Karel Vodička

O geometrických a fysikálních methodách k určení parallaxy sluneční. [VIII.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 42 (1913), No. 2, 183--201

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121567

Je tedy perioda kmitů podél osy Z

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{1+\mu}},$$

to je táž, co perioda oběhu rušivé planety.

(Dokončení.)

O geometrických a fysikálních methodách k určení parallaxy sluneční.

Napsal Dr. **Karel Vodička.**

(Pokračování.)

Parallaxa sluneční jako funkce hmoty zemské. Obě methody k stanovení parallaxy sluneční, plynoucí z theorie pohybu měsíce, nedávají stejných výsledků, jak by se snad dalo očekávati, když mají za podklad stejný princip, všeobecnou gravitaci. Příčina toho neleží ovšem v gravitaci samé, nýbrž v různých faktorech, které stejně přesně z pozorování určiti nelze. Pouto všeobecné gravitace, jež víže veškerá tělesa nebeská, vede ještě k *Leverrierově* methodě k stanovení parallaxy sluneční, která se opírá o princip, že lze při známých hodnotách relativních hmot slunce a země určiti vzdálenost slunce od země, porovnáme-li prostor, kterým na povrchu zemském padá těleso v jednotce časové, s prostorem, kterým země v jednotce časové padá k slunci. Hlavní váha klade se tu tedy na určení hmoty zemské v jednotkách hmoty sluneční, a poměr ten určuje se z poruchů, které země způsobuje v pohybech blízkých planet, hlavně Venuše a Marta, nebo periodických komet.

Značí-li a_1 velkou poloosu dráhy zemské, n střední pohyb její v jednotce časové, m hmotu země, M hmotu slunce, k Gaussovu konstantu, jest analogicky s rovnicí (68) dle třetího zákona Keplerova (*Gruss*: Základové theor. astronomie I. str. 19.)

$$(M + m)\,k^2 = a_1^3 n^2. \tag{75}$$

Jest tedy k^2 ona síla, kterou se dvě jednotkové hmoty přitahují v jednotkové distanci; dovedeme-li sílu tu vyjadřiti též z poměrů na zemi, obdržíme eliminací k^2 hledaný vztah pro parallaxu sluneční.

Když těžiště zemské jsme zvolili za počátek souřadnicového systému, odvodili jsme pro gravitaci země v blízkosti povrchu zemského výraz (18)

$$g = \frac{mk^2}{R^2}\left[1 + \frac{3\,(C - A)}{2m\,R^2}\,(1 - 3\,sin^2\varphi') - \frac{\omega^2 R^3\,cos^2\,\varphi'}{mk^2}\right],$$

při čemž tedy geocentrická šířka φ' vzhledem k těžišti jest identická se šířkou geografickou. Z rovnice té také jest patrno, že pro geografickou šířku φ_0, hovící relaci $1 - 3\,sin^2\,\varphi_0 = 0$, bude pravé urychlení tíže g' rovno urychlení, jaké by bodu na oné rovnoběžce ležícímu udělila kulová země, která by měla poloměr R_0 příslušný právě této šířce φ_0. Protože

$$sin\,\varphi_0 = \sqrt{\tfrac{1}{3}},\qquad cos\,\varphi_0 = \sqrt{\tfrac{2}{3}},$$

jest $\varphi_0 = 35^0\,15'\,51{\cdot}79''$, a dle (11) při Fayeových hodnotách bude geocentrická šířka

$$\varphi'_0 = 35^0\,4'\,45{\cdot}42'',\qquad \left(\frac{R_0}{a}\right)^2 = 0{\cdot}99773123.$$

Nehledíme-li tedy k urychlení způsobenému silou odstředivou, jest pravé urychlení (gravité) pro tuto šířku

$$g' = \frac{mk^2}{R_0^2},$$

a eliminujeme-li k^2 pomocí rovnice (75), obdržíme

$$\frac{g' R_0^2}{m} = \frac{a_1^3 n^2}{M + m}. \qquad (76)$$

Zavedeme-li ještě dle dříve užité relace $R = a\varrho$ podobně $R_0 = a\varrho_0$ a uvážíme-li, že $\pi_0 = \frac{a}{a_1}\cdot\frac{1}{sin\,1''}$, plyne z rovnice (76), z níž vyjádříme poměr $\frac{a}{a_1}$, že

$$\pi_0 = \frac{1}{sin\,1''}\sqrt[3]{\frac{an^2}{g'\varrho_0^2}}\sqrt[3]{\frac{m}{M + m}}. \qquad (77)$$

Vyjádříme-li hmotu země v jednotkách hmoty sluneční, volíme-li tedy $M = 1$, můžeme v odmocnině ve jmenovateli m vedle 1 vynechati, a položíme-li tu ještě $n = \frac{2\pi}{T_1}$, $g' = \pi^2 l'$ (dle zákona kyvadlového), bude

$$\pi_0 = \frac{1}{\sin 1''} \sqrt[3]{\frac{4a}{T_1^2 l' \varrho_0^2}} \sqrt[3]{m};$$

pro hodnoty $a = 6378393\ m$ (Faye), $l' = 0{\cdot}992718$ (dle 25), $T_1 = 365{\cdot}25636$ sec. stř. obdržíme pak

$$\pi_0 = 609{\cdot}9976'' \sqrt[3]{m}. \qquad (78)$$

Místo abychom porovnali prostor, kterým na povrchu zemském padá těleso v jednotce časové s prostorem, kterým země v jednotce časové padá k slunci, můžeme tento prostor porovnati s prostorem, kterým měsíc v jednotce časové padá k zemi. Dle rovnice (69) a (75) obdržíme pak eliminací k^2

$$\frac{m + m'}{M + m} = \left(\frac{a'}{a_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{n}{n'}\right)^2\right],$$

