

Václav Petržílka

O piezoelektrických vlastnostech křemene a jejich užití v oboru vysokofrekvenční techniky

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 61 (1932), No. 2, 8--32

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/121238>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1932

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## O piezoelektrických vlastnostech křemene a jejich užití v oboru vysokofrekvenční techniky.\*)

Referuje V. Petržílka.

(Došlo 1. července 1931.)

### Obsah:

1. Direktní zjev piezoelektrický.
2. Reciproký zjev piezoelektrický.
3. Vlastní frekvence křemenných deštiček.
4. Zjevy doprovázející kmitání křemenných deštiček.
5. Buzení vyšších harmonických kmitů.
6. Aplikace v oboru vysokofrekvenční techniky:
  - a) Křemenné deštičky jakožto rezonátory a normály frekvence.
  - b) Elektrické náhradní schema křemenné deštičky.
  - c) Stabilisace frekvence vysilače.
  - d) Křemenné deštičky jakožto oscilátory.
7. Závěr.

### 1. Direktní zjev piezoelektrický.

Již r. 1817 poznal Haüy, že vápenec se stává elektrickým, jestliže jej stlačujeme. Tento zjev zůstal však nepovšimnut a teprve r. 1880 pozorovali a podrobně studovali „piezoelektrinu“ t. j. onen zjev, kde elektrický náboj na plochách krystalu je vyvolán mechanickým tlakem, Pierre a Jacques Curie. Jsou proto pokládáni za objevitele piezoelektriny, kterou popsali tak jasně, že pokládám za nejvhodnější citovati zde úryvek z jejich původního pojednání:

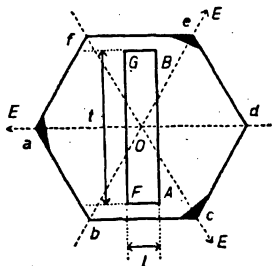
„... Našli jsme nový způsob, jak vzbuditi polární elektrinu na krystalech s polárními osami (hémiedres à faces inclinées<sup>1)</sup>), který spočívá v tom, že jsou krystaly podrobeny změnám tlaku ve směru těchto os.

\*) Přednášky o tomto tematě konal profesor Žáček na Karlově universitě cyklu: „Speciální přednášky o experimentální fyzice“ v letním semestru 1930; tento článek je vypracováním jeho přednášek.

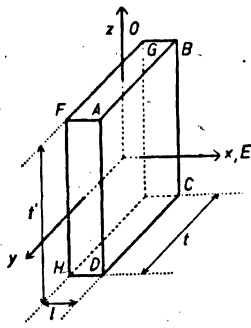
<sup>1)</sup> V dnešní době nazývají se polární osy též osami elektrickými; vyznačují se jimi na př. krystaly soustavy trigonálně trapezodrické (křemen, rumělka), ditrigonálně pyramidální (turmalin) a j.

Tyto zjevy jsou úplně analogické zjevům způsobeným teplem (pyroelektrina): při kompresi vzniknou na koncích osy, v jejímž směru tlak působí, náboje opačného znamení. Uvedeme-li krystal do stavu neutrálního a pak jej dekomprimujeme, objeví se tento zjev opět, avšak se změnou znamení; konec osy, který se nabíjel pozitivně při kompresi, stává se negativním při dekompresi a obráceně...“

V dnešní době se dá tento efekt, který budeme nazývat *direktním zjevem piezoelektrickým*, nejsnáze pozorovati na křemenných krystalech, které v přírodě přicházejí poměrně velmi čisté a dokonalé (brazilský křišťál) a z toho důvodu se jich také ve vysokofrekvenční technice užívá.



Obr. 1.



Obr. 2.

Křemen krystaluje v šesterečné soustavě a sice v oddělení trigonálně trapezodrickém, v šestibokých hranolech zakončených šestibokými jehlany, jejichž vrcholy  $a$ ,  $c$ ,  $e$  jsou seříznuty, jak naznačeno schematicky v obr. 1. V důsledku toho není osa  $O$  osou symetrie šestičetné, nýbrž pouze osou symetrie trojčetné; patří tudíž křemen mezi krystaly s polárními osami (poloměrné, hemiedrické) a tudíž i piezoelektrické.

Osa  $O$  sluje osou optickou, osy  $E$ , v jejichž směru jeví krystal vlastnosti piezoelektrické, nazývají se osami elektrickými nebo polárními.

Představme si nyní, že si vybrousíme z krystalu deštičku, jak ukazuje obr. 2, t. j. že plochy  $ABCD$  a  $FGH$  stojí kolmo k ose elektrické, plochy  $FABG$  a  $HDC$  k ose optické. Plochy  $ABCD$  a  $FGH$  opatříme kovovými polepy, takže vytvoříme malý kondensátor kapacity  $C$ . Stlačujeme-li deštičku ve směru elektrické osy, t. j. kolmo na polepy, vznikne na jednom pozitivní, na druhém negativní náboj  $Q$  a mezi oběma potenciální diference  $V = Q/C$ , kterou měřili P. a J. Curie Thomsonovým

elektrometrem. Jedná-li se nám spíše o demonstraci piezoelektrického efektu než o jeho měření, můžeme užítí uspořádání s dvoumřížkovou lampou, jak je znázorněno v obr. 3., kde závažím  $Z$  (5 kg) měníme tlak a tudíž i napětí  $V$  na mřížce  $M_2$ , což má za následek změny anodového proudu, který pozorujeme miliampérmetrem  $mA$ .

Vedle toho ovšem můžeme dokázati piezoelektrické vlastnosti určité látky celou řadou jiných způsobů (jak z dalšího bude patrné), zejména velice jednoduchou metodou Giebeho a Scheibeho, o níž bude pojednáno v souvislosti v odst. 6a.

V další práci zjistili P. a J. Curie vztahy mezi nábojem  $Q$  vznikajícím na křemenné deštičce, deformujeme-li ji silou  $F$ , a vyslovili je těmito větami:

1. Deformujeme-li křemennou deštičku (obr. 2.) silou  $F_x$  ve směru elektrické osy  $E$ , pak vzniká na ploše kolmé k této ose náboj

$$Q = kF_x, \quad (1)$$

kde  $k = 6 \cdot 32 \cdot 10^{-8}$  je piezoelektrická konstanta, měříme-li  $F_x$  v dynách a  $Q$  v jednotkách elektrostatických.

2. Deformujeme-li deštičku ve směru kolmém k ose optické a elektrické (t. j. osy  $y$ ) silou  $F_y$ , vzniká na stěnách kolmých k ose elektrické náboj

$$Q = -k \frac{t}{l} F_y, \quad (2)$$

kde  $t$  je délka deštičky ve směru kolmém k ose optické a elektrické,  $l$  délka ve směru elektrické.

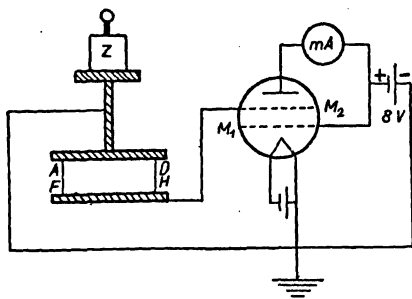
3. Stlačujeme-li deštičku ve směru osy optické, nedostaneme žádný náboj.

Tyto zákony byly potvrzeny fenomenologickou teorií Voigtovou, která je založena na následujícím předpokladu:

Každá deformace piezoelektrického krystalu vyvolá elektrickou polarisaci (elektrická polarisace = hustotě elektrického náboje vznikajícího na plochách krystalu) o složkách  $\pi_x, \pi_y, \pi_z$ , které jsou lineárními funkcemi elastických deformací  $x_x, x_y, x_z, \dots$ , takže při libovolně položeném systému  $x, y, z$ , platí:

$$\left. \begin{aligned} \pi_x &= \varepsilon_{11}x_x + \varepsilon_{12}y_y + \varepsilon_{13}z_z + \varepsilon_{14}y_z + \varepsilon_{15}z_x + \varepsilon_{16}x_y \\ \pi_y &= \varepsilon_{21}x_x + \varepsilon_{22}y_y + \varepsilon_{23}z_z + \varepsilon_{24}y_z + \varepsilon_{25}z_x + \varepsilon_{26}x_y \\ \pi_z &= \varepsilon_{31}x_x + \varepsilon_{32}y_y + \varepsilon_{33}z_z + \varepsilon_{34}y_z + \varepsilon_{35}z_x + \varepsilon_{36}x_y \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

kde  $\varepsilon_{ij}$  slují *piezoelektrické konstanty*.



