Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 62 (1933), No. 2, 55--78

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121938

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1933

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

LITERATURA.

A. Recense.

Dr. *Jur Hronec:* Algebraické rovnice a ich použitie na analytickú geometriu. Vydáno s podporou ministerstva škol. a nár. osvěty. Brno 1932. 8⁰, 264 + X str. Cena neudána.

Titul knihy už dává její rozdělení na dva hlavní díly. Prvý diel (Algebraické rovnice) má 7 částí (I. Úvod; II. Systémy lineárných rovníc a determinanty; III. Niektoré vlastnosti racionálnych funkcií celistvých a z tých vyplývajúce vety pre alg. rovnice vyššieho stupňa; IV. Riešitel'né alg. rovnice; V. Reálne korene algebraických rovníc; VI. Približné určenie koreňov; VII. Formy a transformácie). Druhý diel (Analytická geometria) obsahuje poslední čtyři části (VIII. Základy analytickej geometrie na rovine; IX. Kvadratické čiary (kuželosečky); X. Základy analytickej geometrie v priestore; XI. Kvadratické plochy).

Podstatným požadavkem a rysem každého dnešního matematického díla, jímž se autor představuje foru příslušných interesentů, má být systematické, logicky uspořádané propracování probírané látky, opřené o definitoricky přesně vymezené pojmy tak, aby v jednotlivých formulacích nebyla případně vzbuzována u kritického čtenáře pochybnost o požadované obecnosti příp. vymezení v oněch formulacích, nechť jde o dílo rázu vysloveně vědeckého s novými objevy a vztahy, nebo o knihu — jako p. prof. Hronce — podávající látku už známou, v níž ona přesnost definitorická v elementech musí být rovněž základním pilířem stavby celé knihy.

A právě tento základní požadavek postrádáme v této knize jak v díle prvém tak i druhém. Uvádím tu několik příkladů současně s jinými nedopatřeními.

Učebnice, uvádějící čtenáře do počátků algebry, nemůže se v úvodě obejíti bez — třeba velmi stručného — náčrtu o klasifikaci čísel: z přirozené řady číselné jsme řešením lineární rovnice s koeficienty z čísel přirozené řady vedeni k číslům záporným a zlomkům, t. j. k systému čísel racionálných. K nim přistupují čísla irracionálná, jejichž existenci možno začátečníkům ukázati na vhodných ryze kvadratických rovnicích (chceme-li obejíti složitější jejich definici Dedekindovým řezem). Čísla racionálná a irracionálná tvoří dohromady čísla reálná. Potom teprve možno přistoupiti k definici čísel komplexních a jejich zobrazení ∞^2 body roviny.

Toho pan autor nečiní, ale začíná hned čísly komplexními (str. 3): „Vezmime reálne číslo a a imaginárne číslo bi, kde je b reálne číslo a $i = \sqrt{-1}$ vtedy čísla $a + bi$ alebo $a - bi$ volajú sa komplexné čísla.“ Předpokládá, že uvedená klasifikace je začátečníkům (patrně tu jde o posluchače přednášek páně autorových) běžná; víme však, že průměrnému [illegible] třebaže o těchto věcech na střední škole slyšel, takovéto ujasnění v spleti středoškolských předmětů uniká, i je třeba je souvisle připomenouti. Ostatně se tu může stát toto místo nejasným i osobám, které mají již více let střední školu za sebou a chtějí se o probírané látce poučiti. Potom ovšem uniká i jasnost — jinak správné — definici racionálných funkcí celistvých (str. 8) $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$, „kde $a_0, a_1, \ldots, a_n$ sú rac. alebo irrac. čísla“ a racion. funkcí obecných (str. 9)

$$F(x) = \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \ldots + b_n},$$

kde „exponenty n a m sú zase prírodzené čísla.“

Na str. 4 při zavádění polárních souřadnic se praví: „. . . vezmeme na rovine pevný bod O a týmto prechádzajúcu orientovanú pevnú priamku o; potom tiahneme. . .“, ale není tu ani v předchozím řečeno, co to orientovaná přímka je.

Nepřesnost vyjádření je patrna na str. 5: „Komplexné čísla násobíme, keď násobíme ich absolútne hodnoty a amplitúda sčítáme.“ Přesně: „Súčin komplexných čísel je komplexné číslo, ktorého absolútna hodnota rovná sa súčinu absolútnych hodnôt činitel'ov a amplitúda súčtu amplitúd týchto činitel'ov.“ Podobně na str. 6 pro umocnění, dělení a odmocnění komplexních čísel.

Možno považovat za zbytečné, zavádí-li se pro sudé a liché permutace znaménka plus a minus, jak to činí p. autor na str. 20: „Tie permutácie, ktoré majú sudý počet inverzií, vezmeme s kladným znamienkom a tie zase, ktoré obsahujú lichý počet inverzií, bereme so záporným.“ Čtenář nevidí k tomu zatím žádného důvodu, těžko tu najde nějaké opodstatnění k zavádění těchto početních znamének, zvláště když se v předchozím výkladu neoperovalo s jakostí znaménka součinu

$$\pi(k) = (k_2 - k_1)(k_3 - k_1)(k_3 - k_2)(k_4 - k_1) \ldots (k_n - k_1)(k_n - k_2) \ldots (k_n - k_{n-1}), \ (k_1, k_2, \ldots, k_n \text{ permutace z } 1, 2, 3, \ldots n),$$

jehož znaménko právě určuje povahu oné permutace.

Teprve při definici determinantu, kdy tyto permutace vystupují jako (řádkové nebo sloupcové) indexy prvků determinantu v příslušných součinech jakožto členech determinantu, je ono přisuzování znaménka podstatné.

Chybí též bližší odůvodnění, že počet permutací sudých a lichých je stejný; rovnost počtu kladných a záporných členů determinantu p. autor na str. 21 jen konstatuje.

Pro stručnější vyslovení základních vlastností determinantu (str. 24, 25) je užitečno zavésti název řada (slovensky rad, muž. rodu), aby se nemusily stále opakovat názvy řádek a sloupec.

Při rozvoji determinantů podle prvků řady nezavádí p. autor rozlišení mezi „subdeterminantem“ a „doplňkem“, ale shrnuje — což je možné, není-li obavy z nedorozumění — pod jediný pojem „subdeterminant“ s příslušným už znaménkem (str. 24).

Při řešení systému lineárních rovnic nepředeslán pojem lineární závislosti, (nečtvercové) matice a její hodnosti, až najednou se objeví název matice na str. 32 dole při řešení $n + h$ lineárních rovnic o n neznámých. Jinak začíná zmínka o maticích až na str. 106, odst. 74.

Pro rozvoj determinantu podle věty Laplaceovy (jejíž specielním případem je rozvoj podle prvků řady) opomíjí (na str. 34—35) p. autor úplně určení znaménka subdeterminantu přidruženého (komplementárního). Tato věta, umožňující převod na determinanty nižších stupňů z determinantu daného, je jistě pro výpočet determinantů velmi důležita, nejen „v určitých prípadoch“, jak míní p. autor na str. 35 dole.

V odst. 22 je odvozena věta o násobení determinantů $|a_{ik}|$, $|b_{ik}|$ n-ho stupně; jejich součin lze vyjádřiti opět determinantem téhož stupně

$$|a_{ik}|\,.\,|b_{ik}| = |c_{ik}|, \tag{1}$$

jehož prvky jsou

$$c_{ik} = \sum_{\lambda=1}^{n} a_{i\lambda}\, b_{\lambda k},\ i, k = 1, 2, \ldots, n \tag{2}$$

a ze záměny řad

$$|a_{ik}|\,|b_{ik}| = |c_{ik}|, \text{ kde } c_{ik} = \sum_{\lambda=1}^{n} a_{i\lambda} b_{k\lambda},$$

$$|a_{ki}|\,|b_{ik}| = |c_{ik}|, \text{ kde } c_{ik} = \sum_{\lambda=1}^{n} a_{\lambda i}\, b_{\lambda k}, \tag{3}$$

$$|a_{ki}|\,|b_{ki}| = |c_{ik}|, \text{ kde } c_{ik} = \sum_{\lambda=1}^{n} a_{\lambda i}\, b_{k\lambda};$$

slovní formule těchto prvků opomenuta.

Další důsledek však, ke kterému p. autor v tomto odstavci dospívá, je opravdovým překvapením. Praví doslovně (str. 38): „Zameňme dva faktory v (1), vtedy je

$$|b_{ik}|\,.\,|a_{ik}| = |c'_{ik}|,$$

kde je

$$c'_{ik} = \sum_{\lambda=1}^{n} b_{i\lambda}\, a_{\lambda k}.$$

Táto hodnota však nie je hodnota (2) preto násobenie determinantov nie je komutatívna operácia, poradie faktorov je dôležité."

Tu se nečekaně vyvrací z kořene zákon komutativní při násobení! A přece se mohl p. autor o nepravdivosti této věty okamžitě přesvědčit prostým srovnáním tohoto prvku

$$c'_{ik} = b_{i1}\, a_{1k} + b_{i2}a_{2k} + \ldots + b_{in}a_{nk}$$

a prvku třeba z poslední rovnice (3), symetrického k c_{ik} podle hlavní úhlopříčky

$$c_{ki} = a_{1k}b_{i1} + a_{2k}b_{i2} + \ldots + a_{nk}b_{in}$$

z čehož $c'_{ik} = c_{ki}$, t. j. oba determinanty $|c'_{ik}|$, $|c_{ik}|$ se od sebe liší jen výměnou řádek a sloupců a jsou si tedy rovny. P. autor tu zřejmě zaměnil dva podstatně různé výkony: násobení determinantů a symbolické násobení dvou matic, kdy dvě matice sdružené (t. j. s výměnou řádků a sloupců) nejsou si obecně rovny.

Nepravdiva je pak ovšem věta téhož odst. (str. 38): „Násobenie dvoch determinantov je len vtedy komutatívna operácia, keď so zmenou faktorov súčasne zameníme v determinantoch riadky s patričnými slúpcami."

Řada Taylorova pro racionálnou celistvou funkci (str. 43)

$$f(a+h) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}h + \ldots + \frac{f(a)^k}{k!}h^k + \ldots + \frac{f(a)^n}{n!}h^n$$

platí i bez předpokladu na str. 42, že $|h| < \eta$ je jakákoli malá hodnota, jak z postupu odvození této řady vyplývá.

Značný zmatek v čtenáři začátečníkovi musí vzbudit věta odst. 29 (str. 45): „Jestliže f(z) v niektorom bode roviny nie je nula, vtedy možno určiť taký smer zmeny premennej, v ktorom hodnota funkcie klesá." Tu se mělo přece napřed připomenouti, že máme na mysli rac. funkci komplexní proměnné, v níž bodům z roviny odpovídají hodnoty f(z). Před tím však (str. 8, Funkcie) vzbuzeno přesvědčení, že jde stále jen o funkce s reálnou proměnnou, až teprve na str. 60 se uvažuje a píše rovnice (nikoli funkce) s neznámou komplexní i s komplexními koeficienty zvlášť vyznačenými $c_k = a_k + b_k i$.

V příkladě 6. na str. 52 má řešená tam rovnice 5. stupně s kořeny

$$x_1 = 1,\ x_2 = -5,\ x_3 = -5,\ x_4 = 2 + 3i,\ x_5 = 2 - 3i$$

tvar

$$x^5 + 5x^4 - 8x^3 + 32x^2 + 295x - 325 = 0;$$

asi tiskovou chybou se do ní dostal při x_4 koeficient 2.

I v druhém dílu (Analytická geometria) je řada nepřesností v zavedených pojmech, nehodící se do současné až úzkostlivé axiomatiky geometrické.

Už prvá věta tohoto dílu (odst. 88, str. 127): „Analytická geometria pojednáva geometrické vzťahy pomocou algebraických rovníc", nemůže začátečníka poučiti o tom, v čem tkví podstata této disciplíny, pokud nebyly vyloženy souřadné systémy, sloužící k určení prvků útvarů aspoň jednorozměrných (řada bodová, svazek paprskový) a dvojrozměrných (pole bodové, přímkové).

