

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Karel Tužil
Motorový let

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 62 (1933), No. 1, R10--R14,R15--R18

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121483>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1933

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Pro výseč eliptickou, omezenou poloměrem bodu $M(x, y)$, obloukem a velkou poloosou, máme vzorec

$$V_{el} = \frac{ab}{2} \cdot \alpha,$$

kde α značí v obloukové míře úhel, který vypočteme jedním ze vzorců:

$$\cos \alpha = \frac{x}{a}, \quad \sin \alpha = \frac{y}{b}.$$

Přejdeme k hyperbole, kladouce bi na místě b . Dostaneme obdobně

$$V_{hyp} = \frac{ab}{2} i\alpha,$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{a}, \quad \sin \alpha = \frac{y}{bi}.$$

Z obou posledních vzorců plyne

$$\cos \alpha + i \sin \alpha = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}.$$

Užijeme-li Eulerova vzorce

$$\cos \alpha + i \sin \alpha = e^{i\alpha},$$

vypočítáme

$$i\alpha = \log \text{nat} \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} \right),$$

takže

$$V_{hyp} = \frac{ab}{2} \log \text{nat} \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} \right),$$

kterýžto vzorec se obyčejně dokazuje jinak.

Motorový let. *)

Ing. C. Karel Tužil.

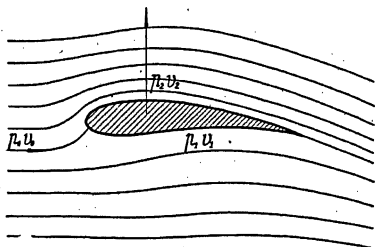
Princip letu motorových letadel jest ten, že plocha určitého příčného řezu neboli profilu jest tažena kupředu vrtulí. Tím vznikají síly, působící na plochu, a ty umožňují let. Chceme-li tedy pochopiti dobře způsob letu, musíme znáti funkci nosné plochy a funkci vrtule.

*) Viz též články v Rozhledech, roč. I. str. 42, II. str. 47, III. str. 45, IV. str. 83 a V. str. 11.

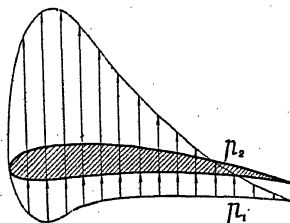
Křídlo letadla není rovinné, nýbrž má v příčném řezu určitý slzovitý tvar. Taková plocha má výhodné aerodynamické vlastnosti: dává při pohybu vznik silám, kterých právě letadlo využívá. Druh a velikost vznikajících sil jest dán rázem vzdušného proudu, který obtéká profil. Představme si tento proud jako složený z vláken (tak zv. proudnic), která přicházejí k profilu rovnoběžně určitou rychlostí v_0 .

V okolí tělesa změní se podstatně ráz tohoto proudu. Na vrchní straně se proudnice zhušťují, na spodní straně oddalují, vzduch proudí na horní straně rychlostí $v_2 > v_0$, dole rychlostí $v_1 < v_0$. Představujeme-li si vzduch jako nestlačitelnou kapalinu, platí pro tento druh obtékání rovnice Bernoulliho

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} = \text{konst.},$$



Obr. 1.



Obr. 2.

kde v značí rychlost vzduchu, g zrychlení zemské, p měrný tlak (t. j. kolmý tlak na jednotku plochy) a γ měrnou váhu prostředí. Užitím této rovnice pro místa nad a pod plochou dostaneme

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma}$$

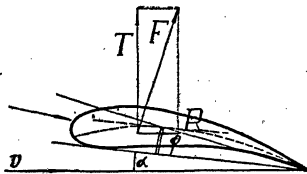
a z toho

$$p_2 = p_0 + \frac{v_0^2 - v_2^2}{2g} \cdot \gamma.$$

Pro $v_2 > v_0$ jest tlak $p_2 < p_0$, na vrchní straně plochy vzniká podtlak, křídlo je proudem vzduchu ssáno nahoru. Na spodní straně plochy jest $v_1 < v_0$, podobně jest tedy $p_1 > p_0$, vzniká tu tlak na plochu, ale celkem menší než jest podtlak na horní straně. Poměry tlakové jsou asi podle obr. 2; vidíme, že křídlo nese i svou horní stranou, a to více než stranou spodní.