a zavedeme-li parallaxy $\sin \pi_0 = \frac{a}{a_1}$, $\sin P_0 = \frac{a}{a'}$,

$$\pi_0 = \frac{\sin P_0}{\sin 1''} \sqrt[3]{\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{n}{n'}\right)^2}} \sqrt[3]{1 + u} \sqrt[3]{m},$$

je-li u hmota měsíce vyjádřená v jednotkách hmoty zemské a m hmota země vyjádřená v jednotkách hmoty sluneční. Pro číselné hodnoty $\frac{n}{n'} = \frac{27{\cdot}321661}{365{\cdot}25636}$, $u = 1 : 80{\cdot}88$, $P_0 = 3422{\cdot}54''$, bude konečně

$$\pi_0 = 609{\cdot}50'' \sqrt[3]{m}. \qquad (79)$$

Methodu tuto naznačil *Newton* ve svých Principiích, který uvádí formuli

$$m = 4{\cdot}4320 \left(\frac{\pi_0}{1000}\right)^3,$$

z čehož

$$\pi_0 = 608{\cdot}79'' \sqrt[3]{m},$$

užívá jí však k určení hmoty zemské m, ježto pokládá parallaxu za bezpečněji určitelnou než hmotu země. Oba výsledky (78) a (79) souhlasí spolu dosti dobře, a kdyby měření různorodých veličin ve faktoru se vyskytujících dala se provésti se stejnou přesností, souhlasily by úplně. Chceme-li jí užiti k stanovení parallaxy, nutno znáti hodnotu pro hmotu zemskou vyjádřenou v jednotkách hmoty sluneční. Tu určil *Laplace* v Memoirech pařížské akademie z pozorování kyvadlových ve velikosti $m = 0{\cdot}0000030463$, pro kterou by z rovnic (78) a (79) bylo $\pi_0 = 8{\cdot}843''$ nebo $\pi_0 = 8{\cdot}835''$. Otázkou hmoty zemské zabýval se též *Horsby* (On the computation of the Sun's distance . . Phil. Trans. 1769), *Burckhardt* (Sur les masses des Planetes . . . Connaissance des temps . . . 1816) a *Airy* (On the corrections in the elements of Delambre's solar tables . . . Phil. Trans. 1828).

Hansen r. 1864 (Calculation of the Sun's parallax . . . Month. Not. 24) našel z parallaktické rovnice pohybu měsíce $m = 0{\cdot}0000031303$, kteréžto hodnotě odpovídaly by pro parallaxu $\pi_0 = 8{\cdot}923''$ nebo $8{\cdot}916''$.

Powalky r. 1872 (Bestimmung der Sonnenparallaxe aus dem Verhältniss der Erd- zur Sonnenmasse. Astr. Nach. 79) určil z míst Venuše pozorovaných při přechodech v 18. stol. délku uzlů a srovnáním s Leverrierovými tabulkami našel hodnotu o $34''$ větší. Na základě toho zlepšil hmoty planet a našel $\pi_0 = 8{\cdot}74''$.

Podobně *Leverrier* ze změn dráhy Martovy usoudil zlepšení hmot planet, a tak našel $\pi_0 = 9{\cdot}01''$, kteroužto hodnotu *Tisserand* (Sur la determination des masses . . . Compt. Rend. 1881) korrigoval na $\pi_0 = 8{\cdot}92''$. Mimo to udal *Leverrier* (Sur les masses des planetes et la parallaxe du Soleil. Compt. Rend. 1872) pro parallaxu formuli

$$\pi_0 = 608{\cdot}79'' \sqrt[3]{m} = 8{\cdot}866''.$$

Harkness r. 1890 (On the masses of . . . the Earth, and on the solar parallax. Am. Jour. 1890) uveřejnil hodnoty

$$m = 0{\cdot}000\,003\,005\,097 \pm 0{\cdot}000\,000\,016\,056$$

$$\pi_0 = 609{\cdot}44'' \sqrt[3]{m} = 8{\cdot}795'' \pm 0{\cdot}016''.$$

V hodnotě pro m zahrnuta jest však též hmota měsíce u, a za supposice $u = 1 : 81{\cdot}5$ korrigoval hodnotu zemské hmoty (On a error on the computation of the solar parallax. Am. Jour. 1890) na $m = 0{\cdot}000\,002\,968\,225$, z čehož $\pi_0 = 8{\cdot}759''$, hodnota z této methody nejčastěji užívaná. Rok na to korrigoval i numerický faktor na

$$\pi_0 = 609{\cdot}527'' \sqrt[3]{m}.$$

A. Hall 1892 (The solar parallax and the mass of the Earth. Am. Jour.) uživ formule Leverrierovy na rozličné údaje rozměrů zemských, uvádí

$$\pi_0 = 609{\cdot}49'' \sqrt[3]{m} \quad \text{dle Bessela,}$$

$$\pi_0 = 609{\cdot}52'' \sqrt[3]{m} \quad \text{dle Clarkeho,}$$

$$\pi_0 = 609{\cdot}51'' \sqrt[3]{m} \quad \text{dle Harknesse,}$$

a r. 1905 (Note on the masses of... the Earth, and on the solar parallax. Am. Jour.)

$$\pi_0 = 609{\cdot}50'' \sqrt[3]{m}.$$

Hodnoty ty shodují se s rovnicí (79), a dosadíme-li do ní za m Harknessovu hodnotu pro m

$$m = \frac{1}{327214} \times \frac{80{\cdot}068}{81{\cdot}068} = 0{\cdot}000\,003\,018\,403,$$

obdržíme

$$\pi_0 = 8{\cdot}7769''.$$

Parallaxa sluneční jako funkce rychlosti světla a konstanty aberrační. Vedle uvedených method fysikálních existují ještě methody čistě fysikální z oboru optiky. Je-li totiž V rychlost světla, Θ světelná rovnice, t. j. čas, který světlo potřebuje, aby proběhlo střední distanci země od Slunce, jest $a_1 = \Theta V$, a tedy

$$sin\ \pi_0 = \frac{a}{V\Theta}. \tag{80}$$

Rychlost světla byla měřena jak pro světlo planetární, tedy odražené, tak pro vlastní zdroje světelné, a to jak mimozemské tak na povrchu zemském. Pro pozemské zdroje světelné užito methody rotujícího ozubeného kola a methody rotujícího zrcadla. Hlavní výsledky z obou method jsou tyto:

Fizeau konal měření r. 1849 methodou ozubeného kola v distanci 8·633 *km* mezi Suresnes a Montmartre v Paříži a našel (Sur une expérience relative à la vitesse . . Compt. Rend. 1849) $V = 315324$ *km*.