Už Euklidovi je postulátem věta, že dva body lze vždy spojit jedinou přímkou. Proto překvapuje věta v odst. 88: „Určitým pohybom bodu vznikne priamka." Zavádí se tu pojem „pohyb", o němž možno mluviti až při transformaci souřadného systému; který je to „určitý pohyb"?

Každá přímka má už svůj směr, orientaci jí přikazuji dva smysly. P. autor tohoto pojmového rozdílu nečiní. Praví při zavádění úsečkové souřadnice bodu P na přímce (st. 127): „Podľa toho, či sa smer diaľkovej jednotky OE shoduje so smerom dialky OP, alebo nie, zmeraním môžeme dostať dve podľa znamienka rozličné čísla." Podobný nedostatek orientace je v úhlové souřadnici přímky ze svazku přímek (str. 129). Není ovšem pravdiva věta na téže str.: „Priamka určitého smeru nazýva sa priamkou orientovanou."

Po souřadnicích poměrových λ bodů na přímce bylo by pro techniky užitečno zavésti pojem dvojpoměru čtveřice bodové (přímkové).

Osa x je pro parabolu $y^2 = 2px$ v pravoúhlé soustavě souřadné její osou, nikoli jen průměrem, jak na str. 143 udáno. P. autor zavádí vůbec pro osy kuželoseček název hlavné priemery (str. 169), osami jsou pak úsečky mezi průsečíky těchto hlavních průměrů s kuželosečkou; podobně pro plochy druhého stupně (str. 225).

Nepřesně je řečeno (str. 148): „Priamka c dá sa určiť polárnymi súradnicami p a α, kde p je kolmica z počiatočného bodu O na priamku c a znamená vzdialenosť priamky od počiatočného bodu . . ." (tedy kolmice = vzdálenost!).

Větou (na téže str.): „Priamka c je určená bodom N, v ktorom ju pretína kolmica, a jedným ľubovolným bodom $P(x, y)$" je přímka c přeurčena.

Po zavedení homogenních souřadnic rovinných jsou určeny na str. 155 nevlastní (úběžné) body elipsy, hyperboly, opomenuty ale absolutní body kruhové kružnice; na téže str. konstantováno, že „parabola má v nekonečnosti dvojitý bod, čo je tiež pre ňu charakteristické." Dobře myšleno, ale chybně pověděno; parabola je kuželosečka, jež se nevlastní přímky roviny dotýká. Dvojného bodu nesložená kuželosečka míti nemůže.

Při stanovení vícenásobných kořenů sekulární rovnice 3. st. provedeny na str. 226 derivace determinantu, ač příslušné pravidlo k tomu nebylo nikde před tím udáno; čtenář — i když zná počátky počtu diferenciálního — si dosažené výsledky velmi pracně verifikuje.

Při rozboru hyperboloidu jednodílného (str. 233) jakož i při hyperbolickém paraboloidu (str. 243) není vůbec zmínky o důležité vlastnosti těchto ploch, že mají totiž na svém povrchu dvě soustavy povrchových přímek.

Vůbec věnována kuželosečkám a plochám 2. stupně pozornost jen po stránce počtářské s opomenutím důležitých důsledků konstruktivních.

Kniha má i po stránce jazykové a terminologické řadu nedopatření, třebaže — jak p. autor v předmluvě praví — prvý díl četl tajemník Matice slovenské p. R. Klačko.

Tak hned v předmluvě je: „... aby som týmto obľahčil študium mojich poslucháčov" (místo svojich); „v novejších knihách analytickej geometrie" (místo v novších knihách o an. geometrii); „zkúsenosti" (místo skúsenosti); nevhodné „odvis" = funkcia (místo závislosť); na str. 12 „násobíme s c_2" (místo násobíme c_2); slúpec (správně stľpec); na str. 4 „tiahneme priamku" (man zieht); v předml. „pojednávam analytickú geometriu" (etwas behandeln); na str. 6 je „amplitúdo" (stř. rod); na str. 130 „tangent" (muž. rod).

Z uvedených tu ukázek patrno, že kniha vykazuje prozatím řadu nedostatků někde povahy i zásadní, jež bude třeba v případném druhém vydání opraviti a hlavně definitorickou stránku zrevidovati.

Třeba uznati, že si pan autor předložil v knize nevelkého rozměru k zpracování tak obsáhlého materiálu úlohu značně obtížnou, zabíhající do dvou tak různých odvětví matematiky: čisté algebry a geometrie. Je jisto, že opravami a doplňky by se rozměr knihy značně rozšířil.

O knize podal jsem stručný referát v Kulturní kronice Lidových novin už 3. června 1932 („Prvá slovenská kniha matematická"). Pan autor mi odpověděl v témže časopise hned 4. června osobně zahrocenou výtkou a kladením několika otázek, na něž odpovědí nechť jsou výše uvedené řádky této nestranné a neosobní recense. Připomínám jen, že — třeba „vzdálen vysoké školy" — nemíním upírati panu autorovi gloriolu vysokoškolského profesora.

Jen poznámku. Mínění p. autora, že po stránce jazykové „není chybou každý novotvar, který zavedl", není v souhlase se současným prudkým bojem Matice slovenské za tú našu slovenčinu, který se z této slovenské kulturní instituce podniká i proti oficielním „Pravidlám slovenského pravopisu". *Aug. Vondráček.*

K. Petr: Počet integrální. Sborník Jednoty čs. mat. a fys. č. 13. 2. pozměn. vyd. s dodatkem: Úvod do teorie množství od *V. Jarníka*. 1931. 8⁰ XXIV,725 stran. 24 obr. Cena váz. výt. Kč 160.—.

Druhé vydání Petrova Int. počtu vykazuje vedle drobných (skoro na každé straně se vyskytujících) změn také řadu změn dosti podstatných. Již prvé vydání vyznamenávalo se řadou vhodně volených a instruktivních příkladů; ve druhém vydání, v němž byly přidány četné příklady nové, jsou příklady odlišeny od hlavního výkladu drobnějším tiskem, čímž přehlednost knihy značně získala. Zejména však užitečnost knihy pro mladé matematiky značně vzrostla tím, že vedle těchto propočítaných příkladů je v novém vydání připojena řada cvičení, jejichž studiem čtenář mnoho získá; při obtížnějších je podán stručný návod k řešení.

Při volbě látky zůstal Petr v podstatě jako v prvém vydání na půdě klasické analysy, tak zejména omezuje se na integrál Riemannův, ponechávaje zcela stranou novější pojmy integrálu. Přes to na různých místech druhého vydání jest užito některých pojmů z teorie bodových množství, především pojmu derivací bodového množství a tím i transfinitních čísel. Ježto v české literatuře není dosud díla o teorii množství, zpracoval na Petrův podnět Jarník základy této teorie ve stručném (str. 655—725) Dodatku k Int. počtu. Výběr látky byl ovšem do značné míry předepsán

Petrovým textem. Vhodně však Jarník upravil Dodatek tak, že je zcela nezávislý na Int. počtu. Užitečnost tohoto Dodatku je zřejmá. Vzhledem k abstraktnosti předmětu jsou jeho výklady prováděny obšírně, takže jeho četba začátečníkovi nikde nezpůsobí obtíží.

Z prvého vydání zůstalo rozdělení ve čtyři hlavní části: primitivní funkce, integrál funkce jedné proměnné, aplikace a integrály množné; k tomu ovšem nyní přistupuje ještě Jarníkův Dodatek. Vylíčím nyní stručně obsah díla, přihlížeje hlavně ke změnám proti prvému vydání.

Prvá část skládá se z pěti kapitol. Po stručném přehledu (kap. I.) hlavních metod k určování primitivních funkcí následuje (kap. II.) integrace racionálních funkcí. S výhodou proti prvému vydání (zde i na různých místech později) připouštějí se jako koeficienty libovolná komplexní čísla. V této souvislosti jsou také zavedeny elementární transcendenty jako funkce komplexní proměnné; tyto výklady je pokládati za doplněk k Dif. počtu, ve kterém se Petr ještě komplexním číslům vyhýbal. Při tom se ovšem definice a základní vlastnosti elementárních funkcí v reálném oboru předpokládají z Dif. počtu; referent dal by přednost nezávislému odvození metodou počtu integrálního. Kap. III. o integraci algebraických funkcí liší se od prvého vydání hlavně v oddílu o eliptických integrálech, kde zejména byly přidány úvahy o lineární a kvadratické transformaci elipt. int.; zde je nyní (vhodně) umístěna Landenova transformace, která v prvém vydání byla až v kap. o numerické integraci. V oddílu o integrálech rodu 1 je přidán výklad o biracionálních transformacích eliptické křivky 3. st. Kap. IV. o integraci transcendentních funkcí značně získala zavedením komplexních čísel. V kap. V. (přechod od neurčitých integrálů k určitým) je proti prvému vydání obecněji studován případ $F'(x) = f(x)$ až na reducibilní množství bodů x. Tyto věci daly by se vyložiti ve tvaru stručnějším a (podle referentova soudu) začátečníkovi přístupnějším, kdyby se vyšlo od jiné definice reducibilního množství (každá neprázdná část má isolovaný bod). Tím by se zavedení transfinitních čísel stalo zbytečným (a to by byla škoda; neboť právě fakt, že transfinitní čísla jsou pro začátečníka obtížná, dal asi prvý podnět ke šťastné myšlence Dodatku). Po řadě příkladů proti prvému vyd. značně rozhojněné (často se v nich vyskytují komplexní čísla) následují oddíly o integraci řad a o výpočtu eliptických integrálů, které v 1. vyd. byly jinak umístěny.

Předmětem druhé části (kap. VI.—IX.) je Riemannův pojem integrálu funkce jedné proměnné. V kap. VI. (o vlastním integrálu) 1. oddíl (definice) zůstal celkem beze změny. Oddíl 2. (o existenci integrálu) byl rozšířen o pojem Jordanovy míry lin. množství a o pojem oscilace funkce v bodě. Referentovi zde vadí, že nenalezla místa nejhezčí (podle jeho osobního názoru) nutná a postačující podmínka pro existenci integrálu, týkající se distribuce bodů diskontinuity. Ve 3. oddílu (o vlastnostech integrálu) byl důkaz 2. věty o stř. hodnotě zjednodušen podle p. K. Rösslera. Ve 4. oddílu (aplikace) bylo značně rozšířeno vyšetřování sumační formule Euler-Maclaurinovy, jejíž důležitost jeví se nyní daleko přesvědčivěji než čtenáři 1. vyd. Oddíl 5. (o numerické integraci) byl poněkud rozšířen v odst. 125—126 (v. odst. 211 1. vyd.). Oddíl 6. (o funkcích s konečnou variací) zůstal beze změny. Zcela nově zpracován jest oddíl 7. o Fourierových řadách. Nejprve je zde velmi elementární vyšetřování Fourierovy řady pro jeden jednoduchý, ale pro aplikace zvláště důležitý typ funkcí. Na to ve formě cvičení jsou podány některé věty z Riemannovy teorie trigonometrických řad a Gaussovy součty. Následuje Weierstrassova věta o polynomiální aproximaci, polynomy a trigon. polynomy s nejmenší střední odchylkou od dané funkce a Parsevalova věta. V kap. VII. (nevlastní integrál) jest proti 1. vyd. úvaha rozšířena na případ nekonečného počtu singularit; vypuštěna je hlavní hodnota integrálu a integrální kriterium pro konvergenci řad, které nalezlo místo v Dif. počtu (odst. 118). V kap. VIII. běží o integrály závislé na parametru. V 1. oddílu (spojitost) výklad je proti 1. vyd. obecnější a při tom přehlednější. Další oddíly 2. — 5. zůstaly celkem beze změny. Připojen jest oddíl 6., kde podle Jarníka je vyložena Arzelova věta o integraci řad a její užití. Kap. IX. (o křivkových integrálech) málo se liší od 1. vyd.

Třetí část skládá se ze dvou kapitol. Předmětem kap. X. je hlavně teorie funkce gamma. Hlavní odchylky od 1. vyd. jsou: Odvození nekonečného součinu pro $\Gamma(\mu)$ (odst. 214, v 1. vyd. odst. 240) je zjednodušeno; Stirlingův rozvoj, dříve odvozený z Binetova integrálu, je nyní jednodušeji odvozen z Euler-Maclaurinovy formule; přidáno je vyjádření log $\Gamma(\mu)$ integrálem; vypuštěn je Raabeův integrál. V kap. XI. oddíl o délce křivky má několik drobných doplňků; v oddílu o plošném integrálu je připojen odstavec o Jordanově míře bodového množství v rovině.

