

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Vladimír Pilát

Elektrický transformátor. [I.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 62 (1933), No. 1, R18--R22

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121474>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1933

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

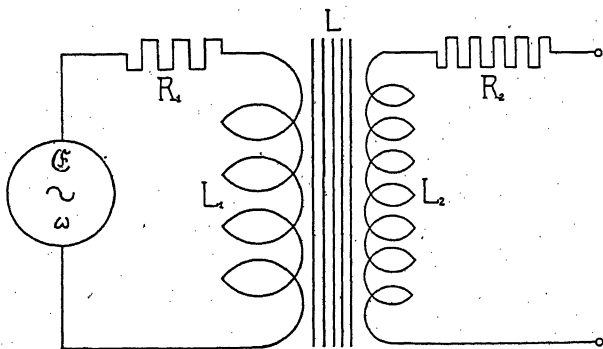
částmi, které mění značně proud vzduchu kolem vrtule a tedy také její práci. Při různých způsobech letu pracuje vrtule při podmínkách velmi různých, které nelze vůbec uvažovati při výpočtu a konstrukci a kterým všem není možno současně vyhověti. Proto zvolí se taková vrtule, aby dodávala letadlu ty vlastnosti, které má toto nejvíce uplatňovati, na př. velikou rychlost, stoupavost a pod. Podle předpokládaného způsobu letu určí se rozměry vrtule a teprve srovnáním výsledků zkoušek s různými vrtulami určí se nejvýhodnější typ.

Elektrický transformátor.

Vladimír Pilát.

Elektrickým transformátorem (v užším slova smyslu) rozumíme stroj, jímž se mění střídavý proud určitého napětí v střídavý proud jiného libovolného napětí téže frekvence.

Transformátor pro jednofázový střídavý proud nízké frekvence (50 per/sek) se skládá z magneticky vodivého jádra a dvou cívek na něm nasunutých, z nichž jedna má poměrně málo závitů měděného izolovaného drátu a druhá četné závity slabšího drátu. Jádro je složeno z tenkých železných plechů, nejčastěji tvaru uzavřeného čtyřúhelníkového rámce, po jedné straně potřených isolačním



lákem nebo polepených tenkým papírem. Jedna cívka — hlavní, primární — se připojí ke zdroji střídavého proudu o napětí, jež se má transformovati na vyšší nebo nižší, v druhé cívce — vedlejší, sekundární — vzniká žádané střídavé napětí téže frekvence (obr. 1).

Princip ideálního transformátoru. Předpokládejme v dalších úvahách ideální transformátor, t. j. stroj, v němž mimo *Jouleovo* teplo v obou vinutích nevznikají žádné jiné neúžitečné

ztráty energie, a jehož primární cívka je připojena ke zdroji harmonického napětí \mathcal{E} . Při řešení použijeme symbolické metody komplexních čísel pro střídavé proudy, jež byla vyložena p. prof. dr. Ryšavým v 4. č. III. roč. „Rozhledů“ (str. 168—174).

V primárním kruhu způsobuje harmonická elektromotorická síla zdroje $\mathcal{E} = E e^{j\omega t}$ o konstantní amplitudě E a frekvenci ω ($e =$ základ přirozených logaritmů, $j = \sqrt{-1}$ imaginární jednotka) proud intenzity $\mathfrak{I}_{1,0} = J_{1,0} e^{j(\omega t + \varphi_{1,0})}$ o úhel $\varphi_{1,0}$ fázově posunutý, který vzbuzuje v magneticky vodivém jádře harmonický magnetický tok $\Phi_{1,0}$, jehož velikost je určena zákonem *Hopkinsonovým*

$$\Phi_{1,0} = \frac{4\pi n_1 \mathfrak{I}_{1,0}}{\mu q} \quad (1)$$

Čitatel tohoto výrazu je t. zv. magnetomotorická síla, přímo úměrná součinu počtu závitů primární cívky n_1 a intenzity $\mathfrak{I}_{1,0}$ (v abs. jedn. elmg.). [$n_1 \cdot \mathfrak{I}_{1,0} \cdot 10^{-1} =$ ampéřzávit]. Jmenovatel se nazývá analogicky podle zákona *Ohmova* magnetický odpor \mathfrak{R} (reluktance), který je přímo úměrný délce střední silokřivky (v cm), nepřímo průřezu magnetického toku q (v cm^2) a permeabilitě jádra μ .