Výsledný tlak na plochu rovná se součtu všech tlaků a působí jako síla kolmá na směr původní rychlosti proudu (obr. 1).

Tento způsob obtékání, kdy proudnice postupují plynuie po obou stranách plochy a střední proudnice, která se při vstupu na plochu rozdvojila, se na konci plochy opět spojí, dává příklad dokonalého spojitého obtékání. Při něm vzniká teoreticky jen vztlak; odpor, který vzniká ve skutečnosti, jest způsoben třením vzduchu o povrch křídla a tím, že křídla mají konečnou délku. (Teorie uvažuje křídla nekonečně dlouhá.) Obtéká-li vzduch rovinu, kouli, nějaký výstupek nebo těleso nepravidelné, odtrhují se proudnice od tělesa, utvoří tak zv. povrch přetržitosti a za tělesem je prostor naplněný klidným vzduchem. Vzniká tak zv. aerodynamický stín, který způsobuje veliký odpor tělesa při pohybu. Aby odpor letadla byl co nejmenší, má trup, vzpěry a všechny výstupky na letadle takový tvar, aby obtékání bylo spojité, spojené s nejmenším odporem.



Obr. 3.

Pohybuje-li se křídlo skloněné ke směru pohybu o úhel α , působí na ně výsledný tlak F , který vlivem odporu je skloněný od kolmice k rychlosti.

Složka tohoto tlaku T , kolmá ke směru pohybu v , nazývá se vztlak, složka R ve směru pohybu odpor. Velikosti těchto složek určují se teoreticky rovnicemi

$$T = 2\pi(\varphi + \alpha) \frac{\gamma}{2g} S v^2, \quad R = 2\pi(\alpha + \delta) \frac{\gamma}{2g} S v^2.$$

Úhel φ jest úhel, který určuje nejvyšší bod středního oblouku vzhledem k tětivě, α jest úhel, který svírá tětiva křídla se směrem pohybu, tak zv. úhel náběhu. S jest plocha křídla, v jeho rychlost. Vztlak T má kladnou hodnotu i pro záporný úhel náběhu, pokud $(\varphi - \alpha) > 0$, t. j. křídlo má nosnost, i když vzduch přichází k němu mezi rameny úhlu φ . δ ve vzorci pro odpor R jest konstanta zahrnující vliv tření vzduchu a ostatních okolností, které mají vliv na odpor.

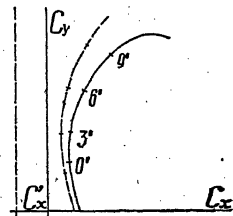
V praxi se užívá vzorců zjednodušených

$$T = C_y \frac{\gamma}{2g} S v^2 \quad R = C_x \frac{\gamma}{2g} S v^2.$$

Hodnoty C_y , C_x nazývají se koeficienty vztlaku a odporu a určují se pokusně v aerodynamickém tunelu (kanále) pro různé profily měřením. Aerodynamický kanál je široká, v jednom místě se zúžující roura, ve které se velikou vrtulí, umístěnou na jednom jejím konci, způsobí rychlý pohyb vzduchu. V zúženém místě, kde vzduch má největší rychlost, je roura přerušena a tam provádí

se vlastní měření. To děje se na modelech obyčejně dřevěných, které se upevní pomocí slabých drátů do zvláštního otáčivého rámu. Natočením může se dáti upevněnému modelu různý úhel náběhu a pomocí různých zařízení, nejčastěji váhových, měří se síly na model působící. Tím způsobem vyšetřuje se vztlak a odpor křídel a ze získaných dat počítají se pak koeficienty vztlaku a odporu. Dále vyšetřuje se v kanále práce vrtule, tvary trupu, podvozku, vzpěr a konečně se zkoušejí modely celých letadel. Pokusy tyto jsou velmi důležité; dovolují zkoušky za nejrůznějších podmínek, dávají spolehlivá data pro výpočet a dovolují studium všech zjevů při pohybu vzduchu. Pro výrobu jsou důležité také tím, že modely, které jsou třebaš dosti drahé, pro jejich naprostou přesnost, jsou vždycky nepoměrně levnější než by byly stroje a části skutečné. U nás má aerodynamickou laboratoř s takovým tunelem Vojenský letecký ústav studijní (V. L. Ú. S.) v Letňanech.