Předmětem čtvrté části jsou integrály množné. Proti 1. vyd. jsou jen drobné rozdíly: Důkaz formule pro transformaci dvojných integrálů (odst. 278, v 1. vyd. odst. 318—320) je proveden úplněji; postačující podmínky, aby plošný integrál podél libovolné uzavřené plochy byl roven nule, jsou (v. odst. 323) jednodušeji odvozeny; odstavce o μ-rozměrných integrálech (odst. 381—388 1. vyd.) jsou vypuštěny.

Jarníkův Dodatek rozpadá se v pět oddílů. V 1. oddílu jsou nejprve zavedeny základní operace teorie množství; následují spočetná množství a množství mocnosti kontinua. Ve 2. oddílu jsou vyšetřována uspořádaná a hlavně dobře uspořádaná množství: je zde odvozena věta, že dobře uspořádané množství není podobné žádnému svému úseku; naproti tomu o Zermelově větě je pouze zmínka (na str. 691). Ve 3. oddílu jsou studována ordinální čísla; z didaktických důvodů je výklad omezen na čísla $< \Omega$. Ve 4. oddílu jsou základy teorie bodových množství: uzavřená a otevřená množství, derivace bodového množství, kondensační body, dokonalá množství, reducibilní množství. V 5. oddílu je několik doplňků k Int. počtu.

Již prvé vydání Int. počtu přispělo značnou měrou k prohloubení studia matematiky u nás; druhé vydání bude tento úkol plniti ještě lépe. Jen v jedné věci budiž mi dovoleno projeviti jakousi nespokojenost: Literárních odkazů je v knize*) příliš málo a pokud jsou, týkají se takřka výhradně klasické literatury. A přece právě pro čtenáře, studujícího matematiku s láskou (a na ty především musí počítati dílo tak rozměrné), bylo by velmi důležité, kdyby na místech, které vzbudily jejich zájem, bylo udáno, jak lze získané vědomosti ještě dále prohloubiti. Nechci vytýkati, že literární poznámky nejsou činěny *systematicky*; v tom ohledu vysvětlení podané v předmluvě mne uspokojuje. Ale přes to na některých místech neexistence citátu překvapí. Uvedu dva příklady: V odst. 118 se zdůrazňuje důležitost transcendence čísla π; proč není citován některý ze známých elementárních důkazů? V odst. 239 je řeč o počtu prvočísel $\leq x$; proč je zde citována pouze práce sice obsažná, ale psaná dříve, než vyšel Landauův dnes již v mnohém zastaralý Handbuch? Je snad zbytečné připomínati, že tyto poznámky nikterak nechtějí snižovati cenu krásného Petrova díla.

Čech.

B. Bydžovský: Základy teorie determinantů a matic a jich užití. Knihovna spisů matematických a fysikálních, sv. 14. Nákladem a tiskem Jednoty čs. matematiků a fysiků. V Praze 1930. 8° IV,212 stran. Cena váz. výt. Kč 44.—.

Knížka tato napsána byla hlavně jako algebraická pomůcka pro studium analytické geometrie. S tohoto hlediska je nutno posuzovati výběr i uspořádání látky. Požadavky, které klade geometrie na nauku o determinantech a maticích, jsou ovšem tak značné, že knížka napsaná

---

*) S výjimkou Dodatku.

s hlediska geometrova obsahuje vše, čeho je třeba, aby byl uveden do této nauky i ten, komu nauka o determinantech není jen prostředkem k ovládnutí metod analytické geometrie. Od běžných učebnic, jednajících o determinantech liší se knížka prof. Bydžovského tím, že obsahuje základy počtu maticemi; je to odůvodněno velkou důležitostí, které tento počet nabyl jako účinná a hospodárná symbolika.

Kniha psána slohem jasným a srozumitelným. Velkou předností je množství příkladů ke cvičení, přidaných k jednotlivým paragrafům a historický přehled, uvádějící i práce českých matematiků v tomto oboru. Svým obsahem i metodou je kniha přístupná i začátečníkům. Dobrou službu bude konati zejména posluchačům matematiky v prvních letech jejich studia; i studující nejvyšších tříd středních škol a posluchači technik budou moci, aspoň některé odstavce, s prospěchem studovati. *K. Rychlík.*

B. Bolzano: Zahlentheorie, spisy Bernarda Bolzana sv. 2., vydává K. Č. S. N., vydal a poznám. opatřil prof. dr. K. Rychlík, 1931. 4° V, 57, 11 str. Brož. Kč 30,—.

Druhý díl sebraných spisů Bernarda Bolzana, kriticky vydaný prof. drem Rychlíkem, jest, jak z poznámek patrno, částí většího díla Bolzanova, nazvaného „Gröszenlehre“ a pojednává o elementárních vlastnostech celých čísel přirozené řady číselné. Bolzano jim říká čísla „skutečná“ (wirkliche Zahlen); v tomto termínu můžeme právem viděti jeho noetické stanovisko, jež ho vedlo k originálním objevům v základech matematiky. Z obsahu spisu uvádíme jako nejdůležitější: dělitelnost, spol. násobek a dělitel, Euklidův algoritmus, prvočísla, jejich některé vlastnosti (na př. důkaz, že $p > 3$ je vždy tvaru $6k \pm 1$), potom po přípravných úvahách o nesoudělných číslech jest podán důkaz o jednoznačném rozkladu čísla celého v součin prvočísel. Potom následují věty o nejv. spol. děliteli, nejm. spol. násobku, zajímavá úvaha o funkci Eulerově $\varphi(m)$, o počtu a součtu dělitelů, důkaz věty Lagrangeovy o vyjádření čísla celého počtem nanejvýše čtyř čtverců; spis je uzavřen důkazem kongruence $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod m$ (nynějším způsobem řečeno; neboť Bolzano neužívá Gaussem zavedeného symbolu pro kongruenci), důkazem t. zv. malé věty Fermatovy a věty Wilsonovy.

Jak z tohoto stručného obsahu je patrno, běží tu vesměs o fakta, jež pro nás tvoří základy t. řečené klasické teorie číselné. Ediční práce prof. Rychlíka spočívá především v kritickém postoji k tomuto spisu, hledíc k nynějšímu stavu číselné teorie. Poznámky tohoto druhu, jež vydavatel přidal, lze děliti ve dvojí: jednak opravil nemnohé omyly spisu, jednak doplnil jeho vývody novými, formálně dokonalejšími. Opravy vydavatelovy týkají se § 111, 113, 114; je velmi krásné, že tam, kde mohl, učinil tak bez zásadního zásahu v myšlenkový pochod Bolzanova důkazu. Tak v § 113, kde Bolzano uvažuje o řešení kongruence $x^2 - ay^2 - b \equiv 0 \pmod c$ a připouští za c číslo složené (věta dokazovaná je správná pro liché prvočíslo), nato v § 114, kde Bolzano užívá výsledku věty § 113 pro důkaz věty Lagrangeovy. Doplňující poznámky prof. Rychlíka mají trojí ráz, jednak uvádějí znění věty, nyní obvyklé, nebo zaostřují větu Bolzanem dokázanou (tak v § 14, kde Bolzano dokazuje

$$\left[\frac{a}{b}\right] \gtreqq n\left[\frac{a}{nb}\right], \text{ ostřeji platí } \left[\frac{[a/b]}{n}\right] = \left[\frac{a}{nb}\right],$$

nebo konečně uvádějí možné zobecnění (tak v § 51, kde jest zobecnění rovnice $ax + by = d$, $(a, b) = d$, na případ l čísel).

Jest ovšem pochopitelné, že edice obsahuje též velmi hojné a podrobné poznámky rázu historického; vedle historické ceny mají i hodnotu metodologickou, spočívající ve srovnání myšlenkové práce Bolzanovy s jinými velkými budovateli této disciplíny. K těmto oběma stránkám, historické i metodologické, hledí pečlivě vybraný seznam literatury, jímž vydavatel uzavřel tento krásně a pietně vydaný spis.

Nelze než co nejsnažněji si přáti, aby další svazky Spisů Bernarda Bolzana brzo následovaly. Jest to nejenom vědeckou, ale i národní povinností splatiti co nejdříve dluh jednomu z našich největších myslitelů.

Otakar Zich.

Noguès R.: Théorème de Fermat. Son histoire. 1932. 8⁰ 179 s. brož. Kč 37,50.

Známá věta Fermatova, že rovnice $x^n + y^n = z^n$, kde n je libovolné celé číslo větší než 2, nemá pro x, y, z celistvých kořenů, vyloučíme-li nulu, byla již často dokazována, ale ve své obecnosti dokázána dosud nebyla. Touha problém ten rozřešiti je často zvyšována ještě klamnou nadějí na získání veliké ceny, kterou prý vypsala francouzská Akademie, což neodpovídá pravdě. Také Jednota dostala již několik pokusů řešení, jež ovšem vždy spočívaly na chybě, které autor nepostřehl. Zejména pro tyto matematiky-amatéry je vhodnou četbou Noguèsova kniha, která podává historický i matematický přehled významnějších pokusů o důkaz Fermatovy věty až do r. 1931. *V.*

H. Mangoldt - K. Knopp: Einführung in die höhere Mathematik. II. díl, 6. vyd. 1932. 8⁰. 634 + XV stran. Cena Kč 191,30, váz. Kč 212,50.

O prvním díle této knihy bylo referováno v tomto Časopise roč. 61, str. 93. Co tam bylo řečeno o celkovém rázu díla, jehož hlavním znakem je snaha po sloučení snadné srozumitelnosti s největší dosažitelnou přesností, o tom, jak se tato snaha uplatňuje v podrobném provedení, o této a jiných přednostech díla, bylo by lze opakovati i o dílu druhém, jehož podtitul zní: „Počet diferenciální. Nekonečné řady. Základy diferenciální geometrie a funkční teorie.“

Podrobnější rozdělení této látky vysvítá z nadpisů jednotlivých oddílů: Základní pravidla počtu diferenciálního pro funkce jedné proměnné. Věta o střední hodnotě a věta Taylorova; užití. Maxima a minima; mezné hodnoty; diferenciály. Nekonečné řady. Mezné hodnoty a spojitost funkcí několika proměnných. Rozšíření diferenciálního počtu na funkce několika proměnných. Funkce implicitní; minima a maxima funkcí několika proměnných. Pojem křivky a plochy. Křivky a plochy druhého stupně. Základy diferenciální geometrie. Číselné posloupnosti s členy soujemnými a funkce soujemné. Analytické funkce a konformní zobrazení.

Zpracovaná látka obsahuje ovšem partie klasické, bez kterých se žádná učebnice neobejde, obsahuje však také leckterou část, kterou v běžných učebnicích diferenciálního počtu nenalezneme, a z nichž některé jsou vítanými doplňky obvyklého kursu infinitesimálního počtu. Tak bych uvedl: úvahy o významu spojitosti a derivovatelnosti pro aplikace (str. 61 a další); zavedení symbolů O a o; řadu podrobností z teorie řad; zmínka o geometrii vícerozměrné; zobrazování rovinných oborů; opatrný a metodicky vzorný výklad pojmů křivka a plocha, sestup od obecné definice až k pojmu hladké křivky; příklad plochy Riemannovy; některé úlohy konf. zobrazení a j.

V podrobnostech nalezne i čtenář pokročilý leckteré nové odvození a mnoho vtipných upozornění a poznámek, výhodné odchylky od běžného způsobu výkladu jakož i řadu pěkných úloh. Při těžších úlohách bývá podáván návod, a to nejen vždy kladný, nýbrž někdy také záporný, totiž upozornění na nevhodný způsob řešení.

V celku lze říci, že příznivý dojem z I. dílu Mangoldt-Knoppovy knihy je tímto druhým dílem dotvrzen; projednávání subtilních otázek, k nimž tu dochází, je metodicky znamenité a spojuje správně přesně logický postup se zřetely k psychologii toho, jenž je uváděn do oblasti vyšší matematiky.

Bý.