Tento harmonický magnetický tok $\Phi_{1,0}$ shodný fázově s magnetisačním proudem $\mathfrak{I}_{1,0}$ a téže frekvence ω indukuje v primární cílce samoindukční elektromotorickou sílu $\mathcal{E}_{1,0}$, určenou vztahem *Maxwell-Faradayovým*

$$\mathcal{E}_{1,0} = -n_1 \frac{d\Phi_{1,0}}{dt} = -L_1 \frac{d\mathfrak{I}_{1,0}}{dt} = -j\omega L_1 \mathfrak{I}_{1,0} \quad (2)$$

kde $L_1 = \frac{4\pi n_1^2 \mu q}{l}$ je t. zv. samoindukční koeficient primární cívky. Symbol $-j$ značí, že samoindukční napětí $\mathcal{E}_{1,0}$ je opožděno fázově za proudem $\mathfrak{I}_{1,0}$ o 90° , t. j. podle zákona akce a reakce napětí hledící vyvolat proud, který by zabraňoval vzniklé změně magnetického pole $\Phi_{1,0}$.

Ale i v sekundární otevřené cílce, čili když transformátor běží naprázdno, se indukuje změnou magnetického pole $\Phi_{1,0}$ elektrom. síla $\mathcal{E}'_{2,1}$

$$\mathcal{E}'_{2,1} = -n_2 \frac{d\Phi_{1,0}}{dt} = -j\omega L \mathfrak{I}_{1,0} \quad (3)$$

kde koeficient vzájemné indukce $L = \frac{4\pi n_1 n_2 \mu q}{l}$. Elektrom. síly $\mathcal{E}_{1,0}$ a $\mathcal{E}'_{2,1}$ se fázově shodují, jsou však opožděny proti $\Phi_{1,0}$ a tedy i proti $\mathfrak{I}_{1,0}$ o 90° .

Poměry se stanou složitější, když sekundární cívka je uzavřena, t. j. když transformátor je zatížen. Sekundárním kruhem probíhá

proud $\mathfrak{S}_2 = J_2 e^{j(\omega t + \varphi_2)}$, o φ_2 proti \mathfrak{E} fázově posunutý, téže frekvence ω jako proud primární, ale směru protivného, bránící podle zákona akce a reakce (pravidlo *Lenzovo*) magnetickým změnám vyvolávaným proudem primárním. I tento proud \mathfrak{S}_2 vzbuzuje v jádře nový magnetický tok Φ_2

$$\Phi_2 = \frac{4\pi n_2 \mathfrak{S}_2}{l}, \quad (4)$$

$$\frac{\mu q}{l}$$

jenž indukuje v sekundární cívice samoindukční elm. sílu \mathfrak{E}_2

$$\mathfrak{E}_2 = -n_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = -j\omega L_2 \mathfrak{S}_2, \quad L_2 = \frac{4\pi n_2^2 \mu q}{l}, \quad (5)$$

a v primární cívice elm. sílu $\mathfrak{E}_{1,2}$

$$\mathfrak{E}_{1,2} = -n_1 \frac{d\Phi_2}{dt} = -j\omega L \mathfrak{S}_2, \quad (6)$$

kde L je koeficient vzájemné indukce (3).