Obr. 3.

Měření podává však vztahy mezi nábojem t. j. mezi  $\pi_x$ ,  $\pi_y$ ,  $\pi_z$  a mezi mechanickými tlaky, které deformaci způsobují a které jsou kompenzovány elastickými napětími. Zavedeme-li tedy do počtu místo těchto tlaků záporná elastická napětí  $-X_x$ ,  $-Y_y$ ,  $-Z_z$ , ..., která jsou podle Hookova zákona lineárními funkcemi elastických deformací  $x_x$ ,  $y_y$ ,  $z_z$ , ..., můžeme psát (po provedení této transformace):

$$\left. \begin{aligned} -\pi_x &= d_{11}X_x + d_{12}Y_y + d_{13}Z_z + d_{14}Y_z + d_{15}Z_x + d_{16}X_y \\ -\pi_y &= d_{21}X_x + d_{22}Y_y + d_{23}Z_z + d_{24}Y_z + d_{25}Z_x + d_{26}X_y \\ -\pi_z &= d_{31}X_x + d_{32}Y_y + d_{33}Z_z + d_{34}Y_z + d_{35}Z_x + d_{36}X_y \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

kde  $d_{ij}$  slují *piezoelektrické moduly*.

Počet konstant  $\varepsilon_{ij}$  resp.  $d_{ij}$  se zmenší v důsledku speciálních vlastností toho kterého krystalu; pro křemen, krystalující v soustavě trigonálně trapezoedrické, platí podle Voigta

$$d_{11} = d_{11}, \quad d_{12} = -d_{11}, \quad d_{14} = d_{14}, \quad d_{25} = -d_{14}, \quad d_{26} = -2d_{11}, \\ d_{13} = d_{15} = d_{16} = d_{21} = d_{22} = d_{23} = d_{24} = d_{31} = d_{32} = d_{34} = d_{35} = d_{36} = 0,$$

takže rovnice (4) nabývají tvaru

$$\left. \begin{aligned} \pi_x &= -d_{11}(X_x - Y_y) - d_{14}Y_z \\ \pi_y &= d_{14}Z_x + 2d_{11}X_y \\ \pi_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Z rovnice (5) plynou okamžitě zákony Curieovy (klademe-li osu  $x$  do směru elektrické osy  $E$ , osu  $y$  do směru kolmého k ose elektrické a optické, obr. 2):

1. Působíme-li na stěnu  $ABCD$  o ploše  $tt'$  silou  $F_x$ , jest  $F_x = -X_x \cdot tt'$ ,  $X_y = Y_y = Y_z = Z_x = 0$ , takže

$$\pi_x \cdot tt' = Q = d_{11}F_x, \quad (6)$$

což je v úplném souhlasu s rovnicí (1), klademe-li  $k = d_{11}$ .

2. Působíme-li na stěnu  $FADH$  o ploše  $lt'$  silou  $F_y$ , jest  $F_y = -Y_y \cdot lt'$ ,  $X_x = Y_z = Z_x = X_y = 0$ , takže

$$\pi_x \cdot lt' = -d_{11}F_y.$$

Náboj na ploše  $ABCD$  jest  $Q = \pi_x \cdot tt'$ , takže

$$Q = -d_{11} \frac{t}{l} F_y, \quad (7)$$

opět v úplném souhlasu s rovnicí (2), kde opět  $d_{11} = k$ .

3. Třetí rovnice ze systému (5) potvrzuje třetí pravidlo Curieovo.

## 2. Reciprokový zjev piezoelektrický.

Pro užití křemenných krystalů ve vysokofrekvenční technice je však nejdůležitější t. zv. *reciproký zjev piezoelektrický*, předpověděný z termodynamických úvah Lippmannem. Spočívá v tom, že elektrické napětí, které vložíme na plochy kolmé k ose elektrické, způsobí dilataci resp. kompresi deštičky; důkaz existence tohoto zjevu ve směru osy  $x$ -ové (obr. 2.) zde stručně podávám.

Uvažujme deštičku křemennou, základní tloušťky  $l_0$ , okamžité tloušťky  $l$ , jejíž stěny  $ABCD$  a  $FGH$  (obr. 2.) nechť mají pro jednoduchost jednotkovou plochu; podrobíme je tlaku  $f_x$  a uvedeme na potenciál  $V$ , takže na polepech vznikne náboj  $\sigma = CV$  (= hustotě, neboť plocha je jednotková), a hledejme relativní prodloužení  $x_x = (l - l_0)/l_0$  jakožto funkci napětí  $V$ .

Tento termodynamický systém je charakterisován veličinami  $f_x$ ,  $V$  a  $T$  (absolutní temperatura), které budeme považovat za nezávislé proměnné, a které změníme o  $df_x$ ,  $dV$ ,  $dT$ . Tím vykoná systém práci, která se bude skládati: jednak z mechanické práce

$$f_x dl = f_x \left( \frac{\partial l}{\partial T} dT + \frac{\partial l}{\partial f_x} df_x + \frac{\partial l}{\partial V} dV \right), \quad (8)$$

jednak z práce elektrické, kterou nutno podrobněji uvážiti. Zvětší-li se potenciál  $V$  na  $V + dV$ , zvětší se tím náboj  $\sigma$  o  $d\sigma$ , takže systém vykoná práci  $-V d\sigma$ . Je-li však deštička sama piezoelektrická, má zvýšení tlaku za následek stoupnutí náboje o  $d\pi_x$  (neboť plocha je jednotková, takže náboj = hustotě náboje = polarisaci  $\pi_x$ ), takže zdroj dodá pouze náboj  $(d\sigma - d\pi_x)$ , čili systém vykoná pouze práci

$$-V(d\sigma - d\pi_x). \quad (9)$$

Podle první věty termodynamické množství dodaného tepla  $dQ$  se spotřebuje na zvýšení vnitřní energie  $dU$  a na vykonání práce  $dA$ , takže

$$dQ = dU + dA$$

čili podle (8) a (9)

$$\begin{aligned} dQ &= dU + f_x dl + V d(\pi_x - \sigma) = d\bar{U} - l df_x - (\pi_x - \sigma) dV = \\ &= \frac{\partial \bar{U}}{\partial T} dT + \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial f_x} - l \right) df_x + \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial V} - (\pi_x - \sigma) \right) dV, \end{aligned} \quad (10)$$

označíme-li

$$\bar{U} = U + f_x l + V(\pi_x - \sigma).$$

Zavedeme-li do počtu entropii  $S$  vztahem

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad (11)$$

porovnáme-li rovnice (10) a (11) a vyloučíme-li entropii  $S$  a vnitřní energii  $U$  dvakrát po sobě opakovaným derivováním, obdržíme

$$\frac{\partial l}{\partial V} = \frac{\partial \pi_x}{\partial f_x} - \frac{\partial \sigma}{\partial f_x}, \quad (12)$$

Člen  $\partial \sigma / \partial f_x$ , který souvisí s elektrostrikcí, je zanedbatelný vůči členu  $\partial \pi_x / \partial f_x$ , který souvisí s piezoelektrikou, takže dostáváme konečnou rovnici

$$\frac{\partial l}{\partial V} = \frac{\partial \pi_x}{\partial f_x}$$

čili

$$\frac{\partial (l - l_0)}{l_0} = \partial x_x = \frac{\partial \pi_x}{\partial f_x} \cdot \partial \left( \frac{V}{l_0} \right) = \frac{\partial \pi_x}{\partial f_x} \partial \mathfrak{E}_x, \quad (13)$$

zavedeme-li relativní prodloužení  $(l - l_0) / l_0 = x_x$  a elektrickou sílu  $\mathfrak{E}_x = V / l_0$ . Ježto  $f_x \cdot t t' = F_x$ , jest podle rovnice (6)  $\partial \pi_x / \partial f_x = d_{11}$  takže integrací rovnice (13) plyne

$$x_x = d_{11} \mathfrak{E}_x, \quad (14)$$

t. j. relativní prodloužení uvažované deštičky ve směru osy  $x$  způsobené elektrickou silou  $\mathfrak{E}_x$  jest této síle úměrné; konstanta úměrnosti jest již známá konstanta piezoelektrická  $d_{11} = k$ .