L. Lichtenstein: Vorlesungen über einige Klassen nichtlinearer Integralgleichungen und Integro-differentialgleichungen nebst Anwendungen. Springer, Berlin 1931, stran X + 164.

Mezi četnými publikacemi z teorie integrálních rovnic pozoruhodné místo zaujímá kniha profesora Lichtensteina, a to jak původní látkou, tak jejím zpracováním. Předmětem jsou rovnice tvaru

$$\zeta(x) + \int_0^1 K(x, x_1)\,\zeta(x_1)\,dx_1 = v(x) + F\{\zeta(x), v(x)\},$$

kde $F\{\zeta(x), v(x)\}$ jest určitá nelineární funkcionální operace provedená na neznámé funkci $\zeta(x)$ a na dané $v(x)$. Obsah knihy rozpadá se ve dvě části, podle toho, zdali hledáme t. zv. řešení v malém (t. j. řešení jen pro malé hodnoty $|\zeta(x)|$ a $|v(x)|$) resp. řešení ve velkém. Existenci řešení dokazuje autor v prvém případě postupnými aproximacemi, ve druhém případě řeší variační problém, který jest ekvivalentem příslušné nelineární integrální rovnice. Řešení v malém poskytuje velmi četná použití, hlavně v hydrodynamice, kde se vyskytuje na př. úkol, redukovati nelineární integro-diferenciální rovnice na systém nelineárních integrálních rovnic. Četba Lichtensteinovy knihy není lehká, ale zato jest plná podnětů, takže její úspěch jest zaručen. *Otomar Pankraz.*

J. Steiner: Algemeine Theorie über das Berühren und Schneiden der Kreise und Kugeln, herausgeg. v. R. Fueter und F. Gonseth, Zürich, Orell Füssli, 1931, XVIII + 345 str., cena Kč 97,20.

Před více než stoletím, v letech 1823—1826 vypracoval veliký švýcarský geometr rukopis, jenž teprve dnes péčí jeho krajanů, Švýcarské přírodovědné společnosti a profesorů curyšských Fuetera a Gonsetha vychází tiskem. Století! A přece dílo nesestárlo a ještě dnes přináší mnoho nového. V zajímavé předmluvě vydavatelé upozorňují, že Steiner, který velmi četné své poučky uveřejnil bez důkazů (na př. věty o kuželosečkách dvojnásobně se dotýkajících dvou kružnic, k nimž jsem svého času podal důkazy metodou deskriptivní geometrie v tomto časopise), tím spíše nenaznačil cesty, jimiž své věty objevil. Na určitých příkladech nové knihy vydavatelé ukazují, že jeho úvahy již před více než stoletím jsou totožny s některými úvahami cyklografickými. Čtenáři musí se hluboce ukloniti před veleduchem, jenž daleko předběhl svou dobu. Co asi se ještě tají v rukopisné pozůstalosti Steinerově, která se má podle usnesení Švýcarské matematické společnosti soustřediti ve Steinerově archivu v Matematickém semináři university v Bernu? Spis je rozdělen na 4 oddíly: 1. O bodech, přímkách a rovinách podobnosti u kružnic a koulí. 2. O mocnosti a geometrickém místě bodů stejných mocností u kružnic a koulí. 3. O společné mocnosti u kružnic a koulí. 4. O úhlech, v nichž se kružnice a koule protínají. Každý oddíl se dělí na dvě kapitoly, první obírá se kružnicemi, druhá koulemi. Steiner zamýšlel každou kapitolu rozděliti na dvě části, prvou nadepsanou „Vyvinutí pouček," druhou „Úlohy a sestrojení uvažovaných útvarů". Leč druhá část je provedena jen v prvé kapitole prvního oddílu, ve druhé kapitole téhož oddílu a v prvé následujícího je jen uveden její nadpis, než není vypracována, v dalších pak již neuvedena. Za to poslední kapitola končí dlouhým § 40, kde jsou doplňky, řešení a důkazy četných úloh o dotyku a průseku koulí. Úlohy ty jsou rozděleny do tří částí, v prvé jsou lehčí úlohy seskupené podle počtu daných koulí do 8 skupin, ve druhé jsou těžší úlohy o dotyku koulí a ve třetí těžší úlohy o průseku koulí. Přednosti Steinerových prací, jasný výklad, metodický postup od jednoduchého až k nejsložitějším úlohám, vhodné označení, které i při velmi sporých obrázcích zachovává plnou názornost, jsou tu ještě doplněny proti jiným jeho pracím, kde často důkazy pouček nepodává, okolností, že zde důkazy jsou uvedeny. Tím stává se kniha ještě mnohem srozumitelnější. Zdá se mi, že tu vidíme Steinera učitele, který právě v době, kdy na rukopise pracoval, byl „Privatlehrer“, jak se sám na titulním listě svého rukopisu označuje, živě se v Berlíně soukromými hodinami. Vydání autorů je velmi pietní, zachovávajíc Steinerův sloh i terminologii. Jsem přesvědčen, že kniha má nejen cenu historickou, nýbrž že po ní sáhne i matematik odborník i matematik učitel.

Q. Vetter.

E. Kamke: Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie. Lipsko 1932. 8° VII, 182 str. Kč 97,80.

S rozvojem fysiky v posledních letech nabyl i počet pravděpodobnosti neobyčejného významu. Dříve se fysikové domnívali, že při dostatečném spřesnění všech měřicích nástrojů je možno stav tělesa (t. j. jeho tvar, teplotu, elektrický stav atd.) popsati s libovolnou přesností, a když to není snad prakticky možno, že je to v principu myslitelno; fysikální dění je regulováno principem příčiny a následku s absolutní jistotou. Nyní však jsou fysikové přesvědčeni, že takový popis není myslitelný z principiálních důvodů a že fysikální zákony mají pouze charakter výroků pravděpodobnostních.

Kdežto však při vzniku teorie relativnosti geometrie euklidovských a neeuklidovských prostorů tří a více rozměrů, potřebné fysikům, byly v matematice již ve vysokém stupni dokonalosti vyvinuty, není matematika v tak dokonalém stavu co se týže počtu pravděpodobnosti. Proti tomu, jak se počet pravděpodobnosti vykládá, jsou vážné námitky. Mnoho chybí k dokonalé výstavbě a dosah odvozených vět bývá značně přeceněn. Při velkém významu, kterého počet pravděpodobnosti nabyl, je však jasné a přesné vybudování počtu pravděpodobnosti jako matematické disciplíny stejně nutné jako při geometrii. Při geometrii pak potřeba takového výkladu není ani nikým popírána.

Kniha je pokusem o podobné vybudování počtu pravděpodobnosti, ovšem jen jistého výseku z této nauky: Pojednává se jen o rozděleních diskontinuitních, nikoliv o rozděleních geometrických. Východiskem je jako u Misesa definice pravděpodobnosti jako limity relativní frekvence. Vynechán je však Misesův „druhý axiom“ (nemožnost systému hry), že limita relativní frekvence je nezávislá na „místní volbě“, jehož přípustnost je beztak sporná. Umožněno tak zároveň užití na okruh úloh ryze-matematických (číselně-teoretických).

První část knihy jedná o spojení konečného počtu, druhá nekonečného počtu posloupností. Nejprve pojednáno o zákoně adičním. Ten umožňuje přechod ke klasické definici pravděpodobnosti jako poměru počtu případů příznivých k počtu případů možných, kterážto definice má význam hlavně pro použití na příklady neryze-matematické, tedy třeba v teorii her náhodových. Zákon adiční platí pro konečný počet znaků, ovšem jen pro výskyt v téže posloupnosti, neplatí však obecně pro nekonečně mnoho znaků. Následuje zákon dělicí a zákony multiplikační, o nichž pojednáno s velkou obšírností. Následující paragraf jedná o některých použitích, mezi jiným o tabulce druhých odmocnin, logaritmů, o iteracích ve spojení s úvahami Marbeovými, o Mendelově teorii dědičnosti. Poslední paragraf první části jedná o střední hodnotě a rozptylu. Zde je také rozbor Petrohradského problému a pojmu morální naděje.

Druhý díl je vybudován na pojmu pole pravděpodobnostního. Pro spojení nekonečně mnoha posloupností pravděpodobnostních lze za vhodných předpokladů přesně formulovati pravidla multiplikační. Ta pak mohou sloužiti k projednání úloh z číselné teorie: Jaká je pravděpodobnost, že není možno zlomek krátiti (Čebyševova úloha), jaká je pravděpodobnost, že číslo z přirozené posloupnosti číselné je prvočíslem. Následuje pojednání o Bernoulliových políčh a o větách limitních: Bernoulliově, Laplaceově a Poissonově. Pak definovány pravděpodobnostní posloupnosti Bernoulliovy, na jichž význam poukázal Copeland, který též dokázal jejich existenci. Závěrem je zákon velkých čísel a Lexisova teorie disperse.

K. Rychlík.

Bericht über die 2. Tagung für Erkenntnislehre der exakten Wissenschaften, Königsberg 1930. Erkentnis II. Bd., Heft 2—3 (1931).

Němečtí matematikové a fysikové pořádají v krátkých obdobích sjezdy, na kterých jsou přednášena sdělení o současném stavu filosofie (přesněji: logiky a noetiky) věd exaktních. Přednášky a diskuse jsou v nejvyšší míře instruktivní, jak zaručují již jména účastníků. O prvém sjezdu referoval p. Dr. V. Tardy (Česká mysl, roč. 26., č. 2., 1931); v následujícím podám referát o zprávě z druhého sjezdu.

Jak odpovídá současnému stavu, týkaly se přednášky dvou obsáhlých problémů: 1. logického vybudování matematiky a 2. významu pojmu kausality a pravděpodobnosti v dnešní fysice.

První problém byl objasněn ve třech přednáškách, a to:

a) *R. Carnap* přednášel o logicistickém vybudování matematiky. Vyložil hlavní tése Russellova logicismu, načež se zabýval názory *F. P. Ramseye* (1926). K definitivnímu výsledku nedospěl, protože tento směr poskytuje možnosti dalšího rozvoje.

b) O Hilbertově formalistickém vybudování matematiky stručné sdělení měl *J. v. Neumann*. Cena tohoto sdělení jest však zmenšena okolností, že krátce po sjezdu vyšlo pojednání *K. Gödelovo*: Über formal unentscheidbare Sätze der „Principia Mathematica“ und verwandter Systeme (Monatsh. f. Math. u. Phys., 37, 1931), kterým se situace poněkud mění. Gödel dokázal totiž následující důležitou větu: Budiž $\varkappa$ libovolná rekursivní bezesporná třída formulí. Potom formule, která tvrdí, že $\varkappa$ jest bezesporná třída, nemůže býti $\varkappa$-dokázatelná, t. zn. tato formule nedá se dokázati pouhými závěry vyplývajícími ze třídy $\varkappa$. Jinak třeba podotknouti, že v. Neumann uvádí velmi jednoduchý (a pravděpodobně původní) příklad na nekonstruktivní existenční důkaz.

c) O Brouwerově intuicionistickém vybudování matematiky vykládal *A. Heyting*. Podle něho intuicionista zavrhuje víru v transcendentní existenci matematických předmětů, a z tohoto důvodu pramení pochybnosti k důkazům, které se bezvýhradně opírají o princip tertium non datur. Jako příklad, kdy nelze tohoto principu použíti, uvádí Heyting Eulerovu konstantu C. Připusťme totiž, že by Dedekindova definice iracionálního čísla platila zcela přesně také v intuicionistické matematice, a položme si otázku: Jest C číslo iracionální či nikoliv? Dedekindova definice přiřazuje každému racionálnímu číslu predikát buď „vlevo“ anebo „vpravo“, a to tak, že se respektuje přirozené uspořádání těchto čísel. Podle mínění intuicionistů tato definice jest nepotřebná, neboť nepodává prostředek, pomocí něhož bychom mohli rozhodnout, zdali libovolné racionální číslo A leží vlevo anebo vpravo od čísla C (resp. zdali $A = C$). Proti tomu se zpravidla s hlediska obvyklé (intucionista by mohl říci „klasické“) matematiky namítne, že, nenastane-li případ $A = C$, jistě buď $A < C$ anebo $A > C$, a že o platnosti této alternativy můžeme rozhodnouti konečným, třebas neznámým, počtem N kroků, jichž jest zapotřebí k výpočtu čísla C s požadovanou přesností. Aby intuicionista své mínění obhájil, postačí námitku jinak formulovati. Zmíněná námitka totiž vyjadřuje: buď existuje celé číslo N té vlastnosti, že při výpočtu čísla C po N krocích jest $A < C$ resp. $A > C$, anebo takové číslo neexistuje, takže pak $A = C$. Existence čísla N neznamená však ničeho jiného než možnost skutečně udati číslo s požadovanou vlastností a neexistence znamená možnost, že uvedená vlastnost vede ke sporu. Protože však nevíme, zdali taková možnost nastane, nemůžeme tvrditi, že číslo N buď existuje anebo neexistuje. A právě z tohoto důvodu možno říci, že tertium non datur nelze použíti. Má-li tedy Dedekindova definice býti použitelná v intuicionistické matematice, nutno ji opraviti. Brouwer opravil tuto definici tak, aby se mohla přimknouti ke skutečnému výpočtu reálného čísla.*)

Jest vskutku škoda, že ve zprávě není uveřejněna přednáška *F. Waismanna* o nové Wittgensteinově kritice logicismu. Pokud jde o diskusi, byla vlivem H. Hahnovým v celku jednostranná.

