

Karl Carda

Herleitung der Doppelungleichung $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$ aus der arcsin-Reihe

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 5, 141

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121248>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

**Herleitung der Doppelgleichung $3 + \frac{1}{7}^0 < \pi < 3 + \frac{1}{7}$
aus der arc sin-Reihe.**

Karl Carda, Prag.

$$\frac{\pi}{6} = \text{arc sin } \frac{1}{2}; \pi = 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{3 \cdot 2^3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{6}{5 \cdot 2^5} +$$

$$+ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{6}{7 \cdot 2^7} + \dots \tag{1}$$

Est ist $a_1 = \frac{1}{8}, a_2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{9}{80}, a_3 = a_2 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{4} > \frac{1}{8} \cdot (\frac{9}{80})^2$.

Es gilt allgemein

$$a_n > \frac{1}{8} \cdot (\frac{9}{80})^{n-1}. \tag{2}$$

Den Beweis führen wir durch den „Schluß von n auf $(n + 1)$ “. Es sei (2) für ein gewisses n richtig. Dann ist

$$a_{n+1} > \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{9}{80}\right)^{n-1} \cdot \frac{2n+1}{2n+2} \cdot \frac{2n+1}{2n+3} \cdot \frac{1}{4}.$$

Wir zeigen, daß die Ungleichung

$$\frac{2n+1}{2n+2} \cdot \frac{2n+1}{2n+3} > \frac{1}{2}$$

für jedes $n > 1$ richtig ist. In der Tat ist

$$2(4n^2 + 4n + 1) > 4n^2 + 10n + 6$$

oder $n(2n - 1) > 2$. Diese Ungleichung trifft für alle $n > 1$ zu. Demnach ist

$$\sum_1^\infty a_n > \sum_1^\infty \frac{1}{8} \cdot (\frac{9}{80})^{n-1} = \frac{1}{7}.$$

Andererseits ist

$$\sum_1^\infty a_n < a_1 + a_2 + a_3 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} < \frac{1}{7}.$$

**Sur l'«Intégration logique» des équations
de la Dynamique.**

Jules Drach, Paris.

J'ai donné antérieurement (Comptes rendus du Congrès intern. de Strasbourg, 1920, p. 376—380) la détermination des cas de réduction d'une équation, $\frac{d^2y}{dx^2} = F(x, y)$, quand il existe une