Při zatížení transformátoru, t. j. při uzavření sekundární cívky, probíhají jádrem dva protisměrné magnet. toky $\Phi_{1,0}$ a Φ_2 se zeslabující. Sekundární strana se stala zdrojem střídavého proudu \mathfrak{S}_2 , proto podle zákona o zachování energie se okamžitě zvýší primární proud $\mathfrak{S}_{1,0}$ v $\mathfrak{S}_1 = J_1 e^{j(\omega t + \varphi_1)}$, jímž se vzbudí takový magnetický tok Φ_1 , že $\Phi_1 - \Phi_2 = \Phi_{1,0}$, magnet. toku vyvolanému proudem při chodu naprázdno $\mathfrak{S}_{1,0}$. Tok Φ_1 vyvolá samoindukční napětí \mathfrak{E}_1 a na sekundární straně napětí $\mathfrak{E}_{2,1}$, určená rovnicemi *Maxwell-Faradayovými* (2) a (3), kde klademe \mathfrak{S}_1 místo $\mathfrak{S}_{1,0}$. Napětí \mathfrak{E}_2 a $\mathfrak{E}_{1,2}$ fázově shodná, ale opožděná o 90° za \mathfrak{S}_2 a Φ_2 , jsou opačná fázově k elm. silám \mathfrak{E}_1 a $\mathfrak{E}_{2,1}$.

Řešení. Přihlížíme-li i k ohmickým odporům obou kruhů R_1 a R_2 , a tedy spádu napětí podél nich $R_1 \mathfrak{S}_1$, $R_2 \mathfrak{S}_2$, můžeme sestavit základní rovnice pro oba kruhy transformátoru. Podle 2. zákona *Kirchhoffova* $\mathfrak{E} = \Sigma \mathfrak{E}_k$ potlačuje v primárním kruhu vnější elm. síla \mathfrak{E} ohmický spád napětí $R_1 \mathfrak{S}_1$, samoindukční napětí \mathfrak{E}_1 (2) a napětí vzniklé vzájemnou indukcí $\mathfrak{E}_{1,2}$ (6), takže bez ohledu na jejich orientace sestavíme rovnici*)

$$\mathfrak{E} = R_1 \mathfrak{S}_1 + j\omega L_1 \mathfrak{S}_1 + j\omega L \mathfrak{S}_2. \quad (I)$$

V sekundárním kruhu jsou poměry jednodušší, poněvadž není vnější elm. síly, takže v něm působí dvě indukovaná napětí \mathfrak{E}_2 (5) a $\mathfrak{E}_{2,1}$ (3) vedle ohmického spádu napětí $R_2 \mathfrak{S}_2$

$$0 = R_2 \mathfrak{S}_2 + j\omega L_2 \mathfrak{S}_2 + j\omega L \mathfrak{S}_1. \quad (II)$$

Tyto dvě základní rovnice platí pro jakoukoli elm. sílu \mathfrak{E} , nejen

*) V. Novák, Fysika II, str. 732—735.

harmonickou, a mohli jsme je také získati vyšetřováním energetických poměrů na transformátoru.

Z druhé základní rovnice (II) stanovme důležitý poměr intenzit

$$\begin{aligned} \frac{\mathfrak{S}_2}{\mathfrak{S}_1} &= -\frac{j\omega L}{R_2 + j\omega L_2} = & (7) \\ &= \frac{-j\omega L (R_2 - j\omega L_2)}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} = \frac{-j\omega L R_2 - \omega^2 L L_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}. \end{aligned}$$

Znaménko minus v rovnici (7) vyznačuje protisměrnost obou proudů a potvrzuje naše předběžné úvahy.

Tento poměr můžeme vyjádřiti i charakteristickými konstantami obou proudů

$$\frac{\mathfrak{S}_2}{\mathfrak{S}_1} = \frac{J_2 e^{j(\omega t + \varphi_2)}}{J_1 e^{j(\omega t + \varphi_1)}} = \frac{J_2}{J_1} e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} = p \cdot e^{j\psi},$$

kde $p = J_2/J_1$ je t. zv. transformační poměr.

Pro přehled zavedeme t. zv. impedanci sekundárního kruhu

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}.$$

Transformační poměr p vypočteme, přejdeme-li užitím sekundární impedance k absolutní hodnotě poměru (7)

$$\begin{aligned} \frac{J_2}{J_1} = p &= \frac{\sqrt{\omega^2 L^2 R_2^2 + \omega^4 L^2 L_2^2}}{Z_2^2} = \frac{\omega L \cdot Z_2}{Z_2^2} = \frac{\omega L}{Z_2} \\ \frac{J_2}{J_1} = p &= \frac{\omega L}{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}}. & (8) \end{aligned}$$

Tangens fázového rozdílu mezi oběma proudy \mathfrak{S}_1 a \mathfrak{S}_2 je určena poměrem koeficientu při imaginární jednotce k části reálné jejich poměru (7)

$$\operatorname{tg} (\varphi_2 - \varphi_1) = \operatorname{tg} \psi = \frac{\omega L R_2}{\omega^2 L L_2} = \frac{R_2}{\omega L_2}. \quad (8a)$$

Musíme ovšem přihlédnouti k zápornému znaménku poměru (7), takže fázový rozdíl mezi oběma proudy bude $180^\circ + \psi$.