Z otázek týkajících se fysiky přednášel *H. Reichenbach* o fysikálním pojmu pravdy a *W. Heisenberg* o zákonu kausálním a kvantové mechanice. Prvá přednáška nepřinesla podstatně nic nového a celkově byla slabá, zato však velmi jasná a poučná byla přednáška druhá, ve které Heisenberg poukázal na neužitečnost aprioristického pojetí kausality. Chtěl bych upozorniti na jednu okolnost, o níž v přednášce byla nepřímo zmínka, ale která nebyla přesně formulována. Jedná se o následující: kvantová mechanika i princip relativnosti vedou k určitému, a to pro každé východisko samostatnému, pojetí kausality. Při tom však není předem zaručeno, že obě tato pojetí budou stejná. Pokud mohu z diskuse o Heisenbergově přednášce soudit, dá se očekávat, že vskutku dospějeme k jednotnému pojetí kausality. S hlediska filosofického bude to pak míti za následek rehabilitaci určitých Machových noetických názorů.

Prozatím v otázkách přednesených na sjezdu nelze dospěti k definitivnímu výsledku, a bude proto třeba ještě delší dobu věnovati jim pozornost.

(Pro úplnost uvádím, že O. Neugebauer přednesl sdělení o antické matematice.) *Otomar Pankraz.*

M. Valouch a *M. A. Valouch:* Sedmimístné logaritmy čísel od 1 do 120 000. (Schváleno výnosem ministerstva školství a národní osvěty ze dne 25. srpna 1932, čís. 102341/32 — III/4, jako vyučovací pomůcka pro obchodní akademie.) Tiskem a nákladem Jednoty československých matematiků a fysiků v Praze 1932. Stran VIII + 248. — Cena váz. výt. 28 Kč.

Na místě nového českého vydání Schrönových logaritmických tabulek, které r. 1921 upravil první z obou výše uvedených autorů a které jest již dávno rozebráno, vyšla nyní péčí obou autorů velmi pěkně vypravená nová kniha, obsahující logaritmické tabulky v nové, zdokonalené úpravě, jejíž hlavní přednosti proti jiným tabulkám téhož druhu vysvitnou z dalších řádků.

Na osmi stránkách textu jsou v *Úvodu* sestaveny věty o logaritmech, po nichž následuje stručné poučení o logaritmických tabulkách jakož i návod, jak se v tabulkách hledá k danému číslu jeho logaritmus a naopak. Pak jsou připojeny některé vysvětlivky k dalším tabulkám v knize obsaženým (logaritmy goniometrických funkcí malých úhlů a jejich doplňků, převod logaritmů obyčejných v přirozené a naopak). Výkladem o vlivu druhé diference, Everettově formuli interpolační, logaritmech úročitelů $1 \pm i$ a Flowerově metodě výpočtu logaritmů jakož i vysvětlivkami k tabulkám mocnin, odmocnin, reciprokých hodnot čísel od 1 do 1000, obvodu, obsahu i průměru kruhu a poznámkami k tabulce pro převod míry úhlové a časové text knihy končí.

---

*) Upozorňuji, že *A. Kolmogoroff*, podnícen pracemi Heytingovými, pokusil se v pojednání „Zur Deutung der intuitionistischen Logik" (Math. Z. 35, 58—65, 1932) interpretovati formální pravidla intuicionistické logiky jakožto „počet úlohový" (Aufgabenrechnung).

V tabulkách *logaritmů čísel* jest u každého řádku diference mezi poslední mantisou a první mantisou následujícího řádku, od níž se diference kterýchkoli dvou hodnot v témž řádku může lišiti nejvýše o ± 1, takže lze velmi rychle a spolehlivě stanoviti tabulkové diference. U jiných tabulek bývá za log 10 000 0 přidáno několik stránek až do 10 700 0 a pod., event. osmimístných logaritmů. Místo toho v těchto tabulkách jsou vynechány stránky 1 000 0 až 1 200 0 a nahraženy stránkami 1 0000 0 až 1 2000 0 (pp. 4—43), tedy s argumentem šestimístným. V těchto místech, kde se logaritmus nejrychleji mění (tabulková diference se pohybuje mezi 44 a 36), je tabulek hodně třeba v počtech procentových; výhoda tohoto opatření jest tudíž očividná. Vsunutí těchto stránek do hlavní tabulky má též tu výhodu, že se jich vskutku užívá, kdežto jinak, jsou-li přidány až na konec, zpravidla se na ně zapomene, nehledě k tomu, že malý jich rozsah nevyhovuje. U jiných tabulek bývají všechny sloupce odděleny linkami; v těchto tabulkách jest linka jediná (mezi 4 a 5), což jest účelnější a přehlednější.

Tabulka *logaritmů úročitelů* na 11 míst (pp. 222, 223) je připojena proto, že někdy sedmimístné logaritmy nestačí; mimo to jsou tu též antilogaritmy (osmimístná procenta k daným logaritmům úročitelů). S tabulkou lze jistě vystačiti skoro ve všech běžných případech; vyskytne-li se případ, kdy je třeba větší přesnosti, poslouží další tabulka (pp. 224, 225) úplně a vždy. Logaritmy úročitelů a jich antilogaritmy jsou zařízeny pro formuli Everettovu, která jest zde výhodná, protože pro daný počet míst stačí jediná (druhá) centrální diference, která je v tabulce uvedena. Aby se pak rychle dalo počítati, jsou na str. 221 uvedeny hodnoty prvých dvou koeficientů z Everettovy formule a kromě toho sestaveny opravy pro druhou diferenci podle formule Newtonovy. Počítacím strojem provede se tudíž interpolace velmi rychle a s velikou přesností.

V tabulkách *druhých a třetích odmocnin* jsou sestaveny všechny hodnoty spolehlivě na 7 míst; v tabulce obsahující *různá čísla* bylo přihlíženo k hodnotám vyskytujícím se nejčastěji ve vzorcích obsahujících π, e; kromě toho jsou tu uvedeny druhé a třetí odmocniny z čísel 2, 3, 10 na 20 míst.

V obrazech ciferných 5, 50, 500, 5 000, které vznikly zvýšením poslední číslice při zkracování na daný počet míst, jest číslice 5 označena vodorovnou příčkou nahoře ($\bar{5}$), takže lze všechny hodnoty spolehlivě zkracovati.

Lze s jistotou očekávati, že se dostane těmto tabulkám právě pro zmíněné jejich přednosti v krátké době hojného a zcela zaslouženého rozšíření a to nejen na obchodních akademiích, pro něž jsou zvláště určeny, nýbrž i na mnohých jiných místech, kde se takovýchto tabulek častěji užívá. Jest také oprávněna naděje, že brzo též vyjde oznámená část II. (tabulky trigonometrické) a část III. (tabulky různých funkcí a formulí), jejíž vydání bude čin zvláště záslužný. *V. Trkal.*

Ještě k »Učebnici« prof. Fr. Rádla.

V ročníku 61. tohoto časopisu otiskl jsem na str. 211—223 článek „Poznámky k článku prof. Fr. Rádla...“; na tento článek odpověděl prof. Rádl francouzsky psaným letákem ve formě dopisu; obsah a forma tohoto letáku mne nutí, abych se jím — ač nerad — zde zabýval. Nebudu se vůbec pouštěti do odborné stránky věci[1]) — v tomto ohledu viz můj výše citovaný článek — nýbrž pokusím se pouze osvětliti polemické metody prof. Rádla. Napřed si dovolím stručně uvésti, oč jde. Roku 1931 vydala Česká matice technická knihu prof. F. Rádla „Učebnice matematiky pro vysoké učení technické“ (zkráceně ji budu citovati slovem „Učebnice“); tato kniha byla nepříznivě posouzena v Lidových Novinách (prof. K. Čuprem) a v Národních Listech (prof. K. Rychlíkem); podrobnou — rovněž odmí-

[1]) Ač by i po této stránce tento leták poskytl hojnou žeň.

tavou — recensi otiskl prof. Petr v tomto časopise (roč. 61, str. 81—90; tento článek budu v dalším citovati jako „Recensi“). Na tuto Petrovu recensi odpověděl prof. Rádl ve Strojnickém obzoru (roč. XI, str. 471—472; v dalším citováno jakožto „Odpověď“). Odpověď prof. Rádla rozebral jsem ve zmíněných „Poznámkách“ (tento časopis, roč. 61, str. 211—223). Nato vydal prof. Rádl svůj leták, kterým se zde budu zabývati. Podám zde celý tento leták v překladu, při čemž k jednotlivým jeho odstavcům ihned připojuji své poznámky. Kde se mi francouzské znění originálu zdá důležité, připojuji je v poznámkách pod čarou.[2]) Leták prof. Rádla začíná takto:

Pane,

I dovoluji si Vám jakož i některým odborníkům u nás a zvláště v cizině zaslati tento dopis. Obsahuje moji odpověď na tři kritiky mé knihy „Učebnice matematiky“. Tato kniha je určena mým posluchačům z českého vysokého učení technického v Praze a byla vydána společností této školy.[3]) Úspěch u zkoušek vzrůstá neobyčejně[4]) dík této knize.

Toto dílo konkuruje s některými knihami komitétu, který vydává český matematický časopis.[5]) Jsem dalek toho, tvrditi, že toto jest příčinou nepochopitelné kritiky s této strany a že moje kniha nepotřebuje zdokonalení. Ale chci ukázati v tomto dopise, jak moji tři protivníci činí ve svých kritikách nesprávné úsudky. Ukáži, že píší dlouhé články, ve kterých se marně namáhají nalézti v mé knize aspoň malé chyby, zatím co tito tři pánové se neodvažují informovati tytéž čtenáře o četných a hrubých chybách, které jsou v některých knihách jejich komitétu.

Prof. Rádl vytýká tedy svým třem kritikům (jak bude z dalšího patrno, jde o prof. Čupra, prof. Rychlíka a o mne) hlavně dvě věci: 1. že se dopouštějí ve svých kritikách nesprávných úsudků; 2. že zamlčují chyby, obsažené v knihách vydaných Jednotou čsl. matematiků a fysiků. Podívejme se tedy, jak prof. Rádl tato svá tvrzení dokazuje.

Leták prof. Rádla pokračuje takto:

II 1. Pan V. Jarník píše v časopise svrchu zmíněném (61, str. 211—214)[6]) — (tento časopis odmítl moji odpověď adresovanou p. Jarníkovi) — že jsem učinil ve své Učebnici chybu tím, že jsem vyšetřoval před definicí derivace limitu $x^2 - 3x + 2/x - 2$ pro $x = 2$, „poněvadž stačí hledati limitu výrazu $x - 1$, který se rovná $x^2 - 3x + 2/x - 2$“. V technické revui namítl jsem[7]) jednak, že spojitá funkce $x - 1$ nemůže býti rovna nespojité funkci $x^2 - 3x + 2/x - 2$, jednak že tato funkce má pro $x = 2$ limitu, nikoliv hodnotu, zrovna tak jako derivace $\lim \mathrm{f}(x + h) - \mathrm{f}(x)/h$ pro $h = 0$, takže jest užitečno vyšetřovati tuto funkci před derivací. P. Jarník, v rozpačitém slohu, potřebuje tří stránek k tomu, aby připustil moji první námitku a nezmínil se vůbec o druhé. Jeho úsudek je nesprávný.