Foucault užil rotujícího zrcadla pracujícího v distanci 20 *m*; pokusy konal v době květen-září 1862 (Compt. Rend.) a konečný výsledek z 80 pozorování vykonaných 18., 19. a 21. září v Paříži jest (Recueil des travaux scientifiques de L. Foucault. Paris 1878) $V = 298574 \pm 204$ *km*.

Cornu ze 658 pokusů dle methody ozubeného kola pracujícího na distanci 10·310 *km* mezi l'Ecole Polytechnique a Mont-Valérien v Paříži v srpnu 1872 našel (Determination nouvelle de la vitesse de la lumière. Compt. Rend. 79) $V = 298500 \pm 995$ *km*, a v srpnu 1874 ze 546 pokusů touž methodou na vzdálenost 22·910 *km* mezi pařížskou hvězdárnou a Montlhéry vykonaných (Mémoire sur la determination de la vitesse ... Annales de l'Observatoire de Paris. Mémoires (13)) $V = 300400 \pm 300$ *km*. Hodnotu pro parallaxu z toho plynoucí udal r. 1877 (Parallaxe de Soleil ... Compt. Rend. 84).

Helmert (Ueber eine Andeutung constanten Fehler ... Astr. Nachr. 1876) zkoumal znova tyto hodnoty Cornuho, a z jeho úvah plyne, že má býti pro rok 1872: $V = 298731 \pm 845$ *km*, pro rok 1874 $V = 300028 \pm 112$ *km*.

Michelson ze 100 pokusů methodou zrcadlovou na vzdálenost 0·6054 *km* v U. S. Naval Academy v červnu a červenci 1879 vykonaných našel (Experimental determination of the velocity of light. Proceedings of the Am. Assoc. for the Advance of Science 1879; Supplementary measures of the velocities ... Astr. Papers of. Am. Eph. vol. 2.) $V = 299910 \pm 51$ *km*.

Joung a *Forbes* ze 12 pokusů v prosinci 1880 a lednu 1881 ve Skotsku vykonaných našli (Experimental determination of the velocity ... Phil. Trans. 1882) $V = 301384 \pm 263$ *km*; při tom užili methody ozubeného kola, a to tak, že světlo vycházející z kollimatoru obsahujícího ozubené kolo odráželo se ve dvou kollimatorech v různých distancích, a sice 5·1313 a 5·5510 *km*.

Newcomb z pokusů dle methody zrcadlové v letech 1880 až 1882 ve Washingtonu vykonaných našel tři výsledky, a sice:

ze 148 pokusů v červenci 1880 a dubnu 1881 v intervallu 5·1019 *km* mezi Fort Meyr a U. S. Naval Observatory vykonaných (Measures of the velocity of light ... Astr. Papers of Am. Ephem. vol. 2.) $V = 299709$ *km*;

ze 39 pokusů v srpnu a září 1881 v intervallu 7·4424 *km* mezi Fort Meyr a Washington-Monument vykonaných $V =$ 299776 *km*;

ze 65 pokusů v červenci, srpnu a září 1882 v témž intervallu mezi Fort Meyr a Washington-Monument vykonaných $V = 299860$ *km*. Hodnotu tuto přijal též za výsledek svých měření a přijata byla též s korrekcí $\pm$ 30 *km* pařížskou květnovou konferencí 1896.

Michelson z 23 pokusů methodou zrcadlovou v říjnu a listopadu 1882 na distanci 0·6246 *km* v Case Institute, Cleveland, Ohio vykonaných stanovil (Astr. Papers . . . Wash. 1882, vol. 1.) $V = 299853 \pm 60$ *km*.

Harkness udává jako střed uvedených hodnot $V = 299893$ $\pm$ 58 *km*.

Weinberg Boris (Astr. Nachr.) nachází $V = 299647 \pm$ 0·0998 *km*.

Hodnota Newcombova byla verifikována *Perrotinem*, který konal dvě řady pozorování s velkými refraktory hvězdárny v Nizze dle methody Fizeauovy; výsledky uveřejnil v Comptes Rendus 1902. Prvá řada r. 1900 se stanicí la Gaude ve vzdálenosti 12 *km* obsahující 1500 pozorování dala $V = 299900 \pm 80$ *km*, řada druhá r. 1902 se stanicí le Vinaigre ve vzdálenosti 46 *km* obsahující 1109 pozorování dala $V = 299860 \pm 80$ *km*. Obě řady dle Perrotina dávají $V = 299880 \pm 50$ *km*, téměř identicky s hodnotou Newcombovou.

