěli jsme k známým identickým vztahům, které platí o úhlech α, β, γ vyhovujících podmínce

---

*) O čtyřúhelníku tohoto druhu jedná též článek „O čtyrúhelníku dvojstředovém," který v XVII. ročníku Časopisu (str. 10.) uveřejnil řed. A. Strnad. Red.

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi.$$

Předpokládáme-li naopak známost těchto identických rovnic, které obyčejně již v goniometrii se vyvinují, tu můžeme velmi jednoduše dospěti ku vzorcům určujícím úhly daného trojúhelníka, dány-li jsou jeho strany.

Tyto identické vztahy jsou:

$$(\alpha) \quad \begin{aligned} \sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma &= 4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}, \\ \sin\alpha + \sin\beta - \sin\gamma &= 4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}. \end{aligned}$$

Dle věty sinusové platí:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c} = \lambda,$$

kdež λ jest zkrácené vyjádření kteréhokoli z předchozích poměrů.

Jest tedy

$$(\beta) \quad \begin{aligned} \sin\alpha &= a\lambda, \\ \sin\beta &= b\lambda, \\ \sin\gamma &= c\lambda. \end{aligned}$$

Dosadíme-li tyto hodnoty do rovnic (α), nabudeme:

$$\begin{aligned} \lambda(a + b + c) &= 4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}, \\ \lambda(a + b - c) &= 4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}, \end{aligned}$$

jichž násobením plyne:

$$\lambda^2(a + b + c)(a + b - c) = 4\sin\alpha\sin\beta\cos^2\frac{\gamma}{2}.$$

Poněvadž

$$\sin\alpha\sin\beta = ab\lambda^2,$$

máme z předchozí rovnice

$$(a + b + c)(a + b - c) = 4ab\cos^2\frac{\gamma}{2},$$

t. j. $$\cos\frac{\gamma}{2}=\sqrt{\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{4ab}}.$$

Podobně znásobením rovnic

$$\lambda(a+b-c)=4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2},$$

$$\lambda(a-b+c)=4\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}$$

obdržíme

$$\lambda^2(a+b-c)(a-b+c)=4\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin\beta\sin\gamma,$$

z čehož, ježto $\sin\beta\sin\gamma=\lambda^2bc$,

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}}.$$

Úlohy.

Úloha 41.

Řešiti rovnici

$$\frac{\sqrt{(x^2-a^2)(x^2-b^2)}}{ab}+\frac{\sqrt{(x^2-b^2)(x^2-c^2)}}{bc}$$

$$+\frac{\sqrt{(x^2-c^2)(x^2-a^2)}}{ca}=1.$$

Který význam má x, značí-li a, b, c délky stran trojúhelníka? Řed. *A. Strnad.*

Úloha 42.

Vyloučiti u z rovnic

$$x+u^2y=au$$
$$y+u^4x=au^2.$$

Týž.