Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Zdeněk Pírko

Balistická křivka. [I.]

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 5, R85--R86,R87--R88

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121276

halové sloučeniny uhlovodíků (na př. chloroform), estery organických kyselin, nebo ketony, destiluje tak, že nejprve uniká všechna voda s málem alkoholu, pak pouze bezvodý alkohol s přidanou sloučeninou a na konec čistý líh bezvodý. Young však svého objevu technicky nevyužil a teprve kolem r. 1922 se začal průmyslově vyráběti líh podle Younga. (Příště dokončení.)

Balistická křivka.

Zdeněk Pírko.

Přesto, že tento článek má za úkol zabývati se balistickou křivkou, bude nutno předem zmíniti se podrobněji o šikmém vrhu ve vakuu. Tento úvod vysvětlí jednak řadu základních pojmů, jednak na ucelenosti a jednoduchosti této teorie ukáže rozdíl mezi vakuem a skutečným prostředím. Účelem částí tištěných drobným písmem je doplniti podrobněji úvahy zde prováděné; čtenář méně zběhlý je může vynechati.

1. Šikmý vrh ve vakuu. V homogenním a rovnoběžném gravitačním poli ve vakuu zvolme pravoúhlou soustavu souřadnou takto: počátek její posuňme do ústí děla, osu úseček zvolme v úrovni ústí. Pak těžiště střely vržené z bodu O počáteční rychlostí v_0 pod úhlem výstřelu φ opisuje křivku (dráhu letu nebo dráhu střely), která je dána parametrickými rovnicemi (g zrychlení, parametr t čas)

$$x = v_0 t \cos \varphi, \quad y = v_0 t \sin \varphi - \tfrac{1}{2} g t^2. \tag{1}$$

Vyloučíme-li z těchto rovnic parametr t, obdržíme známou parabolu šikmého vrhu

$$y = x \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi} x^2$$

čili

$$\left(x - \frac{v_0}{2g} \sin 2\varphi\right)^2 = -\frac{2 v_0^2 \cos^2 \varphi}{g} \left(y - \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \varphi\right), \tag{2}$$

jejíž vrchol S má souřadnice x_S, y_S (y_S výška vrcholu)

$$x_S = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\varphi, \quad y_S = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \varphi, \tag{3}$$

s parametrem $2p = \dfrac{2 v_0^2 \cos^2 \varphi}{g}$, s osou rovnoběžnou s osou pořadnic, ale směru opačného; křivku tu si čtenář lehce sestrojí sám.

Oblouk dráhy od ústí k vrcholu nazýváme obloukem výstupným, oblouk od vrcholu až k průsečíku dráhy s úrovní ústí (k t. zv. bodu doletu) obloukem sestupným. Uveďme ještě, že obecný bod (x, y) na dráze ležící se nazývá cílem, jeho úsečka topografickou dálkou cíle, pořadnice výškou cíle nebo výškou dráhy, vzdálenost ústí od cíle dálkou cíle. Tečna k dráze v cíli svírá s úrovní ústí úhel ϑ, zvaný úhel sklonu nebo sklon dráhy v cíli; speciálně ostrý úhel sklonu v bodě doletu ω nazývá se úhel doletu. Je tedy

$$\vartheta = \operatorname{arctg} y' \tag{4}$$

a — jak plyne ze souměrnosti dráhy —

$$\omega = \varphi. \tag{5}$$

Napišme posléze souřadnice ohniska F naší paraboly a rovnici její přímky řídicí

$$x_F = x_S = \frac{v_0^2}{2g} \sin 2\varphi, \quad y_F = -\frac{v_0^2}{2g} \cos 2\varphi, \tag{6}$$

$$y - \frac{v_0^2}{2g} = 0; \tag{7}$$

při dané počáteční rychlosti v_0 je přímka řídicí táž pro všechny dráhy svazku (2), ohniska parabol svazku leží na kružnici se středem v počátku a s poloměrem $\frac{v_0^2}{2g}$.

Podrobným studiem rovnic (1) lze zodpověděti všechny otázky týkající se šikmého vrhu ve vakuu. Úvahy ty nemají jen význam čistě teoretický, naopak mnohé z nich docházejí upotřebení i v praxi.[1])

Z rovnic (3) ihned je patrno, že maximální výšku vrcholu při téže počáteční rychlosti obdržíme pro $\varphi = \frac{1}{2}\pi$

$$y_{S\,\max} = \frac{v_0^2}{2g} = h; \tag{8}$$

výška h je t. zv. svislý dostřel, je to známý výraz pro výšku výstupu při svislém vrhu vzhůru počáteční rychlostí v_0. Zavedeme-li svislý dostřel do rovnic (3), (6), (7), můžeme je psáti jednodušeji

$$S\,(h \sin 2\varphi,\ h \sin^2 \varphi), \tag{3'}$$

$$F\,(h \sin 2\varphi,\ - h \cos 2\varphi), \tag{6'}$$

$$y - h = 0. \tag{7'}$$

Položme v rovnici (2) $y = 0$, obdržíme t. zv. horizontální dostřel

---

[1]) Viz na př. E. Šajtanov, O tabulkách střelby atd., Voj. techn. zprávy, III., 1926, str. 132 a násl.