Jiný způsob k určení rychlosti světla dává elektrodynamická theorie světla založená Maxwellem, která vyžaduje, aby *Weberovo* číslo V bylo rovno rychlosti světla. Z měření a pojednání sem spadajících připomenuty buďtež práce tyto: *Kohlrausch R.* a *Weber*: Elektrodynamische Maasbestimmungen... (Abhandlungen der kön. sächs. Gess. . . . 1857), *Maxwell*: On a method of making a direct comparison of . . . (Phil. Trans. 1868), *King*: Description of Thomson's experiments . . . (Report of the 39th. meeting of the British Association for the Advancement of Science 1869), *Kirchan*: Determination of the number of electrostatic units . . . (Phil. Trans. 1873), *Ayrton and Perry*: A new determinatio of the ratio . . . (Journal of the Society of Telegraphs Engineers, London 1879, nebo Philosophical Magazine and Journal of Science 1879), *Hockin*: Note on the capacity... (Report of the 49th. meeting of the Brit. Assoc. 1879), *Stoletow*: Sur une methode pour déterminer... (Journal de Physique. Paris 1881), *Exner*: Bestimmung der Verhältnisses ... (Sitzungsberichte der Akad. Wien 1882), *Thomson*: On the determination of the number of... (Phil. Trans. 1883), *Klemenčič*: Untersuchungen über das Verhältniss... (Sitzungsberichte der Akad. Wien 1884, 89, 93), *Rowland*: On the ratio of... (Phil. Magazine and Journal of Science 1889), *Thomson and Searle*: A determination of V... (Proceedings of the Royal Soc. of London 1890). Z docílených výsledků hodnotě Newcombově nejvíce se blíží určení Thomsona a Searleho, kteří pro Weberovo číslo našli $V = 299600$.

Pro určení rychlosti světla zdrojů mimozemských slouží světelná rovnice Θ, která se určuje ze zatmění měsíců Jupiterových. *Römer* r. 1673 konstatoval, že zatmění prvého měsíce pozorovaná ze dvou míst země v ekliptice o 180^0 od sebe vzdálených se opozďují asi o 1000 sec., t. j. o dobu, kterou světlo potřebuje, aby urazilo průměr dráhy zemské. Dle této methody určil *Delambre* r. 1792 (Tables écliptiques des satellites de Jupiter... Paris 1877) z 500 pozorování zatmění prvého měsíce světelnou rovnici ve velikosti $\Theta = 493{\cdot}2^s$, kdežto *Glasenapp* r. 1874 (O zatmění měsíců Jupiterových (rusky), Dissertace, Petrohrad 1874, *Downing*: (The eclipses of Jupiters satellites. The Observatory, London 1889) ze 391 pozorování téhož měsíce našel $\Theta = 500{\cdot}84^s \pm 1{\cdot}02^s$ a $\Theta = 497{\cdot}15^s \pm 1{\cdot}20^s$. O předmětě tom pojednal také *Cornu* (Compt. Rend. 1883) a *Olbrecht* (Annales de l'Observatoire de Paris, Mémoire 18, 1885). Pařížskou konferencí 1896 (květen) přijata byla *Glasenappova* hodnota $\Theta = 498{\cdot}46^s$.

Dosadíme-li hodnotu Newcombovu pro V a Glasenappovu pro Θ do rovnice (80), a zvolíme-li za a hodnotu Fayeovu, bude

$$\pi_0 = 8{\cdot}811''.$$

Obě veličiny ve vzorci (80) se vyskytující nedají se stejně přesně určiti; chceme-li si tedy učiniti představu, s jakou přesností nutno stanoviti Θ, považujme V za přesné. Differencováním pak plyne $d\pi_0 = -0{\cdot}017658\ d\Theta$, a má-li tedy π_0 býti zaručeno na dvě desetinná místa, musí Θ býti přesně určeno na $0{\cdot}5^s$. Světelnou rovnici nelze však určiti přesně ani na 1^{sec}, a chceme-li pro parallaxu získati hodnotu zaručenější, eliminujeme Θ pomocí konstanty aberrační.

Příčinou aberrace jest faktum, že rychlost světla V není nekonečně velikou; poněvadž k proběhnutí střední distance země od slunce potřebuje světlo 498·5 *sec*, přijde k nám světlo od hvězdy vzdálené ϱ astronomických jednotek za 498·5 ϱ sec. Za dobu tu pozorovatel na zemi přijde v prostoru na jiné místo jednak rotací, jednak revolucí země, a vidí pak hvězdu na místě jiném, ve směru posledního paprsku, který ho v tom okamžiku právě stihl. Při tomto *vysvětlení* aberrace z theorie undulační nutno ovšem vedle přímočarého šíření se světla předpokládati absolutně klidný ether, a pak jest aberrace úkazem čistě fysiologickým. Hypothesa o absolutně klidném etheru nedá se však udržeti vzhledem k pokusům *Boskowichovým* a *Michelson-Morleyovým*, a proto při vysvětlení aberrace akceptuje se hypothesa *Stokesova*, dle které jest ether v blízkém okolí země v relativním klidu vůči zemi, tedy i kolem hvězd v relativním klidu vůči hvězdám, mezi nimi však v pohybu. Zde jest pak aberrace zjevem skutečným, vlny světelné ze stálic vstupují do etherového ovzduší zemského již se směrem pozměněným. Detaily obsaženy jsou v knize: *Fr. Koláček*: Elektřina a magnetismus, Praha 1904; názor k vysvětlení aberrace tam obsažený jest asi tento:

Lorenzovy rovnice v otázce šíření se elektromagnetických vln platí pro system se zemí pevně spojený; komponenty rychlosti v nich se vyskytující jsou pak komponentami relativních rychlostí vůči zemi, a žádný zjev ani elektromagnetický ani optický nemůže záviseti na tom, jak země v prostoru se pohybuje. Jest tedy pro vysvětlení zjevů optických výhodnější zavésti system *Ptolemaeův*, kdežto system *Koperníkův* lépe a jednodušeji vypisuje pohyby oběžnic. Nachází-li se tedy pozorovací dalekohled ku př. ve středu zemském Z, který jest v klidu, a je-li v čase $t = 0$ stálice v bodě A, z níž v klidném vůči zemi etheru se šíří světelné vlny, půjde jeden paprsek směrem

AZ a stihne dalekohled v čase $t = \frac{AZ}{V}$; v čase tom urazí však stálice dráhu AB, a je-li v relativní pohyb stálice vůči klidné zemi, jest $AB = vt$. V čase t jest pak B skutečná, A zdánlivá poloha hvězdy, a pro úhel aberrační platí táž relace jako při vysvětlení *Bradleyově*, kde stálice se považuje za klidnou a dalekohled se zemí pevně spojený za pohyblivý. Tím již vysvětlen i negativní výsledek pokusu *Boskowichova*.