Reciproký zjev piezoelektrický byl skutečně objeven opět bratřími Curieovými, kteří jej popsali takto:

„... Naše poslední pokusy ukazují, že obráceně, vložíme-li elektrické náboje opačného znamení na konce osy poloměrného krystalu, krystal se směrem této osy kontrahuje resp. dilatuje podle směru, ve kterém bylo napětí na krystalu aplikováno,

Smysly obou reciprokových zjevů jsou mezi sebou vázány obecným pravidlem, jehož znění přejímáme od Lippmanna, a které není než zobecněním pravidla Lenzova:

Smysl (rozumí se zde smysl deformace, t. j. jedná se buď o kontrakci nebo o dilataci) je vždy takový, že zjev reciproký se snaží zabránit vzniku zjevu direktního a naopak...“

P. a J. Curie zjistili dále, že

1. prodloužení  $\delta_x$  ve směru osy elektrické způsobené napětím  $V$  je dáno výrazem

$$\delta_x = kV, \quad (15)$$

což je v úplném souhlasu s rovnicí (14), neboť

$$\delta_x = l - l_0 = d_{11} l_0 \mathfrak{E}_x = kV. \quad (16)$$

2. Napětí  $V$  ve směru osy  $x$ -ové způsobí dilataci resp. kontrakci ve směru kolmém k ose elektrické a optické velikosti

$$\delta_y = -k \frac{t}{l} V. \quad (17)$$

což lze analogicky jako v případě deformace ve směru osy  $x$ -ové dokázati z úvah Lippmannových.

3. Napětí ve směru osy optické nezpůsobuje deformací.

### 3. Vlastní frekvence křemenných deštiček.

Tím jsme se dosud zabývali elektrostatickými zjevny pozorovanými ať už při direktním či reciprokém zjevu piezoelektrickém. První, kdo užil střídavého napětí na polepech kondensátoru s piezoelektrickým dielektrikem za tím účelem, aby uvedl křemennou deštičku do vynucených mechanických kmitů, byl Langevin (1917).

Deštička z křemene, jehož modul elasticity je

$$E = 8 \cdot 10^{11} \text{ cm g}^{-1} \text{ sec}^{-2},$$

specifická hmota  $\sigma = 2.65 \text{ g cm}^{-3}$ , rychlost šíření vln křemenem  $v = \sqrt{E/\sigma} = 545.000 \text{ cm sec}^{-1}$ , může totiž vykonávati, jsou-li její dimense vhodně voleny, mechanické kmity o frekvenci několik set tisíc kmitů za sekundu. Frekvence  $n$  těchto kmitů souvisí s dobou kmitovou  $\tau$ , rychlostí  $v$ , kterou se elastické vlny křemenem šíří, a délkou vlny  $\lambda$  vztahem

$$n = \frac{1}{\tau} = \frac{v}{\lambda}. \quad (18)$$

Poněvadž křemenná deštička délky  $l$  (obr. 2) kmitá tak (jako na př. tyč na obou koncích volná), že její základní vlna  $\lambda = 2l$ , jest podle vztahu (18) základní frekvence mechanických kmitů této deštičky

$$n_0 = \frac{v}{2l} = \frac{545.000 \text{ cm sec}^{-1}}{2l \text{ cm}} = \frac{2725}{l_{\text{mm}}} \text{ kilocyklů}, \quad (19)$$

měříme-li  $l$  v  $\text{mm}$ . Vložíme-li tudíž na tuto deštičku střídavé napětí, jehož frekvence je blízká frekvenci  $n_0$ , pak se deštička v důsledku svých piezoelektrických vlastností deformuje a sice tak, že deformace sledují změny elektrického napětí, čili deštička se rozkmitá ve vynucených kmitech.

Poněvadž existují dva směry  $l$  a  $t$ , ve kterých jeví deštička piezoelektrické deformace, existují tudíž také dva druhy mechanických kmitů. Kmity ve směru  $l$  nazýváme *longitudinální*, kmity ve směru  $t$  *transversální* (viz obr. 2.) podle označení Cadyho

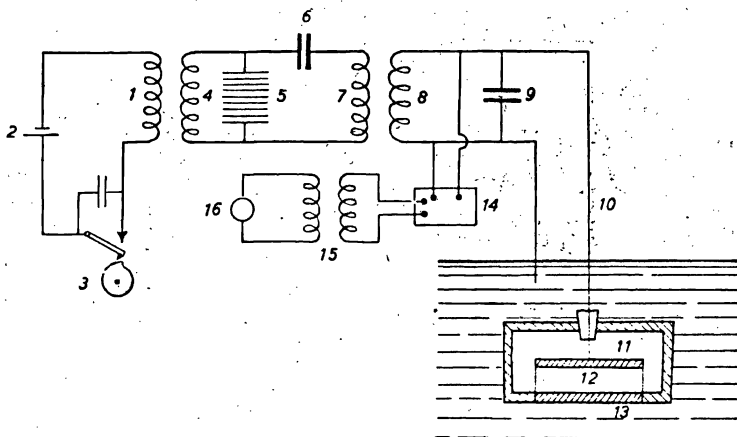


(1922). Jednoduché formule (19) velmi pěkně souhlasí s formulami, které získal experimentálně Hund, a které pro deštičku obdélníkovou dávají frekvenci vzorci

$$f_t = \frac{2870 \pm 50}{l}, \quad f_t = \frac{2785 \pm 300}{t}. \quad (20)$$

Je zajímavo, že Hund objevil vedle těchto dvou frekvencí ještě třetí základní frekvenci

$$f_{t'} = \frac{2945 \pm 300}{t'}, \quad (21)$$



Obr. 4.

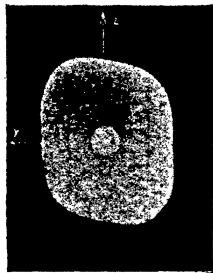
o níž se domnívá, že existuje ve směru optické osy krystalu. Délky  $l$ ,  $t$ ,  $t'$  se měří v  $mm$ , frekvence je pak dána v kilocyklech.

Langevin užil mechanických kmitů křemenných deštiček k měření hloubek mořských velmi důmyslným zařízením, které v nynějším provedení zaznamenává hloubku mořskou automaticky, takže je zavedeno téměř na všech větších parnicích. Schematicky je znázorněno na obr. 4, kde značí: 1 primární cívku Ruhmkorffova induktoru, 2 zdroj stejnosměrného napětí, 3 přerušovač proudu, 4 sekundární cívku, která budí oscilační kruh elektrickým nárazem, 5 vyhasínající jiskřiště Wienovo, 6 a 7 oscilační kruh, který působí na oscilační kruh 8 a 9, paralelně ke kondensátoru tohoto kruhu je připojen kondensátor s piezoelektrickým krystalem, 12 křemenná deštička, která leží mezi ocelovými deštičkami 11 a 13, 14 zesilovač, který je spojen přes transformátor 15 s oscilografem 16.

Přerušením proudu v 3 vzniknou v 8 a 9 oscilace (trvající nejvýš tisícinu sekundy), které rozkmitají křemennou deštičku a jsou zaznamenány oscilografem. Kmity deštičky se přenesou na vodu, kterou se šíří až ke dnu, kde se odrazí, vrátí se ke křemenné deštičce a způsobí v důsledku reciprokého zjevu piezoelektrického novou výchylku oscilografu. Z doby  $t$  mezi oběma záznamy oscilografu a rychlosti  $v$  šíření zvukových vln ve vodě vypočteme hloubku mořskou podle vzorce  $h = \frac{1}{2}vt$ . Vhodným zařízením lze dosáhnouti toho, že je možno na grafu odečítati přímo hloubku mořskou.



Obr. 5.



Obr. 6.

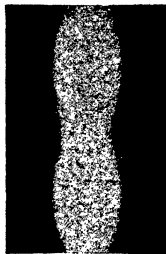
#### 4. Zjevy doprovázející kmitání křemenných deštiček.

Kmity křemenných deštiček je možno, abych tak řekl, učiniti viditelnými, všimneme-li si zjevů, které kmitání deštiček doprovázejí.