Výsledky měření nosné plochy určitého profilu, koeficienty C_x a C_y pro různé úhly náběhu znázorní se pak v diagramu, který se jmenuje polára toho profilu. Na vodorovnou osu nanáší se C_x , na svislou C_y a k jednotlivým bodům křivky připsí se příslušné úhly náběhu.



Obr. 4.

Tento diagram je velmi důležitý, neboť udává jasný přehled o vlastnostech profilu. Křídlo o větší nosnosti má poláru označenou čárkovaně (malý odpor, velký vztlak). Odpor celého letadla je větší o odpor trupu, podvozku, vzpěr, výztužných drátů, chladiče motoru atd. Tyto části zvětšují jen odpor, vztlak zůstává stejný. Posunutím osy C_y doleva o hodnotu C'_x odpovídající tomuto odporu dostali bychom tedy poláru celého letounu. Protože ale jednotlivé části letadla působí současně a vzájemně jejich působení mění ráz vzdušného proudu, zkoušejí se raději modely celých letounů a početně opraví se výsledek měření jen s ohledem na ty části, které na modelu při zkoušce chyběly. Tím dostane se přesný diagram, který dává bezpečný přehled o vlastnostech celého letadla a který slouží jako základ k dalším výpočtům.

Druhou základní složkou při letu jest vrtule. Nejjednodušší názor o práci vrtule si učiníme, představíme-li si ji jako šroub, jehož matku tvoří vzduch. Vznik tahu vrtule vysvětlíme si na obyčejném šroubu, jehož matku zadržíme, aby se nemohla otáčet. Je-li šroub nepohyblivý, postoupí matka při každé otáčce šroubu o výšku závitu h proti původní poloze. Představme si, že šroub postoupí během otáčky o délku $p < h$. Matka posune se tedy opačným směrem o délku $(h - p)$. Čili dovolíme-li matce posuv

($h - p$), dostane šroub posuv p opačným směrem a vzniká v něm tah.

Představme si nyní místo šroubu vrtuli a místo matice vzduch. Vrtuli jako úzkou část šroubové plochy, která vznikne rovnoměrným otáčením přímky kolmé k ose a současným postupným pohybem ve směru této osy. Šroubovice pro různé poloměry r mají konstantní stoupání h . Otáčí-li se tato vrtule na místě, způsobuje pohyb vzduchu podobně jako dřív nepohyblivý šroub způsoboval pohyb matky. Rychlost tohoto pohybu jest

$$v' = \frac{hN}{60} = hn, \quad (1)$$

značí-li N počet otáček vrtule za minutu, n počet otáček za vteřinu. Pohybuje-li se opačně vrtule touto rychlostí, čili postoupí-li během jedné otočky o stoupání h , nezpůsobuje pohyb vzduchu a nevznikne žádný tah. Vrtule se do vzduchu jaksi „šroubuje“. Představme si ale, že vrtule postoupí během jedné otočky o $p < h$, čili pohybuje se rychlostí

$$v = \frac{pN}{60} = pn. \quad (2)$$

Vzduch za vrtulí musí podobně jako dřív matka postoupiti o $h - p$, vrtule žene vzduch opačným směrem než sama postupuje a vzniká podobně jako u šroubu tah. Obvykle se pohybuje vrtule klidným vzduchem, ale pro snazší pochopení představme si, že se vrtule otáčí na místě a vzduch přichází rychlostí v , odchází od vrtule rychlostí $v' > v$. Jeho rychlost se zvětší tedy o $(v' - v)$.

Poměr

$$\frac{v' - v}{v'} = \frac{\frac{hN}{60} - \frac{pN}{60}}{\frac{hN}{60}} = \frac{h - p}{h} = \sigma$$

nazývá se skluz nebo slip.

