

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Antonín Pleskot

Příspěvek ku řešení trojúhelníka

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 28 (1899), No. 3, 250--252

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122236>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1899

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

neboť $\lambda + \mu = s^2$.

Spojnice protějších bodů dotýčných:

$$\overline{KG} = \frac{2A\sqrt{v_1}}{\sqrt{\lambda\mu}},$$

$$\overline{FH} = \frac{2A\sqrt{v_2}}{\sqrt{\lambda\mu}}$$

a jich poměr

$$(27) \quad \overline{KG} : \overline{FH} = \sqrt{v_1} : \sqrt{v_2}.$$

Obsah čtyřúhelníka FGHK

$$(28) \quad A' = \frac{2A^3}{\lambda\mu}.$$

Vzdálenost středu O od vrcholu čtyřúhelníka

$$(29) \quad \overline{OA} = \frac{A}{s} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_2}}.$$

a součet čtverců všech čtyř spojnic jest

$$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \frac{\lambda^2 + \mu^2}{s^2} *).$$

Příspěvek ku řešení trojúhelníka.

Napsal

Dr. Antonín Pleskot,
professor v Plzni.

V předcházejícím ročníku Časopisu tohoto uvedli jsme řešení trojúhelníka, dány-li jsou jeho strany. Řešením tím dospěli jsme k známým identickým vztahům, které platí o úhlech α , β , γ vyhovujících podmínce

*) O čtyřúhelníku tohoto druhu jedná též článek „O čtyřúhelníku dvojitředovém,“ který v XVII. ročníku Časopisu (str. 10.) uveřejnil Red. A. Strnad.
Red.

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi.$$

Předpokládáme-li naopak známost těchto identických rovnic, které obyčejně již v goniometrii se vyvinují, tu můžeme velmi jednoduše dospěti ku vzorcům určujícím úhly daného trojúhelníka, dány-li jsou jeho strany.

Tyto identické vztahy jsou:

$$\begin{aligned} \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma &= 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}, \\ (\alpha) \quad \sin \alpha + \sin \beta - \sin \gamma &= 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}. \end{aligned}$$

Dle věty sinusové platí:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c} = \lambda,$$

kdež λ jest zkrácené vyjádření kteréhokoli z předchozích poměrů.

Jest tedy

$$\begin{aligned} (\beta) \quad \sin \alpha &= a\lambda, \\ \sin \beta &= b\lambda, \\ \sin \gamma &= c\lambda. \end{aligned}$$

Dosadíme-li tyto hodnoty do rovnic (α), nabudeme:

$$\begin{aligned} \lambda(a + b + c) &= 4 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}, \\ \lambda(a + b - c) &= 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}, \end{aligned}$$

jichž násobením plyne:

$$\lambda^2(a + b + c)(a + b - c) = 4 \sin \alpha \sin \beta \cos^2 \frac{\gamma}{2}.$$

Poněvadž

$$\sin \alpha \sin \beta = ab\lambda^2,$$

máme z předchozí rovnice

$$(a + b + c)(a + b - c) = 4ab \cos^2 \frac{\gamma}{2},$$

$$\text{t. j.} \quad \cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{4ab}}.$$

Podobně znásobením rovnic

$$\lambda(a+b-c) = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2},$$

$$\lambda(a-b+c) = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$$

obdržíme

$$\lambda^2(a+b-c)(a-b+c) = 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin \beta \sin \gamma,$$

z čehož, ježto $\sin \beta \sin \gamma = \lambda^2 bc$,

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}}.$$

Úlohy.

Úloha 41.

Řešiti rovnici

$$\frac{\sqrt{(x^2 - a^2)(x^2 - b^2)}}{ab} + \frac{\sqrt{(x^2 - b^2)(x^2 - c^2)}}{bc} + \frac{\sqrt{(x^2 - c^2)(x^2 - a^2)}}{ca} = 1.$$

Který význam má x , značí-li a, b, c délky stran trojúhelníka? Řed. A. Strnad.

Úloha 42.

Vyloučiti u z rovnic

$$\begin{aligned} x + u^2 y &= au \\ y + u^4 x &= au^2. \end{aligned}$$

Tyž.