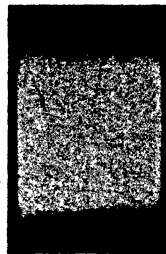
Podle analogie kmitání kovových desek získal Crossley (1928) „Chladního obrazce“ i na křemenných deštičkách, které posypával jemným práškem — nejlépe plavuní —, a z vytvořených obrázků soudil na způsob kmitání křemenných deštiček (obr. 5). Straubel (1931) ukázal tímto způsobem, že není výhodné užívati deštiček pravoúhlých resp. kruhových, nýbrž deštiček zvláštního tvaru, jak ukazuje obr. 6, kde od středu deštičky jsou nanесeny  $\sqrt{E}$  ( $E$  = modul elasticity, neboť  $v = \sqrt{E/\sigma}$  (19)). Pak vzniká na deštičce jediný uzlový bod uprostřed deštičky, která kmitá v jediné frekvenci na rozdíl od deštiček pravoúhlých, které sice podle (20) a (21) mohou kmitati pouze ve třech frekvencích, ve skutečnosti však kmitají v mnoha frekvencích. Tak na př. deš-

tičku  $t = 2.5 \text{ cm}$ ,  $t' = 2.5 \text{ cm}$ ,  $l = 0.57 \text{ cm}$  ( $\lambda = 600 \text{ m}$ ) jsem rozkmital ve směru osy elektrické, t. j. v longitudinálních kmitech ve 14 různých, velmi blízkých frekvencích.

Tyto frekvence lze velmi pohodlně sledovati optickou cestou. Vztahy mezi optickými a piezoelektrickými vlastnostmi byly totiž studovány záhy po objevení piezoelektriny v lineárně polarisovaném světle rovnoběžném Röntgenem (1883), ve světle sbíhavém Kundtem (1883). Oba ukázali, že stejnosměrné, dostatečně vysoké napětí, které vložíme na deštičku ve směru její elektrické osy, způsobí v deštičce změnu dvojlomu tlakem (t. zv. náhodný dvojlom), t. j. křemen stává se v důsledku svých piezoelektrických vlastností dvojosým.



Obr. 7a.



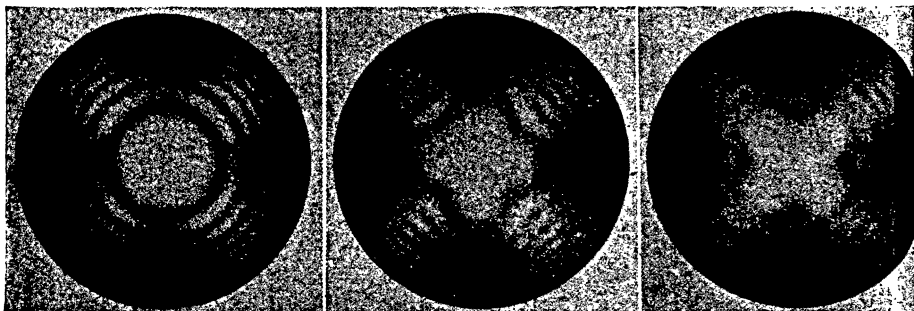
Obr. 7b.

Tawil (1926) pozoroval kmitající křemenné deštičky v lineárně polarisovaném světle rovnoběžném buď ve směru osy elektrické nebo optické. Objevily prý se mu velmi zajímavé obrázky (nepodává jejich fotografie), které byly jednoznačně přiřaděny jednotlivým vlnám. Obr. 7a podává fotografii tohoto zjevu, kterou jsem získal na deštičce ( $l = 5.74 \text{ mm}$ ,  $t = 10.37 \text{ mm}$ ,  $t' = 11.03 \text{ mm}$ ) při longitudinálních kmitech s polepy kolnými k ose elektrické. Světlo procházelo ve směru osy optické, stočení polarisační roviny bylo vykompensováno deštičkou stejné tloušťky, opačně stáčejíci polarisační rovinu, takže deštička se jevila úplně tmavá. Byla-li rozkmitána, objevil se obr. 7a. Obdobné obrázky lze získati za téhož uspořádání pro transversální kmity (obr. 7b), po případě pro kmity harmonické.

Pozorujeme-li deštičku ve sbíhavém polarisovaném světle, objeví se známé soustředné kruhy, jak ukazuje obr. 8. Jsou-li polepy kolny k elektrické ose, pak ať rozkmitáme deštičku v longitudinálních či transversálních kmitech, objeví se vždy obr. 9, jsou-li polepy rovnoběžné s elektrickou osou, vždy obr. 10. Tyto zjevy jsou ve zvláštním vztahu k výsledkům práce

Kundtovy, a poněvadž dosud nebyly nikým pozorovány, pojednám o nich podrobněji ve zvláštní práci.

V r. 1926 pozoroval Meissner, že kmitající deštička počala zpívati velmi vysokým tónem, resp. že kolem ní vznikaly vzdušné proudy, které způsobily, že polohu deštičky mezi polepy pozměnily, po případě ji roztočily. Meissner sestavil na tomto principu malou hračku — krystalový motorek. Tento zjev je způsoben tím, že kolem kmitající deštičky vzniká akustické pole; zvukové vlny, které vycházejí od stěny deštičky, však vykazují nesymetrické rozdělení vzhledem k ose deštičky, čímž se vysvětluje vznik vzdušných



Obr. 8.

Obr. 9.

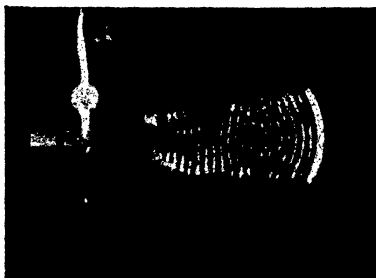
Obr. 10.

proudů kolem deštičky (obr. 5). Příčiny této nesymetrie tkví v tom, že deštička, je-li broušena tak, jak ukazuje obr. 2, kmitá velice komplikovaně (obr. 5), je-li však broušena dle návodu Straubelova (obr. 6), je i pole kolem deštičky pravidelné a možno velice krásně vytvořiti stojaté vlny, jak ukazuje obr. 11, vyreprodukovaný z práce Straubelovy. Tyto akustické vlny, jejichž vlnová délka může býti tak malá, že jsou ultrasonorní, šíří se přibližně stejnou rychlostí jako vlny oboru slyšitelnosti a rozkmitají, mají-li vhodnou frekvenci, i jinou křemennou deštičku. Mohou však dokonce nejen amplitudu, ale i vlastní frekvenci křemenné deštičky ovlivnit, takže při deštičkách, sloužících za normály frekvence, nutno i na tuto okolnost dávatí bedlivý pozor.

Pro kontrolu vlny vysilače a zvláště pak pro velmi přesné určování jeho frekvence má eminentní význam světélkování kmitající křemenné deštičky ve zředěném plynu, které objevili Giebe a Scheibe (1925). Cady doporučoval, aby polepy byly na křemenné deštičce direktně přiloženy, ovšem tak, aby neomezovaly kmitání deštičky; někteří fysikové dokonce plochy, na něž vkládají elektrická napětí, pokovují. Giebe a Scheibe umísťují křemennou deštičku mezi polepy tak, že na každé straně zůstane nejméně 0,5 mm

mezera. V této úpravě ji montují do skleněné baničky, v níž je velmi zředěný neon, který se snadno uvádí do doutnavého výboje. Připojíme-li takto upravený křemenný resonátor paralelně k cívce o větší samoindukci, kterou spráhneme s generátorem, tu v resonanci tento resonátor velmi pěkně světélkuje mezi polepy a deštičkou (obr. 12).

Tento zjev si můžeme vysvětliti následovně. Střídavé pole mezi polepy způsobí deformace deštičky, které při resonanci přejdou v elastické kmity deštičky. Tyto kmity vyvolají v důsledku direktního zjevu piezoelektrického na stěnách deštičky střídavá



Obr. 11.



Obr. 12.

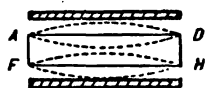
napětí, která jsou příčinou doutnavého výboje. Poněvadž deformace jsou největší uprostřed deštičky a k jejím hranám se zmenšují, je i světélkování největší uprostřed deštičky a k jejím hranám se zmenšuje.

### 5. Buzení vyšších harmonických kmitů.

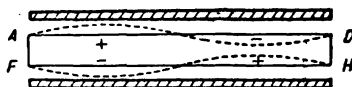
Kdybychom se pokusili rozkmitati deštičku, opatřenou po obou plochách  $ABCD$  a  $FGH$  kovovými polepy, v první harmonické, resp. v lichých harmonických vůbec, nepotkali bychom se s úspěchem. V druhé, čtvrté, zkrátka v sudé harmonické se deštička rozkmitá.