Velikost tahu dostaneme z výrazu pro změnu hybnosti vzduchu, který prochází otáčející se vrtulí. (Podle zákona o změně hybnosti: Přírůstek hybnosti za určitou dobu jest dán impulsem síly v téže době. Viz též Fysika I. díl.) Má-li tato průměr D , jest hmota proteklá za t sek

$$m = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot v' \cdot t$$

a rychlost této hmoty se zvětší o $(v' - v)$. Hybnost se tedy zvětší o

$$m(v' - v) = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} v' \cdot t \cdot (v' - v).$$

Tato změna je způsobena impulsem, který udílí protékající hmotě vrtule, označme jej $B \cdot t$. Jest tedy

$$\frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot v' \cdot t (v' - v) = B \cdot t.$$

Tlak vrtule na vzduch a tedy reakce tohoto tlaku — tah vrtule jest

$$B = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot v' (v' - v).$$

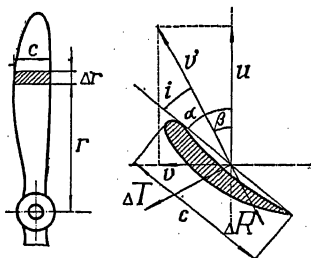
Dosažením výrazů (1), (2) dostaneme

$$B = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\pi D^2}{4} \frac{hN}{60} \left(\frac{hN}{60} - \frac{pN}{60} \right) = \frac{\pi \gamma}{4 \cdot 60^2 \cdot g} D^2 \cdot N^2 \cdot h (h - p),$$

$$B = \text{konst. } D^2 \cdot N^2 \cdot h^2 \cdot \sigma.$$

Tah vrtule jest úměrný dvojmoci průměru, otáček a stoupání a úměrný skluzu σ .

Skutečná vrtule není ale částí šroubové plochy s konstantním stoupáním, toto mění se s poloměrem a jest i na obou stranách různé. Profil vrtule se velmi mění od náboje (slouží k upevnění vrtule) až k vnějšímu okraji a skutečná vrtule pracuje oběma svými stranami, nastává zjev spojitého obtékání.



Obr. 5.

Přesnější teorie Drzewieckého pokládá elementy vrtule za části letadlového křídla s přesným aerodynamickým profilem známých vlastností. Sousední elementy jsou jako křídla jiného profilu s jiným úhlem náběhu, tlak na celou lopatku jest dán součtem tlaků na jednotlivé elementy. Předpokládá se, že vzduch nemění před vrtulí směr a velikost rychlosti, že celá její změna se provede až na lopatce. To ovšem ve skutečnosti není, rychlost se zvětšuje a mění směr už před vrtulí.

Uvažujeme element lopatky na poloměru r o ploše $c \cdot \Delta r$. Element má obvodovou rychlost

$$u = \omega r,$$

postupnou rychlost v . Výsledná rychlost elementu jest

$$v' = \sqrt{u^2 + v^2}. \quad (3)$$

Vzduch přicházející k lopatce naráží na ni pod úhlem $i = \alpha - \beta$, značí-li α úhel tětiny příslušného profilu s rovinou otáčení, který je stále stejný, a β určen je vztahem

$$\text{tg } \beta = \frac{v}{u}. \quad (4)$$

β závisí tedy na rychlostech, t. j. na způsobu letu. Dosazením do (3) dostaneme

$$v' = u \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} = u \sec \beta. \quad (5)$$

Výsledný tlak na lopatku má složky ΔT ve směru kolmém k rychlosti v' a ΔR ve směru v' . Hodnoty těchto složek jsou dány výrazy

$$\Delta T = k_y \cdot c \cdot \Delta r \cdot v'^2 \quad \Delta R = k_x \cdot c \cdot \Delta r \cdot v'^2, \quad (6)$$

kde k_y a k_x jsou koeficienty vztlaku a odporu příslušného profilu lopatky. Průměty těchto složek do směru osy dávají tah, který působí tento element

$$\Delta B = \Delta T \cos \beta - \Delta R \sin \beta.$$

Součet průmětů těchto složek do směru obvodové rychlosti u násobený poloměrem dá element momentu odporu, který musí vrtule překonávat při otáčení