---

[2]) Francouzské citáty cituji i s event. tiskovými chybami. Pro usnadnění přehledu očísloval jsem jednotlivé části Letáku římskými číslicemi.

[3]) V originále „par une association de cette école“. Míněna tedy Česká matice technická.

[4]) V originále „énormément“.

[5]) V originále „d'un comité qui fait paraître un journal tchèque de mathématiques“; míněna tedy Jednota čsl. matematiků a fysiků (či snad její výbor?) a Časopis pro pěstování matematiky a fysiky.

[6]) Zde i v dalším míněny tedy moje Poznámky.

[7]) V originále „dans une révue téchnique“; míněna tedy „Odpověď“ prof. Rádla ve Strojnickém obzoru.

V tomto odstavci jest jedna věc zcela nesrozumitelná: prof. Rádl tvrdí, že ve své „Odpovědi“ namítl cosi proti mým „Poznámkám“. To přece není možno, vždyť moje Poznámky byly napsány až po jeho Odpovědi! Ve své Odpovědi mohl prof. Rádl namítati něco leda proti Recensi prof. Petra (nebo proti kritikám prof. Čupra a Rychlíka); ježto však v celém citovaném odstavci Letáku je řeč jen o mých Poznámkách, nechme tyto ostatní kritiky stranou a všimněme si jen, zda jsem ve svých Poznámkách napsal něco, co by opravňovalo výtky prof. Rádla.

Především mně prof. Rádl vytýká, že tvrdím, že výraz $x - 1$ se rovná výrazu $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \dfrac{(x-2)(x-1)}{x-2}$. Tyto dva výrazy se však sobě rovnají jen tehdy, není-li $x = 2$. Ale výtka prof. Rádla je úplně bezpodstatná; neboť v Poznámkách na str. 211 (řádek 3. zdola) pravím výslovně „neboť oba výrazy jsou si rovny, vyjma pro hodnotu $x = 2$“; rovněž na str. 213 (řádek 6—8) pravím: „při počítání limity $\lim\limits_{x=2} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$ mohu se tedy omeziti na hodnoty $x \neq 2$; pro všechny tyto hodnoty jest však $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = x - 1$.“ Prof. Rádl mne tedy nesprávně cituje: vynechá z mého citátu dodatek „vyjma pro $x = 2$“ a pak mi vyčte, že jsem ho vynechal.[8])

Za druhé tvrdí prof. Rádl, že mu ve svých Poznámkách vytýkám, že neměl uvedenou limitu vyšetřovati před definicí derivace. Nevím, jak na to prof. Rádl přišel; nikde ve svých Poznámkách jsem nic takového nenapsal — ale touto maličkostí nebudu se zde podrobněji zabývati.

Leták prof. Rádla pokračuje takto:[9])

III

2. Dále (str. 218) se domnívá, že můj výpočet chyby $\Delta\,(ab)$ součinu ab, když chyby Δa, Δb hodnot a, b jsou známy, jest nesprávný; neví, že tento výpočet je ve shodě s Enzyklopädie der mathem. Wissenschaften, 1. sv., str. 978 a s celou ostatní literaturou. Říká, když a, α jest hodnota přesná resp. přibližná, že maximum chyby hodnoty α a rozdíl $|\,a - \alpha\,|$ (v limitě diferenciál da) jsou dva různé pojmy s různými zákony; jakožto východisko píše vztah

$$\alpha - \Delta a < a < \alpha + \Delta a.$$

To je proti literatuře a je to nesprávné. Neboť píšeme-li rovněž $b - \Delta b < \beta < b + \Delta b$[10]) a násobíme-li, obdržíme $ab - a\Delta b - b\Delta a + \Delta a\Delta b < \alpha\beta < ab + a\Delta b + b\Delta a + \Delta a\Delta b$; poloviční rozdíl hranic $a\Delta b + b\Delta a$ je podle p. Jarníka chyba součinu; ale tato metoda a tento výsledek jsou nesprávné. Moje metoda dává diferencováním správný výsledek

$$\Delta\,(ab) = a\Delta b + b\Delta a + \varepsilon,\ \varepsilon = \Delta a\Delta b.$$

Vytáčka, které užívá p. Jarník říkaje, že jeho počet má jinou ideu než tu, která dává nesprávný výsledek $a\Delta b + b\Delta a$, nemůže mu pomoci z rozpaků, protože nemůže říci, která je tato idea a hlavně, kde je chyba v mé metodě. Jeho úsudek je nesprávný.

---

[8]) Citát z mých Poznámek, uvedený v Letáku II. v uvozovkách, není ostatně doslovný, jak by se čtenář mohl snad domnívati. V dalším setkáme se však s mnohem vážnějšími případy nesprávného citování.

[9]) Prosím čtenáře, aby věnoval tomuto odstavci III zvláštní pozornost; zjistí zde věci zcela neuvěřitelné.

[10]) V originále je α místo β; patrně chyba tisku.

Prof. Rádl tedy tvrdí především, že mu neprávem vytýkám ve svých Poznámkách na str. 218, že jeho výpočet chyby součinu *ab* (jsou-li dány chyby činitelů *a*, *b*) je nesprávný; za druhé tvrdí, že k této výtce připojuji nesprávné úvahy; a konečně tvrdí, že se nějak vytáčím. Podíváte-li se do mých Poznámek, nenajdete tam nic takového; je prostě nepochopitelno, jak prof. Rádl mohl něco takového napsat. Ale věc je ještě horší, vyšetříme-li ji od začátku. Prof. Petr ve své Recensi na str. 87—88 napsal:[11])

„Upozorňuji ještě na odst. 27 nadepsaný „chyba neodvisle proměnné určená z chyby odvisle proměnné",*) ve kterém p. autor během výkladu směšuje dva pojmy: horní hranici pro abs. hodnotu chyby, které se dopouštíme, zavádíme-li místo přesné hodnoty a hodnotu a,**) a diferenciál veličiny a. Jsou to dva docela různé pojmy, pro něž jsou platny různé vztahy. O diferenciálu da zde p. autor mluví dokonce tak, jako by to byla veličina nule rovná."

Na to odpověděl prof. Rádl v Odpovědi takto:

„Na str. 88 sh. domnívá se prof. Petr nesprávně, jsou-li a, b čísla neúplná, Δa, Δb chyby s nimi spojené, že chyba v součinu ab jest $a\Delta b + b\Delta a$; přičítání korekce $\Delta a\Delta b$ je podle prof. Petra nepřípustné a odporuje úsudku. Z tohoto nesprávného usuzování prof. Petra vznikají v recensi další jeho nesprávné představy. Tyto věci se probírají na střední škole a na str. 88 pokládá prof. Petr „tuto okolnost za neodpustitelnou" a takto sebe sama kritisuje: „Takovýmto způsobem se studenti, kteří se během studií středoškolských naučili správně numericky počítat, tomu zase odnaučují." "

Z těchto citátů je vidět, že prof. Rádl reaguje ve své Odpovědi na něco, co v Recensi prof. Petra vůbec není. Proto jsem se na příslušném místě svých Poznámek vůbec nepouštěl do odborné stránky věci, nýbrž jsem prostě a s důrazem konstatoval, že prof. Rádl vyčítá prof. Petrovi něco, co v Recensi prof. Petra vůbec není (viz zatržené místo v mých Poznámkách na str. 219);[12]) na tuto okolnost upozornil ostatně též prof. Bydžovský ve svém článku ve Strojnickém obzoru (roč. XII, str. 47—48). Každý by očekával, že prof. Rádl uzná své nedopatření nebo aspoň že bude mlčet; ale prof. Rádl zvolil ve svém Letáku (odst. III) způsob obrany mnohem originálnější: uvede ono místo o chybě součinu *ab* ještě jednou (ve změněné

---

*) Ani nadpis, jak čtenář snadno postřehne, není prost nedopatření.

**) P. autor značí tu horní hranici Δa, takže jest

$$a - \Delta a < a < a + \Delta a.$$

[11]) Číslované poznámky pod čarou jsou ode mne, hvězdičkované poznámky jsou součástky citátů.

[12]) Příslušné místo v mých Poznámkách (str. 218—219) vypadá takto: nejdříve jsem na str. 218—219 ocitoval potřebná místa z Recense prof. Petra a z Odpovědi prof. Rádla, načež jsem na str. 219 připojil tuto poznámku (nic více a nic méně):

„Tedy: v (O_5) mluví prof. Rádl o tom, že mu prof. Petr vytýká cosi o chybě součinu *ab;* ani v (K_4) ani nikde jinde v recensi prof. Petra nic takového není! V (O_6) přiznává prof. Rádl výslovně, že výtka prof. Petra v (K_5) jest oprávněná; ale odsudek „takovýmto způsobem se studenti, kteří se během studií středoškolských naučili správně numericky počítat, tomu zase odnaučují", který prof. Petr v (K_5) k této výtce připojil, neuvádí prof. Rádl v příslušném odstavci (O_6), nýbrž spojuje jej v (O_5) s vymyšlenou výtkou prof. Petra a říká, že tím prof. Petr „sebe sama kritisuje".

Nedivil bych se, kdyby mi čtenář nevěřil, že cituji správně; v tom případě jej prosím, aby si příslušná místa sám pročetl."

Čtenář, který nečetl mé Poznámky, nebude snad rozumět tomu, co značí citáty (O_5), (K_4), (O_6), (K_5); ale může zajisté z tohoto citátu poznat, že v něm není ani slovo z toho, co mi prof. Rádl vytýká v Letáku, v odst. III.

a rozšířené formě) a tvrdí teď pro změnu, že jsem to napsal já! Nad tím se už člověku skutečně začíná točit hlava; ale prosím čtenáře, nevěří-li mně, aby si sám prohlédl str. 218—219 mých Poznámek a sám se přesvědčil, že jsem tam nenapsal ani slova z toho, co mně prof. Rádl v odstavci III přisuzuje.

Další odstavec Letáku prof. Rádla vypadá takto:

IV 3. P. Jarník byl před uveřejněním své kritiky mnou informován, že některé popularisované výklady v mé knize jsou opsány[13]) podle cizích knih a že více než dvacet zahraničních učenců posoudilo příznivě tyto výklady, v tom případě, že matematika je pouze pomocnou vědou.[14]) P. Jarník proti mínění všech těchto vynikajících učenců, o nichž se vůbec nezmínil, posuzuje tyto výklady jako chyby (str. 214—215, 221).

K tomu stačí snad tato poznámka: není mi známo, že by některý zahraniční matematik byl napsal recensi o Učebnici prof. Rádla. Zmíněné příznivé posudky jsou asi recense oněch zahraničních knih, jichž prof. Rádl při spisování své Učebnice užíval.

Leták prof. Rádla pokračuje takto:

V 4. P. Jarník tvrdí (str. 219—221), že jsem definoval symbol e^{ix} vztahem $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ a že užívám vztahu $e^{ix} . e^{iy} = e^{i(x+y)}$, aniž jsem ho dokázal. Jeho úsudek je nesprávný. Pravím ve své knize (str. 120): „Jako funkce $y = Ce^{ax}$ hoví rovnici $y' = ay$, tak rovnice $y' = iy$ má řešení $C(\cos x + i \sin x)$ čili symbolicky Ce^{ix}; položme $e^{ix} = C(\cos x + i \sin x)$, odkudž pro $x = 0$ máme $C = 1$.“ Symbol e^{ix} je tedy definován jako řešení rovnice $y' = iy$, tedy jako mocnina a addiční teorém je samozřejmý (jediné řešení rovnice $y' = iy$ jest Ce^{ix} nebo $e^{i(x+a)}$ nebo $e^{ix} e^{ia}$, odkudž $e^{ix} . e^{ia} = Ce^{i(x+a)}$; pro $x = 0$ jest $C = 1$. Ale ježto tento důkaz platí pro mocnost e^{ax}, je zbytečný pro funkci e^{ix}).[15])

P. Jarník může otevříti knihu o monoperiodických funkcích, vydanou komitétem, jehož je členem, najde tam (§ 13) definici symbolu e^{ix} vztahem $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, rovněž tam najde vztah $e^{ix} . e^{iy} = e^{i(x+y)}$ bez důkazu.