Astronomii celkem nejedná se tak o správné vysvětlení zjevu aberrace; ona přidržuje se systému *Koperníkova* a přijímá faktum, že kombinací rychlosti světelné a rychlosti země, resp. relativní rychlosti stálic, nastává v posicích hvězd odchylka, a úlohou její jest stanoviti velikost této změny. Za tím účelem rozeznává dvojí aberraci. Tak zv. *aberrace stálic* podmíněna jest rotací a revolucí země a týká se všech těles nebeských, tedy i planet; vliv rotace vyjadřuje *aberrace denní* ve velikosti 0·320″, vliv revoluce pak *aberrace roční*. Druhá jest tak zv. *aberrace planetární*, podmíněná vlastním pohybem planet. Aberrace *sekulární*, podmíněná translací slunečního systemu, nedá se počítati, ježto neznáme vlastního pohybu hvězd.

V problemu parallaxy rozhoduje aberrace roční, která se zkrátka zove aberrací a jest dána poměrem střední rychlosti země $\bar{c}$ k rychlosti světla V, t. j.

$$k = \frac{\bar{c}}{V}. \tag{81}$$

Střední rychlost země kolem slunce stanovíme z pohybu země, který dle (32) dán jest rovnicí

$$r = \frac{a_1\,(1 - e_1^2)}{1 + e_1 \cos v} = \frac{a_1 \cos^2 \psi}{1 + \sin \psi \cos v},$$

kde ψ jest úhel, jehož $\sin$ dává numerickou excentricitu země e_1. Rychlost země v elliptické dráze jest

$$c = \sqrt{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(r\,\frac{dv}{dt}\right)^2}. \tag{82}$$

Značí-li tedy n střední denní siderický pohyb země, M střední anomalii pro čas t, ε anomalii excentrickou, zní rovnice Keplerova

$$nt = M = \varepsilon - e_1 \sin \varepsilon, \tag{83}$$

a mimo to má rovnice (32) též tvar

$$r = a_1 (1 - e_1 \cos \varepsilon). \tag{84}$$

Z rovnice (83) plyne differencováním

$$n = \frac{dM}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} (1 - e_1 \cos \varepsilon),$$

a pomocí rovnice (32) a (84) najdeme pak

$$\frac{dr}{dt} = na_1 \, tg \, \psi \sin v,$$

$$r \frac{dv}{dt} = n \frac{a_1^2 \cos \psi}{r},$$

tedy dosazením do (82)

$$c = \frac{na_1}{\cos \psi} \sqrt{1 + 2e_1 \cos v + e_1^2},$$

kterou vzhledem k malé excentricitě můžeme psáti ve tvaru

$$c = \frac{na_1}{\cos \psi} (1 + e_1 \cos v).$$

Pro střední rychlost $\bar{c}$ máme pak výraz

$$\bar{c} = \frac{na_1}{\cos \psi} \frac{\int_0^\pi (1 + e \cos v) \, dv}{\int_0^\pi dv} = \frac{na_1}{\cos \psi}$$

a konstantu aberrační

$$k = \frac{na_1}{V \cos \psi} = \frac{a_1}{V \cos \psi} \frac{dM}{dt}.$$

Pro parallaxu pak

$$\sin \pi_0 = \frac{a}{a_1} = \frac{na}{Vk \cos \psi}. \tag{85}$$

Dle *Leverriera* (Théorie et tables du mouvement apparent du Soleil. Annales de l'Observatoire Impérial de Paris. Mémoires IV, 1858) jest střední siderický pohyb slunce v $365\frac{1}{4}$ dne

$$1295977{\cdot}38234'' + 0{\cdot}0603'',$$

tedy

$$n = \frac{3548{\cdot}1929''}{86400},$$

a

$$e_1 = 0{\cdot}016771063 - 0{\cdot}0000004245\,(t - 1850)$$
$$- 0{\cdot}000000001367 \left(\frac{t - 1850}{100}\right)^2,$$

tedy

$$\psi = 0^0\,57'\,39{\cdot}44''.$$

Z rovnice (85) obdržíme pak

$$\sin \pi_0 = \frac{[6{\cdot}9413474 - 10]}{k},$$

při čemž číslo v závorkách značí logarithmus; za a vzata hodnota Fayeova, za V hodnota Newcombova.

Konstanta aberrační byla určena různými pozorovateli. Ve vertikálním kruhu určil *Peters* $k = 20{\cdot}507'' \pm 0{\cdot}021''$

Gyldén $k = 20{\cdot}469'' \pm 0{\cdot}026''$
Nyrén $k = 20{\cdot}495'' \pm 0{\cdot}021''$, střed
$k = 20{\cdot}495'' \pm 0{\cdot}013''$.

V meridianovém kruhu určil *Schweizer* $k = 20{\cdot}498'' \pm 0{\cdot}012''$
$k = 20{\cdot}483'' \pm 0{\cdot}012''$
střed $k = 20{\cdot}491'' \pm 0{\cdot}009''$

V pasážním stroji v prvém vertikálu určil

Struve $k = 20{\cdot}463'' \pm 0{\cdot}017''$
Nyrén $k = 20{\cdot}517'' \pm 0{\cdot}014''$
střed $k = 20{\cdot}490'' \pm 0{\cdot}011''$.

Nejdůležitější pro určení k jsou pozorování na průchodním stroji pulkovském. Veškerá pozorování lze rozděliti na dvě skupiny; při prvé není eliminováno kolísání polové výšky, při druhé jest. Dle těchto skupin sestavil veškerá pozorování *Boris Weinberg* a našel tyto hodnoty:

I. pozorování, při nich není eliminováno kolísání polové výšky:
a) pozorování mimo Pulkovu . . . . 20·4514″,
b) Pulkovská pozorování v prvém vertikálu . . . . 20·4652″,
c) Pulkovská pozorování v meridianu . . . . 20·4939″.