$$X = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi = 2h \sin 2\varphi, \tag{9}$$

tento výraz lze psáti také jinak

$$X = 2h \sin 2 \left(\tfrac{1}{2}\pi - \varphi\right);$$

vidíme tedy, že k zasažení téhož cíle v úrovni ústí lze vždy použíti dvou úhlů výstřelu, φ a $\frac{1}{2}\pi - \varphi$, z nichž jeden, jsa menší než $\frac{1}{4}\pi$, náleží do t. zv. spodní skupiny úhlů, druhý pak, jsa o touž velikost větší než $\frac{1}{4}\pi$, náleží do t. zv. svrchní skupiny úhlů. Z rovnice (9) je dále patrno, že při téže počáteční rychlosti dosáhneme maximálního horizontálního dostřelu pro $\varphi = \frac{1}{4}\pi$,

$$X_{\max} = \frac{v_0^2}{g} = 2h, \tag{10}$$

dostřel tento je tedy roven dvojnásobnému dostřelu svislému.

Závislost doby na topografické vzdálenosti cíle udává (při těchže v_0, φ) první z rovnic (1); pro $x = X$ z ní plyne pro dobu letu střely

$$T = \frac{2v_0}{g} \sin \varphi; \tag{11}$$

pro $x = x_S$ obdržíme $t_S = \frac{1}{2}T$, t. j. střela probíhá oblouk výstupný i sestupný za touž dobu. Z rovnice (11) plyne dále, že při téže počáteční rychlosti je doba letu maximální pro $\varphi = \frac{1}{2}\pi$, t. j. při svislém vrhu, a obnáší

$$T_{\max} = \frac{2v_0}{g}. \tag{12}$$

Tangenciální rychlost střely v je dána známým výrazem

$$v = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2},$$

nalezneme tedy z rovnic (1)

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gtv_0 \sin \varphi + g^2t^2}, \tag{13}$$

nebo vzhledem k druhé z rovnic (1) stručněji

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gy}. \tag{13'}$$

Dosazujeme-li do rovnice (13) za t postupně 0, t_S a T, nalezneme pro v výrazy v_0, $\frac{1}{2}v_0\sqrt{2}$ a v_0, t. j. rychlost v bodě doletu (rychlost konečná) je rovna rychlosti počáteční. Při daných v_0, φ jest (k = konst.)

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \mathrm{u} = v_0 \cos \varphi = k \tag{14}$$

horizontální složka rychlosti, ta je tedy stálá. To ostatně plyne také z toho, že ve vakuu tato složka není nijak tlumena. V bodě (x, y) dráhy je však horizontální složka rychlosti rovna $v \cos \vartheta$, tedy rovnice

$$v \cos \vartheta = k \tag{15}$$

udává závislost tangenciální rychlosti na úhlu sklonu. Zobrazíme-li si závislost (15) v polárních souřadnicích v, ϑ, obdržíme hodograf našeho pohybu; je to přímka kolmá k polární ose ve vzdálenosti k od pólu.

Určeme ještě z první z rovnic (2) $y' = \frac{dy}{dx}$, $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$; poloměr křivosti dráhy letu ϱ v obecném bodě (x, y) nalezneme, dosadíme-li tyto výrazy do známého vzorce

$$\varrho = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''},$$

pro počátek tak obdržíme

$$\varrho_{(0,0)} = -\frac{v_0^2}{g \cos \varphi}. \tag{16}$$

(Příště dokončení.)

Mosaika.

Vlad. Novák.

Život na planetách. Po více než půldruhého tisíciletí převládal světový názor o výjimečném postavení Země v sluneční soustavě. Země byla středem této soustavy a kolem ní obíhaly nejen ostatní planety, ale i Slunce a obloha nebeská se všemi hvězdami. Názor tento byl v úplném souhlasu s náboženským učením, podle něhož stvořena Země a svět pro člověka, pána přírody. Ačkoliv učením Koperníkovým a pozdějšími poznatky astronomickými a astrofysikálními zeměstředný názor světový nahrazen názorem sluncestředným, přece nelze neuznati výjimečné postavení Země, které má v soustavě sluneční jako sídlo života a obydlí člověka. Všechny výsledky novějších badání astrofysikálních vedou k záporné odpovědi na otázku obydlení ostatních planet. Veliké naše planety Jupiter, Saturn, Uran a Neptun vydány jsou vzhledem k veliké vzdálenosti od Slunce kruté zimě prostoru světového, která značí klid smrti po celém povrchu pustých těchto těles, které mimo to zahaleny jsou atmosférami plynů, jež znemožňují jakýkoliv organický život. Touto okolností zabývaly se v poslední době některé německé observatoře a známá Lowellova observatoř ve