Giebe a Scheibe šli po příčině tohoto zjevu, a vyložili jej na základě světélkování deštičky ve vakuu takto: Kmitá-li deštička v základní frekvenci  $n_0$ , pak je největší komprese resp. dilatace uprostřed deštičky, jak naznačuje obr. 13. U harmonické frekvence  $2n_0$  je deformace asi toho typu, jak ukazuje obr. 14. Kdyby byl tedy po obou stranách po celé délce deštičky jediný pól, tu muselo by totéž elektrické pole na jedné polovině deštičky způsobiti kompresi na druhé dilataci, což není možné.

Proto se nepodařilo Giebemu a Scheibemu ve frekvenci  $2n_0$  deštičku rozkmitati; stalo se tak jen tehdy, byla-li v uspořádání nějaká náhodná nesymetrie. Proto upravili jmenovaní



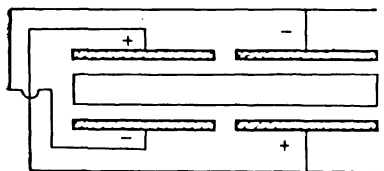
Obr. 13.



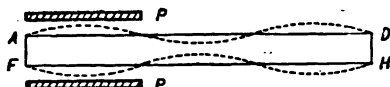
Obr. 14.

autoři polepy tak, jak ukazuje obr. 15, a deštičku bylo pak možno skutečně rozkmitati; analogicky byly upraveny polepy při ostatních lichých harmonických.

Při sudých harmonických nemusíme bráti zřetel ke tvaru polepů, neboť na př. deštička kmitá pro druhou harmonickou  $3n_0$  ve tvaru, jak ukazuje obr. 15. Je tudíž již ve zjevu samém,



Obr. 15.



Obr. 16.

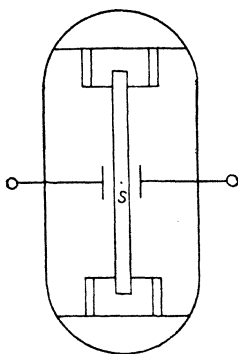
stejně jako při základní frekvenci, nesymetrie tím, že počet dilatací a kontrakcí se liší o 1. Proto se dají v uspořádání podle obr. 13 buditi sudé harmonické až do vysokých řádu, stačí však užívati docela malé polepy, jak ukazuje obr. 16. Jako příklad uvádím z práce Giebeho a Scheibeho obrázek deštičky, kmitající v 33. harmonické frekvenci (obr. 17).



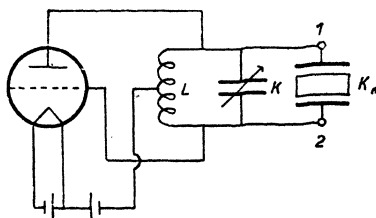
Obr. 17.

Aby bylo možno buditi jak liché, tak sudé vyšší harmonické, aniž by bylo třeba měniti polepů, užili Giebe a Scheibe malých polepů, které umístili malinko od středu  $S$  křemenné deštičky,

kteřou upevnili na hedvábná vlákna do malé skleněné baničky, kteřou naplnili zředěným neone (obr. 18). Potřebné budící napětí je cca 30—100 voltů. Obor, v němž se udržuje světélkování, obnáší při nejmenších budících napětích asi  $0,05\%$  po obou stranách maxima světélkování, přesnost, s kteřou lze nastavit frekvenci pomocí rezonátoru, je cca  $0,01\%$ ; vlastní frekvence rezonátoru je udávána s přesností  $0,1\%$ .



Obr. 18.



Obr. 19.

## 6. Aplikace v oboru vysokofrekvenční techniky.

V oboru vysoké frekvence se užívá křemenných deštiček jakožto rezonátorů ke kontrole vlny vysilače, jakožto normálů frekvence, jakožto stabilisátorů frekvence a jakožto oscilátorů.

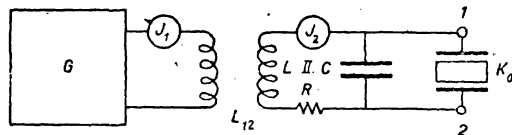
### a) Křemenné deštičky jakožto rezonátory a normály frekvence.

Užití piezoelektrických krystalů ve vysoké frekvenci je zásluhou Cadyho (1922). Křemennou deštičku, broušenou podle obr. 2, vložíme mezi dva polepy a připojíme mezi body 1 a 2 paralelně ke kondensátoru v generátoru s vlastním buzením (na př. v Hartleyově spojení s iduktivní zpětnou vazbou, obr. 19); vyslanou vlnu přijímáme přijímačem stojícím nablízku. Měníme-li spojitě kapacitu  $K$  v oscilačním kruhu generátoru, t. j. měníme-li spojitě frekvenci generátoru na př. od hodnot vyšších k hodnotám nižším než je vlastní frekvence křemenné deštičky, tu se ozve v okamžiku rovnosti obou frekvencí „cvaknutí“ (angl. „click“) v přijímači. Cady vykládal toto cvaknutí zpětným působením kmitající křemenné deštičky na generátor.

Giebe a Scheibe, kteří užili toho zjevu k určování, zda určitá látka jeví piezoelektrické vlastnosti, vykládají tento zjev

takto: Křemenná deštička, která má velice malý útlum (její logaritmický dekrement je řádu  $10^{-4}$ ), kmitá ve vlastní frekvenci ještě určitou dobu potom, když už jsme, měníce frekvenci generátoru, resonanci překročili. Je tudíž dána možnost interference kmitů daných generátorem a kmitů daných deštičkou, které se v okolí resonance velmi málo od sebe liší a způsobují v přijimači cvaknutí.

Giebe a Scheibe objevili tímto způsobem piezoelektrické vlastnosti na celé řadě nových látek. Není třeba k tomu ani deštiček zvlášt broušených. Stačí rozdrtit krystal látky, kterou chceme zkoumati, na drobné kousky a nasypati je mezi polepy malého kondensátorku  $K_0$ . Při tom je pravděpodobné, že elektrické osy velkého množství těchto úlomků jsou přibližně orientovány ve směru elektrického pole v kondensátorku  $K_0$ , takže



Obr. 20.

je tu dána možnost při spojitě změně frekvence v generátoru tyto malé oscilátory rozkmitati a sice v důsledku jejich různé velikosti na nejrůznějších vlnách. Ozývá se tudíž při spojitě změně frekvence v generátoru v přijimači neustálé cvakání; tím je charakterisována piezoelektrická látka vůči látce nejvíce piezoelektrických vlastností.

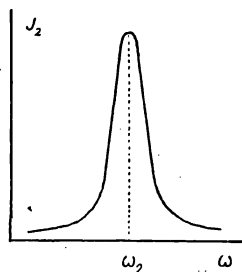
Tento zjev může sloužiti též k tomu, abychom určili (s chybou menší než  $1\%$  při frekvenci řádu jednoho milionu) frekvenci generátoru pomocí křemenné deštičky, jejíž frekvenci přesně známe; neboť při cvaknutí liší se obě frekvence pouze o výšku tónu, kterou slyšíme v přijimači (na př. 500 kmitů za sek.).

Ježto však je při změně kapacity  $K$  těžko určití okamžik, kdy je frekvence právě rovna vlastní frekvenci křemenné deštičky, t. j. kdy nastává cvaknutí, užil Cady ještě jiného způsobu k stanovení resonance, který možno nazvati metodou absorpční.

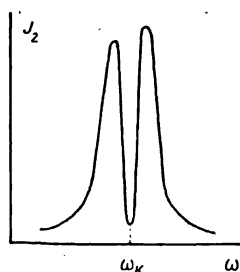
S generátorem  $G$  netlumenných oscilací si spráhneme oscilační kruh  $II$  (obr. 20) a představme si nejprve, že křemenný rezonátor  $K_0$  není ke kondensátoru  $C$  připojen. Měníme-li frekvenci generátoru, dostaneme jednoduchou rezonanční křivku kruhu  $II$ , jejíž maximum nastává pro resonanci, t. j. pro případ, že vlastní frekvence  $\omega_2$  kruhu  $II$  je rovna frekvenci generátoru  $\omega$  (obr. 21 a).



