Marian Haas

Plocha hyperbolické výseče

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 62 (1933), No. 1, R9--R10

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121482

$$y = r, \quad (5)$$

čili rovnoběžná s rovinou xz, pak z rovnice (4) plyne rovnice průsečné křivky ve tvaru

$$(x^2 + z^2)^2 = 8r^2\,(x^2 - z^2) \text{ při } y = r. \quad (6)$$

Rovnice (6) znamená také rovnici průmětu křivky průsečné na rovinu xz, jenž je ovšem s křivkou v prostoru shodný. Patrno, že to jest skutečně rovnice lemniskaty, kde $c = 2r$.

Abychom sestrojili jednotlivé body křivky průsečné, veďme zase rovinu $\sigma \parallel \pi$ (obr. 4), která seče anuloid ve dvou soustř. povrchových kružnicích m, n a rovinu průsečnou ϱ v přímce p ($p_1 \equiv \varrho_1$). Průsečíky M, M', N, N' kružnic m, n, s př. p jsou již hledané body lemniskaty. Průsečíky kružnice nejvyšší p a nejnižší q na anuloidu s rovinou ϱ poskytují vrcholy V, V', V'', V''' lemniskaty, průsečíky rovníku s rovinou ϱ dávají vrcholy A, B a v dotyčném bodě kružnice hrdelní s rovinou průsečnou jest střed křivky U. Podle odst. 1. jest $\overline{U_2V_2} = \overline{U_2F_2} = c = \overline{U_2F'_2}$, čímž určena ohniska F, F' průsečné lemniskaty a její excentricita.

Poněvadž $\overline{H_2S_2} = \overline{S_1U_1} = \frac{1}{2}c$, jest $\triangle\, \alpha S_2H_2 \cong \triangle\, M_1U_1S_1$ a také $\triangle\, \beta S_2H_2 \cong \triangle\, N_1U_1S_1$ a dostáváme následující planimetrickou konstrukci jednotlivých bodů lemniskaty:

Jsou-li F_2, F'_2 ohniska a S_2 střed lemniskaty (obr. 4), kde $\overline{S_2F_2} = \overline{S_2F'_2} = c$, učiňme $\overline{H_2S_2} \perp \overline{F_2F'_2}$, $\overline{H_2S_2} = \frac{1}{2}c$, dále opišme poloměrem $\frac{1}{2}c$ kružnici k_2 o středu F_2 a veďme libovolnou přímku $\sigma_2 \parallel \overline{F_2F'_2}$, která seče k_2 v bodech I, II. Pak učiňme $\overline{\alpha H_2} = \overline{IE_2}$, $\overline{\alpha M_2} \perp \overline{F_2F'_2}$ a bod M jest bod lemniskaty. Podobně $\overline{\beta H_2} = \overline{IIE_2}$, $\overline{\beta N_2} \perp F_2F'_2$ dává další její vod N_2. Přeneseme-li $\overline{E_2S_2}$ za S_2 na druhou stranu, lze rázem obdržeti 8 bodů křivky. Pro vrcholy V body I a II splynou a jejich spojnice jest dvojnásobnou tečnou lemniskaty.

Plocha hyperbolické výseče.

Dr. *Marian Haas.*

V analytické geometrii některých vzorců, týkajících se elipsy, dá se použíti i pro hyperbolu, když položíme místo čtverce vedlejší poloosy b^2 hodnotu negativní — b^2, což v podstatě značí, že u hyperboly tato poloosa jest imaginární.

Je zajímavé, že lze tohoto způsobu použíti i k odvození vzorce pro plochu hyperbolické výseče, ačkoli se tu poloosa b vyskytuje v prvním stupni, takže musíme klásti bi.

Pro výseč eliptickou, omezenou poloměrem bodu $M(x, y)$, obloukem a velkou poloosou, máme vzorec

$$V_{el} = \frac{ab}{2} \cdot \alpha,$$

kde α značí v obloukové míře úhel, který vypočteme jedním ze vzorců:

$$\cos\alpha = \frac{x}{a}, \quad \sin\alpha = \frac{y}{b}.$$

Přejděme k hyperbole, kladouce bi na místě b. Dostaneme obdobně

$$V_{hyp} = \frac{ab}{2} i\alpha,$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{a}, \quad \sin\alpha = \frac{y}{bi}.$$

Z obou posledních vzorců plyne

$$\cos\alpha + i\sin\alpha = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}.$$

Užijeme-li Eulerova vzorce

$$\cos\alpha + i\sin\alpha = e^{i\alpha},$$

vypočítáme

$$i\alpha = \log\operatorname{nat}\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right),$$

takže

$$V_{hyp} = \frac{ab}{2}\log\operatorname{nat}\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right),$$

kterýžto vzorec se obyčejně dokazuje jinak.

Motorový let.*)

Ing. *C. Karel Tužil.*

Princip letu motorových letadel jest ten, že plocha určitého příčného řezu neboli profilu jest tažena kupředu vrtulí. Tím vznikají síly, působící na plochu, a ty umožňují let. Chceme-li tedy pochopiti dobře způsob letu, musíme znáti funkci nosné plochy a funkci vrtule.

*) Viz též články v Rozhledech, roč. I. str. 42, II. str. 47, III. str. 45, IV. str. 83 a V. str. 11.