II. pozorování, při nichž vliv kolísání polové výšky jest eliminován:

d) pozorování rektascensí mimo Pulkovu . . . . . . 20·5124″,
e) pozorování pulkovská v prvém vertikálu . . . . 20·4668″,
f) pozorování deklinací v meridianu pulkovském . . 20·4885″,
g) pozorování deklinací mimo Pulkovu . . . . . . 20·5055″,
i) pozorování vykonaná neb zpracovaná dle method eliminujících kolísání polové výšky . . . . 20·5136″.

Z údajů těch našel *Weinberg* (Astr. Nachr. 1903, 1904) střed $k = 20·487''$, který dle *Seea* (Astr. Nachr. 1903) jest poněkud veliký. *Harkness* uvádí $k = 20·466'' \pm 0·011''$. Dle *Struve-ho* jest $k = 20·445''$, dle *Nyréna* $k = 20·492'' \pm 0·006''$. Pařížskou konferencí 1896 přijata byla hodnota $k = 20·47''$, pro niž pak

$$\pi_0 = \frac{[2·2557725]}{k} = 8·8034''.$$

Poněvadž $d\pi_0 = -0·43006\, dk$, musí, má-li π_0 býti určeno přesně na dvě desetinná místa, býti k přesně určeno na $0·01''$, což jest přípustnější než určiti Θ na $0·5^s$.

Spektrografická methoda Küstnerova. R. 1905 prof. *Küstner* v Astr. Nachr. 169 prakticky ukázal, že také pomocí spektrografů možno docíliti přesné hodnoty pro parallaxu sluneční a že tato methoda častým použitím — což jest snadno možné — může vésti právě tak k přesným výsledkům jako nejlepší z method dřívějších. Již prvé výsledky docílené spektrografy hvězdárny v Bonnu pro radiální rychlost jistých stálic ukázaly velkou vnitřní přesnost těchto měření a jest z nich patrno, že vznikající odchylky dlužno hledati v identifikování čar spektrálních, tedy v supposicích o délkách vln. Neboť každá chybná hodnota pro délku vlny přechází plnou svojí vahou na měřené posunutí příslušné čáry ve spektru a musí tak pozměňovati výsledek pro radiální pohyb hvězdy. Küstnerovi zdálo se tedy za této okolnosti důležitým, určiti pomocí zvláště sestavené řady pozorování rychlost země a z ní počítati pak parallaxu sluneční; neboť při takové řadě, kde nejedná se o absolutní radiální rychlost, nýbrž jen o její differenci pozorovanou ve dvou dobách ročních proti sobě ležících, odpadají úplně chyby v čarách zmíněného druhu, užívá-li se při vyměřování stále týchž čar. Je-li ještě postaráno o pravidelnou práci při fotografických snímcích a při vyměřování jednotlivých spektrogrammů, vypadnou též chyby stroje a chyby povahy osobní.

. Aby to vyzkoušel, konal *Küstner* v létě 1904 a v následující zimě řadu pozorování na Arkturu a získané snímky vyměřil *Töpferovým* mikroskopem. Vyměřování bylo omezeno na část spektra mezi délkami $\lambda = 4171$ a $\lambda = 4248$, ježto v těchto místech nachází se mnoho ostrých čar a také spektrum železa, které bylo vzato za spektrum srovnávací, obsahuje tu dosti čar střední síly. Z každého spektra vyvoleno bylo 16 čar, měření a s ním souvisící výpočty provedeny byly se vší přesností. Z 18ti desek plynula pak relativní rychlost Arkturu vůči slunci $-4{\cdot}83 \pm 0{\cdot}27$ *km*. Pro rychlost světla přijal hodnotu $V = 299865 \pm 26$ *km*, z čehož určil střední rychlost země ve velikosti $29{\cdot}617 \pm 0{\cdot}057$ *km*.

Určení relativní rychlosti hvězdy vůči slunci zakládá se na principu *Dopplerově*, uveřejněném jím r. 1842 v pojednáních král. české společnosti nauk (V. 2) pod heslem: Ueber farbiges Licht der Doppelsterne. Vykonává-li totiž svítící zdroj N kmitů za 1 *sec*, leží na délce V patrně N vlnek. Pohybuje-li se však zdroj svítící s rychlostí a k pozorovateli, leží týž počet vlnek N na délce $V - a$, tedy na délce V jest jich $V\frac{N}{V-a}$; pohybuje-li se též pozorovatel s rychlostí b kladně čítanou v témž směru jako a, bude na této délce $b\,\frac{N}{V-a}$ vlnek, tedy pozorovatel přijme

$$V\frac{N}{V-a} - b\frac{N}{V-a},$$

čili k němu dostane se světlo o kmitočtu

$$N' = N\frac{V-b}{V-a}.$$

Poněvadž

$$N\lambda = N'\lambda' = V,$$

jest

$$\frac{N'}{N} = \frac{\lambda}{\lambda'},$$

tedy
$$\lambda' = \lambda \frac{V - a}{V - b},$$
a vynecháme-li veličiny řádu $\frac{1}{V^2}$, jest jednoduše
$$\lambda' = \lambda \left(1 - \frac{a - b}{V}\right).$$

Patrně jest tu $a - b = r$ relativní rychlost zdroje světelného vůči zemi, položíme-li b rovno rychlosti země a k stanovení jejímu máme relaci
$$r = V \frac{\lambda - \lambda'}{\lambda}. \tag{86}$$

Küstner konal pozorování v létě a v zimě; v těchto dvou dobách jest b co do znamení různé, je-li tedy v prvé řadě $\lambda > \lambda'$, bude v druhé řadě $\lambda < \lambda'$, t. j.: prvé serii odpovídalo by r kladné, druhé záporné. Ze vzorce (86), v němž při přesném výpočtu nutno vzíti ještě ohled na dispersi, možno počítati r, ježto rozdíl $\lambda - \lambda'$ měříme, λ známe ze spektra srovnávacího. Pak jsme s to stanoviti i rychlost absolutní, když k relativní vypočtené rychlosti připočteme rychlost pozorovatele, padající do směru radiálního pohybu pozorovaného zdroje. Pro komponenty této rychlosti uvádí *Küstner* následující rovnice.

