Alois Strnad

Differencialná rovnice čáry libovolného stupně

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 4, 165--166

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/121082`

čili

$$xy = \frac{k^2}{2\sin\omega},$$

křivkou obalovou jest tedy hyperbola, mající osy OX a OY za asymptoty.

Differencialná rovnice čáry libovolného stupně.

Referuje dr. A. S.

Konečné rovnice čar obsahují konstanty, jichž počet roste s rostoucím stupněm čáry, a jejichž *různými* hodnotami se různé čáry téhož stupně od sebe rozeznávají. *Identickou* pro všechny čáry téhož stupně rovnici obdržíme eliminováním oněch konstant; differencialná rovnice takto zjednaná vyjadřuje charakteristickou vlastnost *všech* čar téhož stupně. Pro přímé čáry jest rovnicí tou (při známém označení):

$$y'' = 0.$$

Pro čáry 2. stupně vyžadující eliminaci 5 konstant nalezl *Monge* rovnici 5. řádu:

$$9y''^2 y^{\mathrm{V}} - 45 y'' y''' y^{\mathrm{IV}} + 40 y'''^3 = 0,$$

o níž *Boole* ve svém Treatise on diff. equations (1859) poznamenává: „Než zde opouští nás možnost geometrické interpretace, a výsledky podobné těmto sotva mohou býti jinak užitečnými, nežli co záznamy tvarů integrace schopných.“

Tento pessimistický výrok neodstrašil na štěstí mathematiky, zanášeti se i na dále s přítomným problemem; nyní setkáváme se v *Nature* (sv. 34. str. 365.) se zajímavou poučkou, objevenou *J. Sylvesterem.*

Nazveme symbolicky $m \cdot \mu$ koefficient veličiny h^m v rozvedeném výrazu:

$$\left(\frac{1}{2!} y'' h^2 + \frac{1}{3!} y''' h^3 + \frac{1}{4!} y^{\mathrm{IV}} h^4 + \frac{1}{5!} y^{\mathrm{V}} h^5 + \ldots\right)^{\mu},$$

a sestavme si schema:

2·1	3·1	3·2	4·1	4·2	4·3	5·1	5·2	5·3	5·4	6·1 ...
3·1	4·1	4·2	5·1	5·2	5·3	6·1	6·2	6·3	6·4	7·1 ...
4·1	5·1	5·2	6·1	6·2	6·3	7·1	7·2	7·3	7·4	8·1 ...
5·1	6·1	6·2	7·1	7·2	7·3	8·1	8·2	8·3	8·4	9·1 ...
6·1	7·1	7·2	8·1	8·2	8·3	9·1	9·2	9·3	9·4	10·1 ...
7·1	8·1	8·2	9·1	9·2	9·3	10·1	10·2	10·3	10·4	11·1 ...
8·1	9·1	9·2	10·1	10·2	10·3	11·1	11·2	11·3	11·4	12·1 ...
9·1	10·1	10·2	11·1	11·2	11·3	12·1	12·2	12·3	12·4	13·1 ...
10·1	11·1	11·2	12·1	12·2	12·3	13·1	13·2	13·3	13·4	14·1 ...
11·1	12·1	12·2	13·1	13·2	13·3	14·1	14·2	14·3	14·4	15·1 ...
12·1	13·1	13·2	14·1	14·2	14·3	15·1	15·2	15·3	15·4	16·1 ...

Platí nyní tyto věty:

1. První člen prvé řádky rovná se nule pro čáry *prvního* stupně.

2. Determinant z 9 členů obsažených v prvních 3 řádcích a sloupcích rovná se nule pro čáry *druhého* stupně.

3. Determinant z 36 členů obsažených v prvních 6 řádcích a sloupcích rovná se nule pro čáry *třetího* stupně.

4. Determinant ze 100 členů obsažených v prvních 10 řádcích a sloupcích rovná se nule pro čáry *čtvrtého* stupně.

A t. d., t. j. při rozšíření schematu dle zákona z napsaných členů patrného, můžeme si zjednati kriteria pro čáry pátého, šestého, . . . stupně.

Co zvláštnosť budiž vytčeno, že se v případě druhém jeví přebytečný činitel 2·1 neb $\frac{1}{2} y''$, t. j. kriterion čáry 2. stupně jest naznačená rovnice *po* vyloučení onoho činitele. Takový činitel nevyskytuje se v případě třetím, a Sylvester domnívá se, že také ne v následujících. Měli bychom tudíž před sebou jak praví „a miraculous exception to a general law.“