Nyní si připojme k oscilačnímu kruhu  $II$  kondensátor  $K_0$  a nastavme frekvenci  $\omega_2$  velmi přibližně rovnou vlastní frekvenci křemenné deštičky  $\omega_k$ . Měníme-li nyní frekvenci  $\omega$ , dostaneme křivku zakreslenou v obr. 21 b. Minimum této rozštěpené křivky nastává pro onu frekvenci, pro kterou křemenná deštička odebírá kruhu  $II$  maximum energie pro udržení vlastních kmitů, t. j. pro frekvenci rezonanční, kdy  $\omega = \omega_k$ . Známe-li tudíž frek-



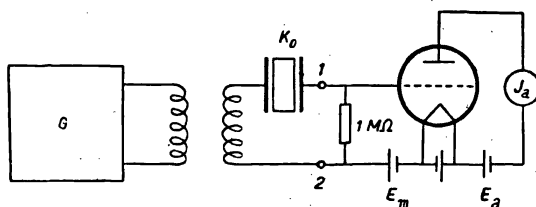
Obr. 21 a.



Obr. 21 b.

venci  $\omega_k$ , je možno nejen frekvenci generátoru stále kontrolovati a konstantně udržovati, ale i velmi přesně určit; tímto způsobem lze dosáhnouti při nastavení frekvence obdivuhodné přesnosti  $0.01\%$ .

Tato přesnost při kontrolování vlny vysilače je až nepřijatelná. Proto byla udána celá řada jiných metod, které umožňují zároveň stanovení rezonanční křivky křemenného rezonátoru.



Obr. 22.

Heegner užil k tomu elektronové lampy v uspořádání naznačeném na obr. 22. Proud  $I_a$  v anodovém kruhu snížíme negativním předpětím mřížky  $E_m$  na minimum. Měníme-li v generátoru frekvenci tak, že se blížíme vlastní frekvenci křemenné deštičky  $K_0$ , tu vznikají na jejích polepech v důsledku direktního zjevu piezoelektrického napětí, která se přenesou na mřížku a způsobí objevení anodového proudu. Měníme-li pak spojitě frekvenci

od hodnot vyšších k hodnotám nižším, než je vlastní frekvence křemenného rezonátoru, projdeme tím rezonanční křivku napětí, analogickou k rezonanční křivce proudové. Maximum napětí na mřížce a tudíž maximum anodového proudu nastává opět, když  $\omega = \omega_k$ , takže tím máme dānu pohodlnou metodu, jak udržeti konstantně vlnu vysilače a přesně ji stanoviti.

Resonanční křivka je velice ostrá a lze z ní stanoviti útlum křemenné deštičky. Meissner udává pro deštičku  $\lambda = 500$  m, logaritmický dekrement longitudálních kmitů  $d_l = 0\cdot0004$ , transversálních kmitů  $d_t = 0\cdot00012$ , kdežto u obyčejného oscilačního kruhu s kapacitou a samoindukcí lze jej velmi těžko snížit pod hodnotu  $d = 0\cdot01$ .

Jestě jednodušeji můžeme věc zařiditi tak, že elektronovou lampu s miliampérmetrem v anodovém kruhu nahradíme mezi body 1 a 2 krystalovým detektorem s paralelně připojeným galvanometrem, po případě můžeme užiti doutnavé lampy.

Nejpohodlněji a zároveň nejpřesněji lze ovšem konstantně udržovati a určovati frekvenci vysilače užitím světélkujících rezonátorů, které konstruovali Giebe a Scheibe (obr. 18) a o kterých bylo podrobně referováno v odstavci 4 resp. 5.

#### b) Elektrické náhradní schema křemenné deštičky.

Ze všech dosavadních experimentálních faktů je patrné, že se piezoelektrická deštička chová jako oscilační kruh dané frekvence a velmi malého útlumu.

Matematicky lze skutečně ukázati, že je možno po elektrické stránce nahraditi křemennou deštičku kapacitami  $K_k$  a  $K_1$ , samoindukcí  $L_k$  a ohmickým odporem  $R_k$  ve spojení naznačeném na obr. 23.

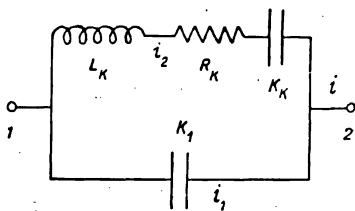
Aby na polepech kondensátoru kapacity  $K_1$  vzniklo napětí  $V$ , je třeba dodatí náboj  $Q = K_1 V$ . Je-li dielektrikem látka

piezoelektrická, vznikne působením napětí  $V$  na deskách kondensátoru ještě náboj  $Q_2$ , vybavený v důsledku piezoelektrické deformace, kterou způsobilo napětí  $V$ ; tento náboj je nutno kompensovati a tudíž celkem dodatí náboj

$$Q = K_1 V + Q_2. \quad (22)$$

Působí-li na polepech střídavé napětí  $v$ , tu pro obyčejný kondensátor je dána okamžitá hodnota intenzity vzorcem

$$i = K_1 \frac{dv}{dt}.$$



Obr. 23.

Je-li dielektrikem křemenná deštička, je podle (22)

$$i = K_1 \frac{dv}{dt} + \frac{dq_2}{dt} = i_1 + i_2, \quad (23)$$

kde  $q_2$  značí okamžitou hodnotu náboje  $Q_2$ . Z této rovnice je patrné, že můžeme nahraditi křemennou deštičku dvěma kruhy, paralelně k sobě připojenými, jeden je tvořen kondensátorem  $K_1$ , jehož dielektrikem je křemenná deštička, druhý kruh, jímž protéká intensita  $i_2$ , nutno blíže vyšetřiti.

Třebaže křemenná deštička kmitá velice komplikovaně, jak je patrné z obr. 5, přece (zvláště, je-li vhodně broušena, obr. 6) můžeme si její mechanické kmity formulovati jako jednoduchý harmonický pohyb způsobený periodickou, mechanickou silou  $f_x$ . Této síle odpovídá podle Hookova zákona prodloužení ve směru osy  $x$ -ové (obr. 2)

$$\delta_x = af_x \quad (a = \text{konst.}), \quad (24)$$

které podle (16) je úměrné napětí  $v$

$$\delta_x = kv, \quad (25)$$

takže

$$f_x = Av, \quad A = \frac{k}{a}. \quad (26)$$

Zní tedy rovnice pro kmitavý, mechanický pohyb křemenné deštičky

$$\alpha \frac{d^2\delta_x}{dt^2} + \beta \frac{d\delta_x}{dt} + \gamma\delta_x = f_x = Av, \quad (27)$$

kde  $\alpha$  je úměrné hmotě,  $\beta$  útlumu a  $\gamma$  elastickým silám vzbu-  
ným deformací. Podle (1) a (24) je

$$q_2 = kf_x = A\delta_x, \quad (28)$$

takže

$$i_2 = A \frac{d\delta_x}{dt}.$$

Dosadíme-li do rovnice (27), jest

$$\frac{\alpha}{A^2} \frac{d^2i_2}{dt^2} + \frac{\beta}{A^2} \frac{di_2}{dt} + \frac{\gamma}{A^2} i_2 = \frac{dv}{dt}. \quad (29)$$

Uvažujme nyní, jak naznačeno na obr. 23, větev mezi body 1 a 2 se samoindukcí  $L_k$ , odporem  $R_k$  a kapacitou  $K_k$ , při čemž mezi body 1 a 2 působí napětí  $v$ ; pak

$$L_k \frac{di_2}{dt} + R_k i_2 + v_2 = v,$$

kde

$$q_2 = K_k v_2, \quad i_2 = dq_2/dt,$$

takže

$$L_k \frac{d^2 i_2}{dt^2} + R_k \frac{di_2}{dt} + \frac{i_2}{K_k} = \frac{dv}{dt}. \quad (30)$$

Porovnáme-li rovnice (29) a (30), jest

$$L_k = \frac{\alpha}{A^2}, \quad R_k = \frac{\beta}{A^2}, \quad K_k = \frac{A}{\gamma^2}. \quad (31)$$

Tím je dokázáno, že lze nahraditi křemennou deštičku po elektrické stránce kondensátorem  $K_1$  k němuž je paralelně připojen kruh skládající se ze samoindukce  $L_k$ , odporu  $R_k$  a kapacity  $K_k$ , daných vzorci (31).