Vidíte, pane, že p. Jarník se marně namáhá nalézti v knize technické společnosti[16]) touž chybu, kterou může vskutku nalézti v knize svého komitétu.[17]) Ale prosím Vás, pane, abyste uvážil, že neomezený počet stránek namířených proti mně jest reservován v časopise pro p. Jarníka, pro mou obranu ani řádek; je tedy třeba, abych si platil sám vytištění této obrany. Tentýž odstavec této knihy komitétu dokazuje (str. 90—91), že funkce $f(x)$, $\varphi(x)$, platí-li vztah[18]) $f^2 + \varphi^2 = 1$, jsou identické s $\cos x$, $\sin x$; absurdnost, že eliptické funkce cnx, snx jsou goniometrické, je tedy dokázána.

V odstavci V tvrdí tedy prof. Rádl především, že jsem mu neprávem vytkl chybu při výkladu o funkci e^{ix}. Na doklad toho cituje v uvozovkách ze své Učebnice (str. 120) toto:

---

[13]) V originále „copiées“.

[14]) V originále: „c'est à savoir, si les mathématiques sont seulement une science accessoire“.

[15]) V originále: Mais cette démonstration agant lieu sur le puissance e^{ax}, elle est superflue sur la puissance e^{ix}. (sic!)

[16]) V originále „de l'association technique“.

[17]) Sic! V originále „dans le livre de son comité“.

[18]) V originále „s'il y a lieu la relation“ (sic!).

B „Jako funkce $y = Ce^{ax}$ hoví rovnici $y' = ay$, tak rovnice $y' = iy$ má řešení $C (\cos x + i \sin x)$ čili symbolicky Ce^{ix}; položme $e^{ix} = C (\cos x + i \sin x)$, odkudž pro $x = 0$ máme $C = 1$.“

Tento citát je zcela nesprávný. V Učebnici na str. 120 stojí totiž toto:

A „V § 32. uvažovali jsme relaci $y' = -ky$ a shledali jsme, že jí vyhovují jediná funkce $y = y_0 e^{-kx}$. Pro $k = -i$ zní relace tato $y' = iy$ a vyhovuje jí funkce, která se derivováním až na faktor i nemění. Jest to funkce Ce^{ix}, též však funkce $C (\cos x + i \sin x)$. Položme tedy $e^{ix} = C (\cos x + i \sin x)$; dosadíme-li pro $x = 0$, shledáme, že $C = 1$.“

To je přece něco docela jiného! Jak se tam ty změny dostaly? V Poznámkách na str. 220 (v poznámce pod čarou) jsem se především podivil[19]) tomu, proč bere prof. Rádl rovnici $y' = -ky$ pro $k = -i$ a proč nebere raději jednoduššeji rovnici $y' = ky$ pro $k = i$, když přece již dříve rovnici $y' = ay$ vyšetřoval. A hle, v citátu B) se najednou objeví rovnice $y' = ay$ místo původní rovnice $y' = -ky$! Za druhé jsem tamtéž (Poznámky, str. 220, řádek 16—18) zdůraznil, že rovnicí $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ teprve definujeme znak (čili symbol) e^{ix}. A ejhle, v citátu B) se najednou objeví slovo „symbolicky“. Jinými slovy: prof. Rádl pozměnil citát ze své vlastní knihy ve smyslu mých výtek a pomocí tohoto pozměněného citátu snaží se pak dokázati, že moje výtky byly bezpodstatné.

V druhé části odst. V přechází prof. Rádl k druhé ze svých hlavních výtek, formulovaných v odstavci I: že totiž úmyslně mlčím o chybách, obsažených v knihách Jednotou vydaných. Jako příklad uvádí v odst. V knihu o monoperiodických funkcích a s rozhořčením upozorňuje na to, že v této knize mohl bych skutečně nalézti chybu, kterou se marně snažím nalézti v jeho Učebnici. Čtenář musí míti dojem, že jde o knihu, na jejíž vydání jsem mohl míti vliv — vždyť praví přímo „v knize svého[20]) komitétu“. Přihlédneme-li však blíže, shledáme, že jde o knihu F. J. Studničky „Výklady o funkcích monoperiodických“, která vyšla r. 1892. Já pak jsem se zbaběle vyhnul povinnosti, recensovati tuto knihu, tím, že jsem se narodil až v r. 1897.[21])

Této druhé výtce (totiž zamlčování nedostatků knih Jednotou vydaných) je věnován také následující odstavec Letáku, jenž zní takto:

VI Podívejme se, jak jest pojednáno o podobném symbolu ve vektorovém počtu téhož komitétu; tato kniha jest doporučována s velkou reklamou. Jsou-li dány (str. 8—13) vektory $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, můžeme je vyjádřiti součtem komponent a obdržíme násobením $(iA_x + jA_y + \mathfrak{k}A_z)(iB_x + jB_y + \mathfrak{k}B_z)$[22]) devět členů. „Zákon distributivní platí per definitionem, načež zákon distributivní pro součin skalární a vektorový jest speciálním případem.“ Distributivní zákon součinu skalárního a vektorového je takto dokázán. Je-li pak možno nalézti tak hrubou chybu v kterékoliv knize v cizině? P. Jarník nevidí, že celá kniha je založena na této absurdnosti, nadto, že některé stránky jsou úplně absurdní a že počet ostatních chyb je velmi veliký. P. Jarník neodvažuje se mésti před svým prahem a já nemám dosti peněz, abych platil (není to jinak možno) otištění všech hrubých chyb, jež jsou v některých knihách komitétu, jehož je p. Jarník členem.

---

[19]) To nebyla ještě výtka, leda ve smyslu didaktickém.

[20]) T. j. Jarníkova.

[21]) Ježto se nepouštím zde vůbec do odborné stránky věci, nebudu zde hájiti proti útokům prof. Rádla ani knihu Studničkovu ani v následujícím knihu prof. Dusla; ostatně po tom, co jsem v tomto článku ukázal, mně to čtenář jistě promine.

[22]) Tiskovou chybu (B_z místo správného B_x) jsem opravil.

Tento odstavec je psán takovým slohem, že se mi příčí o něm mluviti. Poznamenávám jenom, že jde o knihu prof. Dusla „Úvod do vektorového počtu“; pročetl jsem si podrobně str. 8—13 této knihy, ale větu „Zákon distributivní platí per definitionem, načež zákon distributivní pro součin skalární a vektorový jest speciálním případem“ (na níž všechny invektivy tohoto odstavce v podstatě spočívají) jsem tam nenašel. To bylo ovšem pro mne — po všem předchozím — už jen zcela malé překvapení.

Leták prof. Rádla končí se pak následujícím odstavcem, který uvádím jen pro úplnost (netýká se mé osoby a nejsem tudíž povolán k tomu, abych jej rozebíral):

VII

5. Dva jiní pánové neodvážili se psáti o četných a hrubých chybách, jež jsou v některých knihách komitétu, ale snažili se marně upozorniti v denním tisku aspoň na malé chyby v knize druhé společnosti. Psal jsem obšírně o nesprávných úsudcích, které učinil ve své kritice p. K. Čupr, redakce novin odmítla moji odpověď. Ale sami moji odpůrci považují kritiku p. Čupra za nepodařenou, takže jest zbytečno, abych se jí zabýval.

P. K. Rychlík, člen komitétu a autor druhé kritiky, kterou podtrhl červenou tužkou a poslal členům vysoké školy technické, tvrdil nedávno při své veřejné přednášce, že jedna z mých prací publikovaných česky obsahuje chyby. Všichni odborníci z university byli mnou pozváni, aby slyšeli výklad chyb od p. Rychlíka. Všichni přišli. P. Rychlík sám zůstal doma. Moje práce byla potom přijata v „Acta mathematica“ a v „Mathematische Zeitschrift“. Z tohoto důvodu nečetl jsem kritiku p. Rychlíka.

Přijměte, pane, projevy mé úcty.

V Praze, 26. dubna 1932. František Rádl,
Praha XII, Budečská 28.

Přehlédněme ještě jednou hlavní výsledky tohoto rozboru. Zjistili jsme, že v odst. II prof. Rádl cituje mé Poznámky, vynechá při tom slova „vyjma pro hodnotu $x = 2$“ a pak mi vyčte, že já jsem je vynechal. Zjistili jsme, že v odst. III píše dlouze a široce o jakýchsi mých výtkách a úvahách, které jsem vůbec nikdy nenapsal. Zjistili jsme, že v odst. V cituje nesprávně svoji vlastní knihu a tímto pozměněným citátem snaží se dokázati bezpředmětnost mých výtek. Zjistili jsme ještě několik jiných věcí, které nebudu opakovati.

Upozorňuji ještě na to, že Rádlova Učebnice, recense prof. Čupra, Petra i Rychlíka, Odpověď prof. Rádla, jakož i mé Poznámky vyšly česky. Neměl by tedy francouzský leták prof. Rádla pro cizince vůbec významu — neboť člověk, neovládající češtinu, nemohl by se přesvědčiti o správnosti údajů prof. Rádla a tato okolnost je přece při polemickém spise rozhodující. Zdá se mi tudíž, že francouzské roucho Letáku je pouze zbytečnou ozdobou.

Povšimněme si na konec ještě jedné nedůslednosti: prof. Rádl, jak je patrno z odst. I, chtěl ve svém Letáku odpověděti na kritiky o své Učebnici. Z těchto kritik byla ovšem nejzávažnější Recense prof. Petra (otištěná v odborném časopise); o této recensi se však prof. Rádl v Letáku vůbec nezmiňuje, za to věnuje převážnou většinu Letáku mým Poznámkám, které vlastně vůbec nebyly kritikou jeho Učebnice, nýbrž rozborem jeho Odpovědi.

Čtenář jistě pochopí, že tímto článkem považuji diskusi pro svou osobu za skončenu. *V. Jarník.*

J. Křepelka: Anorganická chemie. (Podle fakultních přednášek pro chemiky a farmaceuty.) Vydal Spolek českoslov. farmaceutů a pro tisk upravil F. Toul. Tiskl Melantrich, Praha 1932. — 408 str. — Cena Kč 97.—.

Tato kniha má sloužiti jakožto prvý úvod do studia chemie na přírodovědecké fakultě university (pro první dva semestry). Potřeba takovýchto úvodních knih (po př. přednášek) v naší literatuře i na jiných oborech jest velmi naléhavá, jak uzná zajisté každý student i profesor; po této stránce kniha prof. Křepelky vyplňuje opět jednu citelnou mezeru v naší nebohaté literatuře učebnicové. Že na ni upozorňuji i v tomto Časopise, je pochopitelné již proto, že posluchači fysiky musí míti jisté základní znalosti z chemie.

Co na této knize sluší zvláště oceniti, jest především její „Část všeobecná" (str. 7—79), pojednávající o zákonitostech v chemii (prvek, zákon zachování hmoty, energie a zákon o stálosti prvků, základní stechiometrické zákony o slučování, atomová teorie, teorie molekulární a třetí zákon stechiometrický, skutečná hmota a velikost molekul, číslo Avogadrovo, asociace (polymerisace) a disociace molekul, vztah ekvivalentu k atomové váze, odvození atomových vah a dnešní soustava atomových vah, vyjádření chemického složení chemickou formulí, reakční rychlost a chemická rovnováha, pravidlo fází a rovnováha systému heterogenního, katalysátory, chemická afinita a mocenství (valence), teorie elektrolytické disociace, elektrolytické potenciály, Beketovův pokus výkladu afinity, dnešní názor o elektroafinitě, polarita chemických sil (vazeb), klasifikace prvků, periodický zákon Mendělejevův, praktické užití periodického zákona, zdánlivé odchylky periodického zákona a novodobá interpretace periodického zákona). — Tato část dává čtenáři-začátečníkovi nahlédnouti do chemické vědy ve vlastním slova smyslu, neboť z ní pozná, že chemie přestala již býti — bohudíky — vědou více méně popisnou, že není jen užitečnou sbírkou nejrůznějších „receptů" a že čím dále tím více se blíží fysice svými metodami, podobnými těm metodám, jakých užívala fysika již dávno; chemie musí totiž s fysikou v budoucnosti do jisté míry splynouti jakožto jedna z jejích částí. — V tom je tedy nepopíratelný pokrok této učebnice i proti knihám daleko obsáhlejším než jest a může býti tato knížka úvodní. Rozumí se samo sebou, že tu jsou obsaženy jen základní věci, ale za to jsou vyloženy úplně správně, velmi jasně a přehledně.