$$\Delta M = r [\Delta T \sin \beta + \Delta R \cos \beta].$$

Úpravou a dosazením (5), (6) obdržíme

$$\Delta B = \Delta T \cos \beta \left[1 - \frac{\Delta R}{\Delta T} \operatorname{tg} \beta \right] = k_y \cdot c \cdot \Delta r \cdot u^2 \sec \beta \left[1 - \frac{k_x}{k_y} \operatorname{tg} \beta \right], \quad (7)$$

$$\Delta M = r \cdot \Delta T \cos \beta \left[\operatorname{tg} \beta + \frac{\Delta R}{\Delta T} \right] = k_y \cdot c \cdot \Delta r \cdot r \cdot u^2 \sec \beta \left[\operatorname{tg} \beta + \frac{k_x}{k_y} \right]. \quad (8)$$

Hodnoty tahu a momentu odporu pro celou lopatku dostanou se součtem výrazů (7), (8) pro všechny elementy. Poměr $\frac{k_x}{k_y}$ závisí na úhlu náběhu $i = \alpha - \beta$ (z polár profilů pro příslušné i). Úhel α jest dán tvarem lopatky a jest tedy konstantní, úhel β závisí na způsobu letu (viz. (4)). Jednotlivé úseky lopatky mohou se sestrojiti tak, aby pro určitý způsob letu byl úhel i takový, aby příslušná hodnota $\frac{k_x}{k_y}$ byla nejmenší. Pak jest ΔB největší, ΔM nejmenší. Zároveň se také tento úsek musí umístiti v nejnáchodnější vzdálenosti od osy. Vrtule pak pracuje pro tento zvolený způsob letu s největší účinností. Změní-li se podmínky letu (na př. rychlosti), pracuje vrtule s účinností mnohem menší.

Velmi důležitá je spolupráce vrtule s motorem. Výkonnost závisí na otáčkách, které koná motor (tah na N^2). Vrtule musí býti přizpůsobena motoru tak, aby využila co nejlépe energii jím dodávanou. Výkon motoru závisí ale velikou měrou na výšce, ve které se letoun pohybuje. Způsob práce, výbušného spalovacího

motoru jest asi ten, že rozprášené palivo (benzin) se smísí v určitém váhovém poměru (se vzduchem) na výbušnou směs, která se spaluje za výbuchu ve válcích. Tlakem vzniklým při tomto výbuchu pohybují se písty a od nich ojnicemi hřídel motoru, na němž jest upevněna vrtule. S rostoucí výškou měrná váha vzduchu klesá (na př.: při zemi váží 1 m^3 vzduchu $1,225 \text{ kg}$, v 5000 m $0,736 \text{ kg}$ a v 9000 m $0,466 \text{ kg}$), ve veliké výšce je vzduch velmi řídký. Váhové množství vzduchu ve směsi, která přichází do válců motoru ve veliké výšce, je mnohem menší, spalování není pro nedostatek vzduchu dokonalé, výkon motoru se s výškou rychle zmenšuje. Proto může letadlo s obyčejným motorem vylétnout jen do určité výše (tak. zv. „plafond“ letadla), poněvadž výkon motoru nestačí už pro let ve vzduchu řídkším. Vojenské účely vyžadují ale, aby letadla, zvláště stihací, mohla vystoupiti pokud možno nejvýše a aby zachovala i v těchto výškách co největší rychlost. Tato letadla opatřují se zvláštními motory, tak zv. výškovými, jejichž výkon počne klesati teprve od určité výšky (na př. 3000 m). Jsou to motory buď tak zv. „překomprimované“ (směs se ztlakuje ve válcích na vyšší tlak), „předimenzované“ (válece mají větší objem), nebo motory opatřené tak zv. „turbokompresory“ (zvláštní rotační dmychadla, která vhánějí vzduch do splynovače). Výškové motory musí létat s ohledem na pevnost materiálu při zemi a v malých výškách s přiškrčeným plynem, teprve v určité výšce mohou běžeti na plný plyn.