Z rovnice (7) určíme \mathfrak{S}_2

$$\mathfrak{S}_2 = \frac{-j\omega L R_2 \mathfrak{S}_1 - \omega^2 L L_2 \mathfrak{S}_1}{Z_2^2}$$

a dosadíme do první základní rovnice (I)

$$\mathcal{E} = R_1 \mathfrak{S}_1 + j\omega L_1 \mathfrak{S}_1 - j^2 \frac{\omega^2 L^2}{Z_2^2} R_2 \mathfrak{S}_1 - j\omega \frac{\omega^2 L^2}{Z_2^2} L_2 \mathfrak{S}_1.$$

Tuto rovnici zjednodušíme rozložením v část reálnou a imaginární, a převedeme užitím transformačního poměru p (8) na tvar

$$\mathcal{E} = \mathfrak{S} [(R_1 + p^2 R_2) + j\omega (L_1 - p^2 L_2)]. \quad (9)$$

Zavedeme další znaky

$$\begin{aligned} R_1 + p^2 R_2 &= R_T \text{ ohmický odpor zatíženého transformátoru,} \\ L_1 - p^2 L_2 &= L_T \text{ indukance zatíženého transformátoru,} \end{aligned}$$

$\sqrt{(R_1 + p^2 R_2)^2 + \omega^2 (L_1 - p^2 L_2)^2} = Z_T$ impedance zatíž. transform.
Rovnici (9) převedeme užitím zavedených značek na rovnici

$$\mathcal{E} = \mathfrak{S}_1 (R_T + j\omega L_T). \quad (10)$$

Přejdeme-li k absolutní hodnotě, získáme pro amplitudu primárního proudu zatíženého transformátoru

$$J_1 = \frac{E}{\sqrt{(R_1 + p^2 R_2)^2 + \omega^2 (L_1 - p^2 L_2)^2}} = \frac{E}{Z_T}. \quad (11)$$

Fázové posunutí \mathfrak{S}_1 proti \mathcal{E} je dáno rovnicí

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega (L_1 - p^2 L_2)}{R_1 + p^2 R_2} = \frac{\omega L_T}{R_T}. \quad (12)$$

Ze vzorce (11) vysvitá, že sekundární kruh zatěžuje primární kruh indukovaným odporem $p^2 R_2$, jenž zvyšuje odpor primárního kruhu a tedy snižuje primární intenzitu. Podobně indukuje sekundární kruh do primárního induktanci $-p^2 L_2$, zmenšující primární induktanci.

Znásobením rovnice (8) rovnicí (11) určíme amplitudu sekundárního proudu

$$J_2 = \frac{E\omega L}{Z_T \cdot Z_2},$$

jehož fázový úhel je dán rovnicí

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \operatorname{tg} (\psi + \varphi_1). \quad (13)$$

(Dokončení.)

PŘEHLED.

Mosaika.

Prof. Dr. Vladimír Novák.

Nové akumulátory. Maminky často nařikají, chovajíce mazlivé děti: „Vždyť jsi těžký jako olovo!“ V skutku je olovo kov těžký, májíc specifickou hmotu 11,3 g/cm³. Tato vlastnost je nepraktická a nemá u *olověných akumulátorů*, jak přisvědčí všichni ti, kdo nabíjejí své akumulátory jinde než doma u svých radiových přijímačů a občas přenášejí těžké tyto články k nabíjení. Tam, kde je na př. k pohonu motorů potřeba akumulátorových baterií, je zmíněná vlastnost teprve na závadu a již *Edison*, známý americký vynálezce (jenž zemřel loňského roku) sestavil r. 1910 akumulátor,