Značí-li λ, β délku a šířku hvězdy, L a π délku a perigeum slunce, jest komponenta roční rychlosti
$$c_r = \bar{c} \cos \beta \left[\sin (L - \lambda) + e_1 \sin (\pi - \lambda)\right], \tag{87}$$
při čemž $\bar{c}$ značí opět střední rychlost země a e_1 numerickou excentricitu dráhy zemské.

Značí-li t hodinový úhel, δ deklinaci hvězdy, ω angulární rychlost země, a aequatoreální poloměr, ϱ radius vektor a φ' geocentrickou šířku místa pozorovacího, jest denní komponenta rychlosti
$$c_d = -\omega a \varrho \cos \varphi' \sin t \cos \delta.$$

Značí-li l' délku měsíce, μ jeho hmotu v jednotkách hmoty zemské, a' střední jeho vzdálenost od země, $\tau = 27{\cdot}3965$ délku siderického měsíce ve hvězdných dnech, jest komponenta měsíční rychlosti zemské
$$c_m = \frac{a'}{1 + \mu} \frac{c_d}{\tau} \cos \beta \sin (l' - \lambda).$$

Značí-li a_p velkou poloosu dráhy planety, M hmotu slunce v jednotkách uvažované planety, jest střední planetární rychlost

$$\bar{c}_p = \frac{\bar{c}}{(1 + M)\sqrt{a_p}},$$

ježto malé sklony a excentricity drah planet možno zanedbati, a značí-li s heliocentrickou délku planety, jest komponenta planetární rychlosti

$$c_p = \bar{c}_p \cos \beta \sin (l - \lambda).$$

V úvahu přichází pouze Jupiter a Saturn a v následujícím rozumí se c_p součet komponent obou těchto planet.

Označíme-li

$$c_s = c_r + c_d + c_m + c_p$$

jako součet komponent všech těchto pohybů pozorovatele, bude střední relativní rychlost světelného zdroje vůči slunci

$$\bar{r} = r + c_s.$$

Pro různé měřené desky obdržel Küstner výsledky poněkud jiné, kolísající kolem hodnoty — 5·10, a zvolil tedy pro pravou rychlost $\bar{\bar{r}}$ rovnici $\bar{\bar{r}} = -5{\cdot}10 + x\ km$. Podobně z rovnice (87) plynuly pro rychlost země $\bar{c}$ hodnoty různé, a zvolil tedy pro pravou střední rychlost země $\bar{\bar{c}}$ rovnici $\bar{\bar{c}} = \bar{c} + y\ km$, kdež $\bar{c} = 29{\cdot}765\ km$, jak plyne při Besselově hodnotě pro aequator zemský a pro $\pi_0 = 8{\cdot}800''$. Tím dostal řadu podmínečných rovnic ve tvaru

$$n = x + \frac{c_r}{\bar{c}} y,$$

které řešeny methodou nejmenších čtverců daly x a y, a tím dříve již uvedená čísla

$$\bar{\bar{r}} = -4{\cdot}83 \pm 0{\cdot}27\ km, \quad \bar{\bar{c}} = 29{\cdot}617 \pm 0{\cdot}057\ km.$$

Jak dříve bylo odvozeno, jest

$$\bar{c} = \frac{na_1}{\cos \psi} = \frac{2\pi}{T_1} \frac{a_1}{\cos \psi},$$

kde $T_1 = 31558150$ sec. stř. jest délka siderického roku vyjádřená v sec., $a_1 \,.\, \pi_0 \sin 1'' = a$; při Besselově hodnotě pro a a při $\pi_0 = 8{\cdot}800''$ jest $a_1 = 149\,480\,000\ km$, a tedy $\bar{c} = 29{\cdot}765\ km$, jak svrchu udáno. Střední rychlost $\bar{c}$ a π_0 jsou nepřímo úměrné veličiny, jak plyne ze vztahu

$$\bar{c} \cdot \pi_0 = \frac{2\pi a}{T_1 \cos \varphi \sin 1''},$$

a patrno differencováním

$$29{\cdot}765\, d\pi_0 + 8{\cdot}800\, d\bar{c} = 0,$$

že změně $d\bar{c} = -0{\cdot}1\ km$ odpovídá změna $d\pi_0 = +0{\cdot}0296$. Z hodnoty Küstnerovy pro $\bar{c} = \bar{\bar{c}}$ plyne tedy

$$\pi_0 = 8{\cdot}844'' \pm 0{\cdot}017''.$$

Výsledek tento, stanovený z jedné pozorovací řady, bude jistě pro svou malou pravděpodobnou chybu nabádati k častějšímu užití této methody spektrografické pro stanovení π_0 a *Küstner* doufá, že touto cestou bude možno spojiti opět astrofysiku s astronomií, které hledí se státi každá pro sebe samostatnými.

Závěr. Přehlédneme-li všechny uvedené methody k stanovení parallaxy sluneční, vidíme, že z method geometrických odpadají přechody Venuše a že methody té mohlo by se používati jen v pozměněné formě zákrytů hvězd, ač i tu nedá se ještě o přesnosti rozhodnouti pro nedostatek pozorování a zpracování výsledků. Nejlepší geometrickou methodou jest bez odporu methoda *Gillova* použitá na Marta v příznivé opposici, a výsledků velice přesných docílí se jí při použití na planetoidy dle návrhu *Galleho*, hlavně na planetoidu Eros. Velice příznivé opposice této planetoidy pro parallaktická měření budou r. 1924 a 1931, od nichž lze očekávati výsledky rozhodující, a nebude třeba ani konati k nim tak nákladné a rozsáhlé přípravy, jako tomu bylo při přechodech Venuše.

