Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 12 (1883), No. 2, 102--104

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121341

Úlohy.

Řešení úlohy 1.

(Napsal p. *Frant. Kočí* stud. VII. gymn. třídy v Jičíně.)

Jsou-li poloměry duté koule ϱ a ϱ_1, poloměry v jedné podstavě vrstvy R a r, v druhé R_1 a r_1, podstavy od středu koule o délky a resp. a_1 vzdáleny, tu bude krychlový obsah vrstvy duté co rozdíl dvou plných vrstev

$$K = \frac{\pi V}{2}\left[R^2 + R_1^2 + \frac{V^2}{3}\right] - \frac{\pi V}{2}\left[r^2 + r_1^2 + \frac{V^2}{3}\right], {}^{*)}$$

$$K = \frac{\pi V}{2}\left[R^2 - r^2 + R_1^2 - r_1^2\right].$$

Vůči

$$R = \varrho^2 - a^2, r^2 = \varrho_1^2 - a^2, R_1^2 = \varrho^2 - a_1^2, r_1^2 = \varrho_1^2 - a_1^2$$

máme

$$\pi (R^2 - r^2) = \pi (R_1^2 - r_1^2) = M,$$

tedy

$$K = MV = 121 \cdot 5 \text{ kr. cm.}$$

Řešení správné zaslal též p. *Josef Novák*, stud. VII. real. školy v Litomyšli.

Řešení úlohy 2.

(Napsal p. *Josef Novák*, stud. VII. real. školy v Litomyšli.)

Poloměr koule jsme označili r, stranu kužele s, buď dále výška kužele x. Zakončením ubude kulový úsek (vrchlík) o výšce x méně kužel o společné s ním postavě a výšce; tedy

$$\frac{t}{\tau} = \frac{\pi}{3} x^2 (3r - x) - \frac{\pi}{3} x\, x(2r - x) = \frac{\pi r x^2}{3},$$

a že

$$x = \frac{s^2}{2r},$$

máme

$$t = \frac{\pi s^4 \tau}{12 r},$$

---

*) Viz *Močník-Hora* str. 165.

tedy

$$s = \sqrt[4]{\frac{12rt}{\pi\tau}},$$

kdež dosadíme

$$r = \sqrt[3]{\frac{3T}{4\pi\tau}},$$

čímž

$$s = \sqrt[4]{\frac{6t}{\pi\tau}\sqrt[3]{\frac{6T}{\pi\tau}}} = 9{,}138 \text{ cm}.$$

Tutéž úlohu řešil pan *Bohumil Lukáš*, stud. VIII. třídy obec. real. gymn. v Praze.

Úloha 3.

Dokažte, že

1. každé číslo tvaru $p^3 + 11p - 12$ při lichém p jest dělitelno 24;

2. každé číslo tvaru $5p^2 - 2p$ při sudém p jest dělitelno 8;

3. každé číslo tvaru $p^4 - 20p^3 + 68p^2 - 64p$ jest při sudém p dělitelno 192.

Prof. *V. Řehořovský.*

Úloha 4.

Kolem přímého V vysokého jehlance o pravidelné mnohostranné podstavě lze opsati kouli o průměru D. Jak vysoký v by musil býti jehlanec o rovném krychl. obsahu, jehož pravidelná tolikéžstranná podstava by byla vepsána do kružnice o poloměru rovném výšce daného jehlance? Prof. *Vavř. Jelínek.*

Úloha 5.

Šesti různými ciframi je napsáno číslo v dekadické soustavě. Násobíme-li je 2, 3, 4, 5 a 6 obdržíme] pět nových čísel, z nichž každé je napsáno těmiže šesti ciframi jako původní číslo. Které je původní číslo? Dr. *K.*

Úloha 6.

Značí-li a, b, c, libovolné tři cifry v soustavě dekadické, tu je šesticifrové číslo *abcabc* vždy dělitelno 1001 t j. dělitelno 7, 11 a 13. Důkaz? Dr. *K.*

Úloha 7.

Kruhová deska poloměru a jest ponořena do kapaliny tak, že se nalezá střed její v hloubce b, oba nejkrajnější body v hloubkách $b - c$ a $b + c$; kde nalezá se střed tlaku? *A. S.*

Úloha 8.

V skalnaté půdě, jejíž průměrná hustota jest h, táhne se od východu na západ hluboká roklina, a metrů široká; určíme-li na kraji jejím severním a na kraji jižním zeměpisnou šířku; jaký bude zdánlivý rozdíl obou těchto šířek a za jakých podmínek mohlo by se státi, že jest zeměpisná šířka jižního kraje větší, nežli šířka kraje severního? *A. S.*

Úloha 9.

Celistvé číslo a děleno číslem c nechť dá podíl q a zbytek r; číslo b děleno číslem c nechť dá podíl q' a zbytek r'. Lze nahraditi čísla a, b, c čísly r, r', c jde-li o stanovení jich největšího společného dělitele?

Úloha 10.

Nechť se vyjádří zlomek $\frac{13}{42}$ jakožto součet zlomků, jichž jmenovatele jsou mocniny čísla 12. Bude počet těchto zlomků konečný?

Vyjádříme-li libovolný zlomek tímto spůsobem, kterak lze napřed rozhodnouti, vyjde-li konečný počet zlomků čili nic?

Úloha 11.

Míra 1 metr dlouhá, jest rozdělena na decimetry; kterak jí změříme danou délku přesně až na centimetry?