Pro křemennou deštičku, broušenou tak, jak ukazuje obr. 2, a kmitající v longitudinálních kmitech, udává Cady formule

$$L_k = 130 \frac{l^3}{tt'} H$$

$$R_k = 130.000 \frac{l}{tt'} \Omega$$

$$K_k = 0.0022 \frac{tt'}{l} \mu\mu F$$

$$K_1 = 0.4 \frac{tt'}{l} \mu\mu F,$$

měříme-li  $l$ ,  $t$ ,  $t'$  v *cm*.

Pro křemennou deštičku rozměrů:  $l = 5.74_5 \text{ mm}$ ,  $t = 25.0 \text{ mm}$ ,  $t' = 25.0 \text{ mm}$  je podle těchto vzorců  $L_k = 3.94 H$ ,  $R_k = 11.940 \Omega$ ,  $K_k = 0.0239 \mu\mu F$ ,  $K_1 = 4.35 \mu\mu F$ ,  $\omega_k = 3.18_4 \cdot 10^6 \text{ p/s}$ . Z toho je okamžitě patrné, že není možno skutečně provésti takovou náhradu, neboť cívka o samoindukci  $L_k = 3.94 H$  by měla vlastní kapacitu mnohokrát větší, než jsou nepatrné hodnoty kapacit  $K_k$  a  $K_1$ .

Užitečnost náhradního schematu poznáme ihned, spočítáme-li si jako příklad spojení pro absorpční metodu stanovení resonance, jak je zakresleno v obr. 20; kondensátor  $K_0$  s křemennou deštičkou mezi body 1 a 2 si myslíme nahrazen náhradním schematem (obr. 23). Pak je

$$K_0 = \frac{R_k + j\omega L_k + \frac{1}{j\omega K_k} + \frac{1}{j\omega K_1}}{R_k + j\omega L_k + \frac{1}{j\omega K_k}} K_1$$

aneb, zanedbáme-li odpor  $R_k$ , je

$$K_0 = K_k \frac{1 - L_k K_1 \omega^2 + \frac{K_1}{K_k}}{1 - L_k K_k \omega^2}. \quad (32)$$

Tento výraz se rovná pro

$$\omega = 0 \quad K_0 = K_k + K_1,$$

$$\omega_k = 1/\sqrt{L_k K_k} \quad K_0 = \infty \text{ (vlastní frekvence křem. deštičky),}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_k K_k}} \cdot \sqrt{\frac{K_1 + K_k}{K_1}}, \quad K_0 = 0,$$

$$\omega = \infty, \quad K_0 = K_1,$$

takže  $K_0$  jakožto funkce  $\omega$  má průběh, jak ukazuje obr. 24.

Pro vlastní frekvenci  $\omega_k$  křemenné deštičky se stává  $K_0$  nekonečně velkým, neboť jsme zanedbali odpor  $R_k$ .

Označíme-li  $C$  kapacitu,  $L$  úhrnnou samoindukci a  $R$  úhrnný odpor kruhu II, je intenzita  $\mathfrak{S}_2$  dána výrazem

$$\mathfrak{S}_2 = - \frac{j\omega L_{12} \mathfrak{S}_1}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega \gamma}},$$

$$\text{kde } \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{C} + \frac{1}{K_0}, \text{ takže}$$

$$y = \left| \frac{\mathfrak{S}_2^2}{\mathfrak{S}_1^2} \right| = \frac{\omega^2 L_{12}^2}{R^2 + \frac{1}{\omega^2} \left( L\omega^2 - \frac{1}{\gamma} \right)^2}.$$

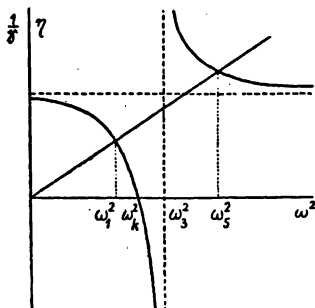
Minimum tohoto výrazu je tam, kde jeho jmenovatel nabývá maxima, t. j. pro  $\gamma = 0$ , čili pro  $K_0 = -C$ , t. j. podle (32) pro

$$\omega_3 = \omega_k \sqrt{1 + \frac{K_k}{C + K_1}} \doteq \omega_k, \quad (33)$$

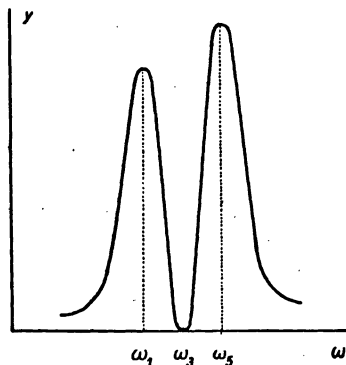
neboť  $K_k/(C + K_1)$  je řádu  $10^{-4}$  (pro uvedenou deštičku je  $K_k = 2.39 \cdot 10^{-2} \mu\mu F$ ,  $K_1 = 4.35 \mu\mu F$ , kapacita  $C$  je pro frekvenci  $\omega_k = 3.18 \cdot 10^6$  p/s řádově  $5 \cdot 10^2 \mu\mu F$ ).

Maximum nastává, kde jmenovatel nabývá minima, t. j. pro  $L\omega^2 = 1/\gamma$ . Průběh  $1/\gamma$  jakožto funkce  $\omega^2$  je vzhledem k průběhu  $K_0$  jakožto funkce  $\omega$  (obr. 24) dán obr. 25. Zaneseme-li do tohoto obrazu též přímku  $\eta = L\omega^2$ , protne křivku  $1/\gamma$  pro  $\omega_1$  a pro  $\omega_0$ , a to jsou právě hledané body, pro které  $L\omega^2 = 1/\gamma$ , a pro které  $y$  nabývá maxima.

Ježto pro  $\omega = 0$  je  $y = 0$ , pro  $\omega = \infty$  je  $y = L_{12}^2/L_3^2 < 1$ , je průběh  $y$  jakožto funkce  $\omega$  dán křivkou zanesenou v obr. 26. Je-li vazba mezi generátorem a kruhem  $II$  velmi volná, pak je  $\mathfrak{S}_1$  konstantní a  $\mathfrak{S}_2$  jakožto funkce  $\omega$  má tentýž průběh jako  $y$ . Dostáváme tudíž teoreticky křivku úplně shodnou s křivkou v obr. 21 b) získanou experimentálně. Mimo to však víme, že v minimu, t. j. pro  $\omega_3$ , se liší frekvence  $\omega$  od vlastní frekvence  $\omega_k$  křemenné deštičky řádově o 0·01%. Známe-li tudíž přesně vlastní frekvenci křemenné deštičky, kterou zaručují dodávající firmy na 0·1% (možno ji též nechati kontrolovati v P. T. R.), známe tím i velice přesně vlnu vysilače.



Obr. 25.



Obr. 26.

### c) Stabilisace frekvence vysilače.

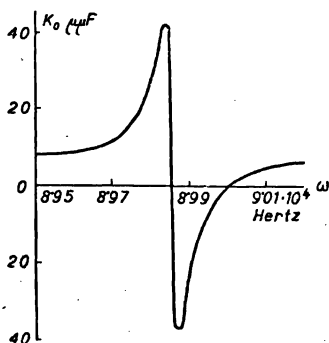
Připojme si křemennou deštičku paralelně ke kapacitě oscilačního kruhu lampového generátoru (obr. 19) a změnou kapacity měňme frekvenci generátoru od hodnot nižších k hodnotám vyšším; pak v oboru, kde vlastní frekvence křemenné deštičky je přibližně rovna vlastní frekvenci generátoru, se frekvence generátoru téměř nemění čili je účinkem křemenné deštičky stabilisována.

Zjev si můžeme vyložit následovně: představíme-li si křemennou deštičku s polepy jako malý kondensátor kapacity  $K_0$ , mění se teoreticky tato kapacita v závislosti na frekvenci  $\omega$  podle křivky v obr. 24. Ovšem tato křivka byla získána za předpokladu  $R_k = 0$ , takže experimentálně dostaneme křivku, jak ukazuje obr. 27. Tento zjev je způsoben dispersí dielektrické konstanty, jak Errera na Seignetteově soli dokázal. Ježto dielektrická konstanta souvisí s indexem lomu světla, jeví se nyní

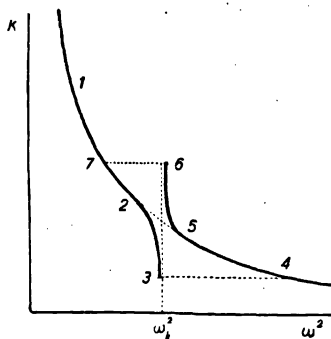
pochopitelnými zjevny pozrované v polarisovaném světle, o nichž byla zmínka v odst. 4.