Methody fysikální dávají též různé konečné hodnoty pro parallaxu, i když vyplývají ze stejného základního zákona mechaniky nebeské nebo zákona fysikálního. V tom ohledu nemožno tedy posuzovati, která methoda fysikální byla by ostatních přesnější nebo výhodnější, ač zajisté záleží tu nejvíce na tom, s jakou přesností lze stanoviti veličiny, jichž funkcí parallaxa jest. Při gravitačních methodách jest to sploštění zemské ε, parallaxa měsíce P_0, konstanty P a Q_0, řada F, hmota měsíce u v jednotkách hmoty zemské a hmota země m v jednotkách hmoty sluneční. Při methodách optických jest to rychlost světla V, světelná rovnice Θ, konstanta aberrační k a střední rychlost země c. Všechny tyto veličiny v problemu parallaxy se vyskytující podléhají změnám řídícím se methodami a dokonalostí pozorování, a ježto mezi sebou souvisí jistými funkcionálními vztahy, jest patrno, že změna nebo přesnější určení jedné podmiňuje nezbytně změnu určitého způsobu všech ostatních a tím i změnu hodnoty pro parallaxu.

Vyjádříme-li jednotlivé funkcionální vztahy mezi parallaxou a uvedenými veličinami, jest možno dvojím způsobem ze všech měření stanoviti nejpravděpodobnější hodnotu pro parallaxu. Můžeme totiž, jak svrchu bylo provedeno, stanoviti pravděpodobné hodnoty konstant, každou samu pro sebe, dosaditi je do funkcionálních vztahů a z pravděpodobných chyb konečných výsledků usuzovati na přesnost methody. Správnějším jest však v takovémto případě řešiti všechny podmíněné funkcionální rovnice najednou tím způsobem, že pomocí methody nejmenších čtverců stanovíme nejpravděpodobnější hodnoty všech konstant. Způsobu tohoto užil k stanovení konečné hodnoty z method fysikálních *Harkness*. Pro každou konstantu volí nejpravděpodobnější hodnotu, plynoucí z dosavadních měření, a přidá k ní neznámou dosud korrekci; tím obdrží system lineárních rovnic mezi těmito korrekcemi a řeší je pak dvojí eliminací, takže na konec obdrží každou korrekci co funkci všech ostatních.

Volí ku př. sploštění Clarkeho $\varepsilon_1 = 1 : 293{\cdot}47$ a stanoví pro ně první system hodnot; pro parallaxu nachází tak první přibližnou hodnotu $\pi'_0 = 8{\cdot}810'' \pm 0{\cdot}007''$. Aby též sploštění země z daného systemu rovnic mohl stanoviti, řeší týž system pro sploštění $\varepsilon_2 = 1 : 300$ a nachází tak mezi jiným $\pi_0 = 8{\cdot}809'' \pm 0{\cdot}006''$. Uvedená změna sploštění změní tedy π_0 o $0{\cdot}001''$ a ostatní konstanty o veličiny téhož řádu. Změnou sploštění obdrží však odchylky od hodnot při prvém řešení užitých. a z odchylek těch pak počítá koefficienty ve vztazích pro dotyčné konstanty a konečně jejich nejpravděpodobnější hodnoty. Tím způsobem pro parallaxu ku př. nachází

$$\pi_0 = 8{\cdot}80976'' + 5{\cdot}26''\, d\varepsilon \pm (0{\cdot}00674'' + 16{\cdot}17''\, d\varepsilon).$$

Jako výsledek posledního vyrovnávacího propočítání plyne pak $\varepsilon = 1 : (300{\cdot}205 \pm 2{\cdot}964)$, $\pi_0 = 8{\cdot}809'' \pm 0{\cdot}006''$, tedy střední vzdálenost slunce od země ve velikosti

$$149\,340\,870 \pm 96\,101\ km.$$

Prvním způsobem svrchu naznačeným stanovil nejpravděpodobnější hodnotu parallaxy *Boris Weinberg*, tedy tak, že ji vyšetřil jako střed všech dosud uveřejněných výsledků. Tím přišel k hodnotě

$$\pi_0 = 8{\cdot}8004'' \pm 0{\cdot}00243''.$$

Nesnáz při tomto postupu působí hlavně okolnost, že hodnoty z různých method stanovené nemají stejnou váhu pro výsledek konečný a při stanovení váhy, kterou jednotlivým hodnotám nutno udati, panuje přece jakási libovůle, čímž konečná hodnota také trpí.

Dosavadní výsledky tedy ukazují na jisto, že na dvě desetinná místa jest hodnota parallaxy zaručena, a bude úlohou příštích měření určiti aspoň užší meze pro třetí decimálu, která kolísá mezi 8·800″ a 8·809″.

Věstník literární.

Recense knih.

B. Bydžovský a J. Vojtěch: **Mathematika pro nejvyšší třídu reálek.** V Praze 1911. 176 str. Cena váz. K 2·60.
B. Bydžovský a J. Vojtěch: **Mathematika pro nejvyšší třídu gymnasií a reálných gymnasií.** V Praze 1912. 179 str. Cena váz. K 2·60.

Učebnice arithmetiky a geometrie, oběma autory již dříve vydané, jsou nyní doplněny knihou, jež jest v naší středoškolské učebnicové literatuře pozoruhodnou novinkou.

Vydání pro reálky, rozdělené na tři části, podává v první části soustavný přehled mathematiky probírané na středních školách s četnými doplňky, jež mají za účel poukázati k těžším a obecnějším problémům. V arithmetice jest věnována pozornost definici čísla, základním pojmům z theorie čísel, fundamentální větě algebry a začátkům infinitesimálního počtu. V geometrii jsou důkladně vyloženy principy geometrie metrické i projektivní a pojem transformace; obšírně jest pojednáno o provádění konstrukcí a o methodách analytické geometrie.

Druhá část obsahuje výklady o primitivních pojmech logiky, o základech mathematiky a o významu mathematických věd. Třetí