Vedle otáček motoru závisí práce vrtule také na jejím průměru. (Tah na D^2). Proto někdy, zvláště při silných motorech, když by průměr byl příliš veliký, volí se vrtule tří nebo čtyřramenná o menším průměru. Účinnost takové vrtule je ale trochu horší než vrtule dvouramenné. Někdy užívá se vrtulí tlačných, které jsou umístěny vzhledem ke směru letu za motorem. (Na př. DOX má tažné i tlačné vrtule.) Pokud se týče materiálu, jsou buď dřevěné neb kované. Dřevěné vrtule jsou obyčejně jasanové, někdy proložené ořechem, klížené pod tlakem z několika dílů ke zvýšení pevnosti. Dřevěné vrtule vojenských strojů mají ještě zvláštní kovovou vložku, aby se v případě průstřelu ihned nezotržila. Kovové vrtule dělají se z duraluminia (lehká hliníková slitina o vysoké pevnosti) kovááním, náboj je z oceli. Vrtule musí být provedeny velmi pečlivě, dobře dimenzovány a vyváženy, neboť při otáčení vznikají velké odstředivé síly, které materiál velmi značně namáhají. Pro práci jsou nejdůležitější střední a vnější partie, ke středu se profil zesiluje a rozšiřuje v náboj a řeší se jen s ohledem na pevnost a pokud možno malý odpor. Modely vrtulí se zkoušejí také v aerodynamickém kanále, ale tyto zkoušky nedávají tak spolehlivých výsledků pro praktické využití. Ve skutečnosti pracuje vrtule před trupem, motorem a jinými

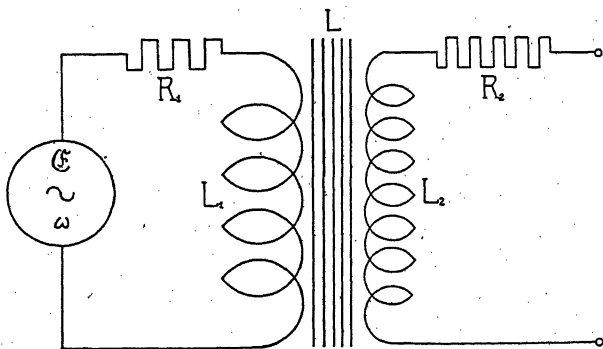
částmi, které mění značně proud vzduchu kolem vrtule a tedy také její práci. Při různých způsobech letu pracuje vrtule při podmínkách velmi různých, které nelze vůbec uvažovati při výpočtu a konstrukci a kterým všem není možno současně vyhověti. Proto zvolí se taková vrtule, aby dodávala letadlu ty vlastnosti, které má toto nejvíce uplatňovati, na př. velikou rychlost, stoupavost a pod. Podle předpokládaného způsobu letu určí se rozměry vrtule a teprve srovnáním výsledků zkoušek s různými vrtulami určí se nejvýhodnější typ.

Elektrický transformátor.

Vladimír Pilát.

Elektrickým transformátorem (v užším slova smyslu) rozumíme stroj, jímž se mění střídavý proud určitého napětí v střídavý proud jiného libovolného napětí téže frekvence.

Transformátor pro jednofázový střídavý proud nízké frekvence (50 per/sek) se skládá z magneticky vodivého jádra a dvou cívek na něm nasunutých, z nichž jedna má poměrně málo závitů měděného izolovaného drátu a druhá četné závity slabšího drátu. Jádro je složeno z tenkých železných plechů, nejčastěji tvaru uzavřeného čtyřúhelníkového rámce, po jedné straně potřených isolačním



lakem nebo polepených tenkým papírem. Jedna cívka — hlavní, primární — se připojí ke zdroji střídavého proudu o napětí, jež se má transformovati na vyšší nebo nižší, v druhé cívce — vedlejší, sekundární — vzniká žádané střídavé napětí téže frekvence (obr. 1).

Princip ideálního transformátoru. Předpokládejme v dalších úvahách ideální transformátor, t. j. stroj, v němž mimo *Jouleovo* teplo v obou vinutích nevznikají žádné jiné neúžitečné