Druhá a obšírnější „Část systematická" (str. 83—397) probírá přehledně jednotlivé prvky v pořadí daném osmi skupinami periodické soustavy (vodík a jeho sloučeniny 83—117, 1. skupina per. soust. 119—146, 2. skupina 146—181, 3. skupina 182—201, 4. skupina 201—235, 5. skupina 235—281, 6. skupina 281—322, 7. skupina 323—347, 8. skupina 347—497). — V této popisné části jsou probrány hlavní vlastnosti prvků a jejich důležitějších sloučenin; jako dodatek k této části jest připojen *latinský* abecední seznam hlavně těch anorganických látek (a sloučenin resp. přípravků, obsahujících anorganické součásti), jež budou pojaty do prvého vydání československého lékopisu.

Knihu prof. Křepelky lze s nejlepším svědomím vřele doporučiti každému chemikovi resp. fysikovi-začátečníku, vstupujícímu na fakultu přírodovědeckou. Lze doufati, že kniha dojde zasloužené pozornosti, zvláště v kruzích, pro něž je určena, a že se v brzku dočkáme nového jejího vydání, v němž by bylo dobře připojiti ještě seznam vybraných učebnic anorganické chemie vědecké literatury světové k dalšímu studiu a věcný rejstřík, jenž by užívání knihy velmi usnadnil. *V. Trkal.*

G. Joos: Lehrbuch der theoretischen Physik, Leipzig 1932. Stran XV + 644; 157 obr. — Cena Kč 204,—, váz. Kč 221,—.

Napsati moderní učebnici teoretické fysiky, jejíž objem by nevzrostl přespříliš, jest jistě úkol velmi nesnadný. Běží tu především o šťastný výběr látky resp. o vhodné její omezení, dále pak o takový způsob výkladu, jenž by jednak zachovával určité niveau, jednak však čtenáři neztěžoval porozumění svojí přílišnou stručností nebo příliš vysokými požadavky na předběžnou jeho průpravu jak po stránce matematické, tak fysikální; snaha podati, pokud možno, stručně a logicky přehledně výklady o všech důležitějších partiích dnešní teoretické fysiky může totiž snadno svésti autora s pravé cesty.

Uvedená kniha Joosova pokouší se o správné řešení úkolu právě naznačeného a lze říci již předem, že je to pokus celkem šťastný. Mohou býti sice různé námitky proti výběru látky; jeden posuzovatel přál by si na př. míti v knize určité partie probrány důkladněji a jiné s menší obšírností, druhý pak byl by třebas mínění právě opačného. Tedy výběr látky jest do jisté míry přec jen také věcí vkusu. A v celku vzato, kniha Joosova prozrazuje dobrý, místy velmi dobrý vkus autorův. Jest přirozeno, že některé partie jako na př. obecná teorie relativnosti nebo vedení elektřiny v elektrolytech, které vyžadují zvlášť složitého matematického aparátu, nemohly býti v knize podrobně vykládány; autor se musil v nich omeziti jen na výklad hlavních myšlenek po stránce fysikální. Kniha se nesnaží býti ve všem všudy za každou cenu originální, naopak osvědčené stereotypní odstavce starší fysiky reprodukuje způsobem v nejlepších knihách obvyklým, což jest její přednost. Teorii doplňuje 114 velmi vhodně vybraných úloh ke cvičení čtenářovu, jejichž řešení (s patřičným návodem) tvoří zvláštní dodatek, umístěný na konci knihy. Formální úprava knihy jest vzorná a přehledná; důležité formule jsou zarámovány, důležité nově zaváděné pojmy tištěny kursivou a některé podrobnosti (občas) vysázeny drobnějším tiskem. Také typografická úprava knihy jest dokonalá.

Výběr látky i způsob výkladu Joosovy knihy hodí se (podle mého mínění) velmi dobře v našich poměrech k přípravě pro *druhou státní zkoušku z fysiky* na přírodovědecké fakultě university.

Obsah knihy jest rozčleněn v sedm částí. — *První* podává *matematické pomůcky* (vektorový počet, racionelní matematické zpracování periodických zjevů = nauka o kmitech a vlnění, něco z teorie funkcí jedné komplexní proměnné a základní úloha variačního počtu jakož i její řešení). — *Druhá* část pojednává *o mechanice* (mechanika hmotného bodu, obecné věty mechaniky bodových soustav, mechanika tuhého tělesa = stereomechanika, mechanika pevných těles deformace schopných = elastomechanika a mechanika kapalin a vzdušin = hydro- a aeromechanika; relativistická mechanika). — *Třetí* část jest věnována *teorii elektromagnetických a optických zjevů bez ohledu na atomistickou strukturu hmoty a elektřiny* (elektrostatické pole ve vakuu a v dielektriku, energie a ponderomotorické síly v elektrostatickém poli; stacionární elektrické pole, magnetostatické pole, časově zvolna proměnlivá (kvasistacionární) pole, rychle střídavá elektromagnetická pole [elektromagnetické vlny]: I) šíření v jednotných isotropních prostředích, II) děje v dvou k sobě přiléhajících prostředích, jinak neomezených, III) šíření v anisotropních prostředích [krystalová optika], IV) vliv ohraničení [teorie ohybu] a elementy geometrické a interferenční optiky). — *Čtvrtá* část jedná *o atomistice elektrických zjevů* (vodivost v elektrolytech, vedení elektřiny v plynech, základní myšlenky teorie vodivosti v kovech, atomistická teorie dielektrické konstanty, indexu lomu a magnetické permeability; eletrodynamika těles v pohybu). — *Pátá* část vykládá *teorii tepla, část fenomenologickou* (teorie tepelného vedení, stavová rovnice termodynamických soustav, věta o energii = 1. věta termodynamická, věta o entropii = 2. věta termodynamická, užití 2. věty k výpočtu rovnováhy termodynamických soustav; Nernstova věta). — *Šestá* část obsahuje *teorii tepla, část statistickou* (elementární kinetika hmoty, klasická [Boltzmannova] statistika, „klasická“ kvantová statistika, teorie tepelného záření a statistika Boseova-Einsteinova a Fermiova). — *Sedmá* část zabývá se *stavbou atomů i molekul a teorií spekter* (modelová [naivní] mechanika atomu, kritická mechanika atomu [= kvantová a vlnová mechanika] a problémy atomové fysiky, které principielně rozřešila teprve vlnová mechanika). — *Dodatek* obsahuje vedle (zmíněných již) řešení v textu uvedených úloh ještě také převodní tabulku fysikálních jednotek různých soustav a tabulku důležitějších fysikálních konstant (zvláště atomové fysiky). Kniha jest zakončena seznamem vybrané literatury k dalšímu studiu a věcným rejstříkem.

Celkem shrnuto: knihu lze vřele doporučiti; podává — i když ne všude látku zcela vyčerpávající — tedy jistě ucelený (a pěkným slohem psaný) přehled moderní teoretické fysiky. *V. Trkal.*

B. Přehled původních publikací českých matematiků a fysiků.

B. Hostinský: Sur la théorie de la diffusion. C. R., *192*, 546, 1931.

B. Hostinský: Sur la propagation dirigée des ondes. Atti del congresso internazionale dei matematici, 1928.

B. Macků: Afinita chemických reakcí. K tisku upravil J. Baborovský. Spisů přírodovědecké fakulty Masarykovy university č. 151.

Autor odvozuje van't Hoffův výraz pro afinitu chemických reakcí mezi ideálními plyny. Dále odvozuje některé obecné věty o této afinitě. Konečně demonstruje obecné výpočty na soustavě tří ideálních plynů, které nejsou s počátku v chemické rovnováze a jež převádí zvratně do rovnováhy.

F. Nachtikal: Jednoduchá metoda harmonické analyse. Elektrotechnický Obzor, *21*, 1, 1932.

F. Nachtikal: Eine einfache Methode der harmonischen Analyse. ENT, *9*, 282, 1932.

Autor popisuje jednoduchou metodu harmonické analyse; jde-li o určení k-té harmonické komponenty, navineme analysovanou křivku na válec, jehož obvod se rovná k-té části celé periody a promítneme tak vzniklou prostorovou křivku na dvě k sobě kolmé roviny procházející osou válce. Velikosti takto vzniklých ploch na projekčních rovinách buďtež P a Q; pak jsou Fourierovy koeficienty dány vztahy $a = 2P/T$, $b = 2Q/T$.

Autor udává metodu, jak tyto plochy P a Q lze z původní křivky vypočítati.

G. Leithäuser a *V. Petržilka:* Über Normalien für Wellenmessung der ultrakurzen Wellen. Funktechnische Monatshefte, *1*, 385, 1932.

Autoři popisují normály frekvence, které vypracovali užitím turmalínových destiček i pro ultrakrátké vlny.

V. Petržilka a *W. Fehr:* Über stationäre Schwingungszustände in quarzgesteuerten Ein- und Zweikreissendern. ENT, *9*, 283, 1932.

Autoři studovali křemenem buzený lampový generátor, v němž byl křemenný oscilátor zařazen buď mezi mřížkou a katodou nebo mezi mřížkou a anodou. Svoje úvahy rozšířili i na generátor se sekundárním kruhem, z čehož vypracovali metodu pro měření útlumu oscilačních kruhů.

V. Petržilka a *W. Fehr:* Über ein Verfahren zur Dämpfungsmessung an Schwingungskreisen. Ztschr. f. techn. Phys. *13*, 472, 1932.

V předešlé práci zmíněnou metodu pro měření útlumu popisují autoři zevrubněji a udávají zároveň měření získané touto metodou.

V. Petržilka: Über den Zusammenhang zwischen den optischen und piezoelektrischen Eigenschaften der schwingenden Quarzplatten. Ann. d. Phys., *11*, 623, 1931.

Autor udává metodu, jak možno studovati změnou optických vlastností kmitající křemenné destičky její mnohovlnnost, a ukazuje, že kmitající destička se stává opticky dvojosou.

V. Posejpal: Formule générale pour les sauts d'absorption. C. R., *195*, 36, 1932.

Autor udává výraz pro absorpční skok a ukazuje, že tento výraz souhlasí s experimentálními hodnotami různých autorů.

V. Posejpal: Sur le passage des rayons photoniques par les atomes. J. de Phys., 3, (7), 390, 1932.

Práce obsahuje přednášku, již autor konal před francouzskou fysikální společností v Paříži v květnu letošního roku. V úvodě uvádí své názory o stavbě světelného éteru, z nich odvozuje koeficient pro strhování světla v pohybujícím se mediu. Dále promlouvá o průchodu fotonů plyny a o difusi paprsků vysoké frekvence.

V. Santholzer: Výzkum radioaktivních pramenů v Krkonoších. Rozpravy II. tř. české akademie, roč. 42, čís. 1, 1932.

Autor studoval radioaktivitu pramenů v rozlehlé oblasti Krkonoš a ukázal, že tyto prameny vynikající velkým množstvím vody obsahují namnoze také velké množství pohlcené radioaktivní emanace.

J. Sahánek: Buzení Hertzových vln diodami. Spisy přírodovědecké fakulty Masarykovy university čís. 158.

J. Sahánek: Die Erzeugung Hertzschen Wellen mittels Dioden. Phys. Ztschr., *33*, 693, 1932.

Autor ukazuje, že za určitých podmínek lze každého uspořádání, jež sestává ze dvou nebo více elektrod a plynové dráhy, užíti k buzení Hertzových vln. Dále udává autor dva speciální případy takovýchto výbojových drah k buzení Hertzových vln.

J. Zahradníček: Měření gravitační konstanty točivými vážkami. Spisy přírodovědecké fakulty Masarykovy university čís. 153, 1932.

Autor udává statickou, dynamickou a resonanční metodu pro měření točivými vážkami Coulombovými. Rovněž je podána cesta k měření konstant torsních vah s dlouhou periodou a udány hodnoty korekcí.