Frekvence generátoru bez připojeného kondensátorku  $K_0$  se mění přibližně podle známé formule Thomsonovy  $\omega = 1/\sqrt{LK}$  čili  $\omega^2 K = \text{konst.}$ , t. j. podle rovnosé hyperboly.

Měníme-li nyní kapacitu  $K$ , k níž je paralelně připojen kondensátor  $K_0$  s křemennou deštičkou, mění se frekvence generátoru v závislosti na  $\omega$  podle křivky v obr. 28. Měníme-li ka-



Obr. 27.



Obr. 28.

pacitu  $K$  od hodnot velkých k malým, klesá kapacita  $K + K_0$  až do bodu 2, odkud zůstává až do bodu 3 téměř konstantní, neboť úbytek kapacity  $K$  je vyrovnán přírůstkem kapacity  $K_0$  podle obr. 27. Poněvadž tedy v tomto oboru zůstává kapacita oscilačního kruhu téměř konstantní, zůstává i frekvence generátoru konstantní. Podobně je stabilisována frekvence, jdeme-li od malých hodnot k velkým hodnotám kapacity.

Zajímavé je při tom, jak se dá experimentálně zjistiti, že se frekvence mění z bodu 3 do bodu 4 skokem a obráceně z bodu 6 do bodu 7 rovněž skokem.

Nevýhoda tohoto uspořádání spočívá v tom, že frekvence je stabilisována poměrně v malém oboru (na obr. je ovšem kreslen obor větší, aby byl obrázek zřetelnější), a že frekvence se mění v určitých bodech skokem.

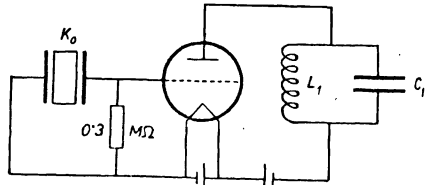
#### d) Křemenné deštičky jakožto oscilátory.

Z uvedených důvodů byla hledána uspořádání, v nichž křemenná deštička (křemenný oscilátor) budí lampový generátor a sice ve své vlastní frekvenci, kterou udržuje i lampový generátor dokonce s přesností circa 10/100.

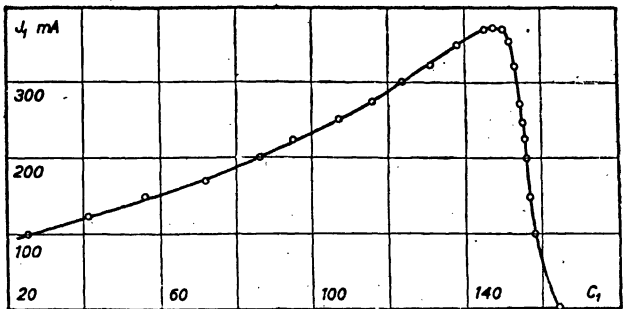
Takových uspořádání dnes existuje celá řada, s oblibou se však užívá uspořádání Pierceova naznačeného na obr. 29. Poněvadž si můžeme křemenný oscilátor po elektrické stránce nahradit oscilačním kruhem podle obr. 23, je z toho patrné, že toto uspořádání může fungovati jako lampový generátor ve spojení Kühn-Huthově, kde zpětnou vazbu tvoří kapacita mezi mřížkou a anodou. Kdy skutečně v tomto

uspořádání oscilace vznikati mohou, na to odpovídá obecná věta: Oscilační systém obsahující „negativní odpor“<sup>2)</sup> budí sám sebe tehdy, je-li úhrnný odpor pro danou frekvenci negativní. A tu jak experimnetálně, tak početně se dá ukázati, že v uspořádání Pierceově existují pro daný

křemenný oscilátor, t. j. pro danou frekvenci, dvě docela určité hodnoty kapacity  $C_1$ : hodnota, pro kterou oscilace nasadí a hodnota, pro kterou oscilace (pravidelně skokem) vysadí (obr. 30, kde je znázorněn oscilační proud  $I_1$  protékající kapacitou  $C_1$  v závislosti na této kapacitě). Při tom frekvence vznikajících



Obr. 29.



v dílcích škály

Obr. 30.

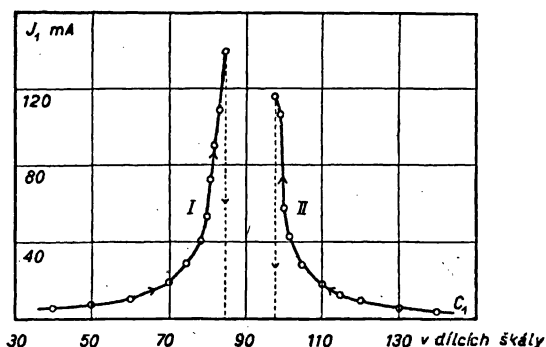
oscilací je rovna vlastní frekvenci křemenného oscilátoru s přesností menší 1‰; známe-li tedy tuto frekvenci přesně, známe přesně i vlnu generátoru. Pro tyto dvě vlastnosti — konstantní udržování vlny vysilače a zároveň přesné její číselné udání — užívá se tohoto uspořádání nejen k laboratorním účelům, nýbrž

<sup>2)</sup> Ony části vedení, které protékajícímu proudu energii dodávají, se nazývají „negativní odpory“, ony části, které energii spotřebují, jsou normální (pozitivní) odpory.



i pro velké vysílací stanice, zvláště krátkovlnné, na př. v Poděbradech a nová rozhlasová stanice v Liblicích u Čes. Brodu. Ovšem je třeba energii tohoto jednolampového generátoru (který dává max. 10 watt) mnohonásobně zvýšiti.

Připojíme-li křemenný oscilátor mezi mřížku a anodu, funguje toto uspořádání také jako generátor, avšak oscilace nasazují od větších hodnot kapacity  $C_1$  k menším, jak ukazuje obr. 31, kde křivka *I* je měřena pro oscilátor mezi mřížkou a katodou, křivka *II* pro oscilátor mezi mřížkou a anodou; obě ukazují případ, kdy oscilace vysazují skokem na rozdíl od obr. 30.



Obr. 31.

7. Závěr. Článek tento měl souborně pojednati o piezoelektrických vlastnostech křemene a jejich použití ve vysokofrekventní technice. Omezil jsem se pouze na hlavní věci a nezabíhal jsem nikde do podrobností z toho důvodu, aby se článek nestal nepřehledným. Neobsahuje tudíž partie, které by pojednávaly o piezoelektrické vzbuzené torsí, resp. ohýbáním, ani ještě o některých jiných aplikacích, jako je na př. piezoelektrický oscilograf, nebo o biologických účincích křemenných deštiček kmitajících ve vodě. Tyto partie najde laskavý čtenář v obsírnějších pojednáních: Bedeau, *Le quartz piézo-électrique et ses applications dans la technique des ondes hertziennes* (Mémorial des Sciences physiques, fascicule VI, 1928); Scheibe, *Piezoelektrische Resonanzerscheinungen*, (Jahrb. d. drahtl. Telegr. u. Teleph., Bd. 28, S. 15, 1926), po případě v původních pojednáních, jejichž seznam je uveden do r. 1928 v Cady-ho: *Bibliography on piezo-electricity* (Proc. of the Institute of Radio Engineers, vol. 16, p. 522, 1928).

*II. oddělení fyzikálního ústavu Karlovy univesity v Praze.*

## Le quartz piézo-électrique et son utilisation dans la technique des ondes hertziennes.

(L'extrait de l'article précédent.)

L'article précédent traite synthétiquement les phénomènes piézo-électriques, direct et inverse, ainsi que les vibrations mécaniques des lames de quartz et les phénomènes par lesquels ces vibrations sont accompagnées. Les vibrations mécaniques ont trouvé bien des applications (mesure de la profondeur des mers, l'oscillographe piézo-électrique) surtout dans la technique des ondes hertziennes, où l'on les emploie pour mesurer exactement les longueurs d'ondes, pour stabiliser la fréquence et pour obtenir d'oscillations entretenues de haute fréquence.

---