Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Alois Strnad

Drobné zprávy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 4, 167--175

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121075

Drobné zprávy.

Napsal

Alois Strnad,

professor v Hradci Králové.

Dokonalá čísla. Dokonalým slove číslo rovnající se součtu všech svých dělitelů, ku př. $6 = 1 + 2 + 3$.

S čísly těmito, která v poslední době pozornosť arithmetiků opět k sobě poutají, setkáváme se již u *Euclida*; dle IX. knihy Elementů jest každé číslo tvaru $2^{n-1}(2^n - 1)$ číslem dokonalým, je-li $2^n - 1$ prvočíslem. Až dosud známo bylo 8 čísel dokonalých a sice vesměs tvaru Euclidova; jsouť to čísla:

$$2(2^2 - 1) = 6, \quad 2^2(2^3 - 1) = 28, \quad 2^4(2^5 - 1) = 496,$$
$$2^6(2^7 - 1) = 64 . 127, \quad 2^{12}(2^{13} - 1) = 4096 . 8191,$$
$$2^{16}(2^{17} - 1) = 65536 . 131071,$$
$$2^{18}(2^{19} - 1) = 262144 . 524287,$$
$$2^{30}(2^{31} - 1) = 1073741824 . 2147483647.$$

O činiteli posledním dokázal *Euler*, že jest prvočíslem. Současník jeho *Krafft* uváděl mezi čísly dokonalými ještě dvě čísla plynoucí z tvaru svrchu uvedeného při $n = 41, 47$, která však při bližším ohledání takovými se neosvědčila; též domněnka *Mersenneova*, že pro $n = 67, 127, 257$ vyjdou čísla dokonalá, dosud nikým nestvrzena. K osmi jmenovaným číslům dokonalým připojil nejnověji *Seelhoff*, rozkladem velkých čísel se zabývající, číslo deváté, totiž

$$2^{60}(2^{61} - 1) = 1152921504606846976 . 2305843009213693951,$$

dokázav, že $2^{61} - 1$ jest prvočíslem.

(Schlömilch, Zeitschrift, 1886, p. 174).

Francouzský badatel *Ed. Lucas* podal důkaz, že každé dokonalé číslo sudé nutně musí býti tvaru Euclidem podaného. Liché číslo dokonalé není dosud žádné známo, ačkoli také není přesně dokázáno, že by číslo takové existovati nemohlo. *Stern* ukázal, že žádné dokonalé číslo liché nemůže býti tvaru $4m + 3$ a že, je-li vůbec nějaké takové číslo, musí býti tvaru

$$(4m + 1)^{4\alpha + 1} . b^{2\beta} . c^{2\gamma} \ldots\ldots$$

(Mathesis, tome VI. 1886, p. 100, 145, 248).

Čtyři přímky hyperboloidu. Podmínky, aby čtyři přímky dané rovnicemi

$$\frac{x-x_k}{a_k}=\frac{y-y_k}{b_k}=\frac{z-z_k}{c_k}$$
$$(k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

byly na hyperboloidu, a sice přímkami téže soustavy, lze vyjádřiti následovně. Položíme-li

$$\begin{vmatrix} c_i, & b_i \\ z_i, & y_i \end{vmatrix}=l_i,\qquad \begin{vmatrix} a_i, & c_i \\ x_i, & z_i \end{vmatrix}=m_i,\qquad \begin{vmatrix} b_i, & a_i \\ y_i, & x_i \end{vmatrix}=n_i,$$

jsou hledané podmínky

$$(a_1\, b_2\, c_3\, l_4)=0,\qquad (a_1\, b_2\, c_3\, m_4)=0,\qquad (a_1\, b_2\, c_3\, n_4)=0.$$

(Nouv. annales, 1886. p. 158).

Plochy 4. stupně s dvojnou kuželosečkou vyšetřoval poprvé soustavně *Kummer* v měsíčních zprávách berlínské akademie r. 1863. Mimo něj zabývali se jimi hlavně *Clebsch* a *Zeuthen*; podrobnou jich klassifikaci a literaturu podal *Segre* v 24. svazku mathem. annalů Kleinových. Nejnověji *Weiler* odvodil jednoduchou methodou vlastnosti těchto ploch dílem známé a dílem nové. Z práce jeho uvádíme tuto některé výsledky.

Má-li plocha P čtvrtého stupně dvojnou kuželosečku D, tedy každá dvojtečná rovina R této plochy protíná ji ve dvou kuželosečkách A, B; ze čtyř bodů jim společných leží dva na D, dva pak jsou body dotyčnými plochy P s rovinou R. Veškeré dvojtečné roviny plochy P obalují 5 kuželových ploch 2. stupně, tak zvané *kužele Kummerovy*. Tečné roviny každého z těchto kuželů stanoví v ploše P dvě soustavy křivek 2. stupně; obsahuje tudíž plocha P celkem 10 soustav kuželoseček, které soustavy po dvou k sobě jsou přidruženy (adjungirt). Dvojná křivka D nenáleží obecně žádné z těchto soustav, určuje však s libovolnou kuželosečkou A plochy P svazek ploch 2. stupně, protínajících P v kuželosečkách B_1, B_2, B_3 ... soustavy přidružené k A. Dvě kuželosečky různých soustav nepřidružených mají jeden průsečík; každé dvě v různých rovinách ležící křivky soustav přidružených protínají se ve dvou bodech, jichž spojnice jde středem S příslušného kužele Kummerova K. Křivky B_1, B_2, ... stanoví na A involuci, jejíž střed jest S. Každým bodem plochy P lze vésti na ni 10 kuželoseček, totiž pětkrát dvě přidružené.

V každé soustavě křivek 2. stupně ploše P náležejících vyskytují se čtyry, které se ve dvé přímek rozpadají; ve dvou sdružených soustavách bude tedy 8 dvojin čili 16 přímek. Vzájemná poloha přímek těchto jest taková, že každá přímka jedné soustavy protíná 4 přímky přidružené a jest tudíž různoběžna k 5ti přímkám plochy.

Mimo jmenovaných 16 přímek, z nichž každá 5ti soustavám kuželoseček na ploše náleží, nemá plocha P jiných přímek.

Poláry bodu s vzhledem ke kuželosečkám příslušných dvou soustav tvoří dvě soustavy přímek určité plochy 2. stupně (hyperboloid polár). Takových hyperboloidů přísluší k ploše P patero; každý Kummerův kužel dotýká se jednoho hyperboloidu polár. Polárná rovina bodu s vzhledem k takovému hyperboloidu jest též polárnou rovinou tohoto bodu vzhledem ku ploše P. Hyperboloid polár protíná plochu P ve dvou prostorových křivkách 4. stupně, z nichž jedna jest křivkou dotyčnou plochy P s kuželem K.

Roviny tečné stanovené ku P v bodech dvojné křivky D obalují plochu 4. třídy, která se může rozpadnouti ve dvě kuželové plochy třídy druhé; tyto pak plochy kuželové mohou ve zvláštním případě se sjednotiti, načež jest D vratnou křivkou (kuspidální) plochy P. Plochu tohoto druhu možno vytvořiti způsobem následujícím. Dány jsou dvě kuželosečky A, D, v různých rovinách ležící, však v jednom bodě se dotýkající. V rovině křivky A dán buď bod o, stanovící s D kuželovou plochu L; k tečným rovinám T této plochy přidružme projektivně svazek ploch Q druhého stupně určený křivkami A a D, tak sice, aby rovině křivky A jakožto tečné rovině plochy kuželové příslušela ve svazku plocha druhého stupně rozpadající se v roviny křivek A a D. Roviny T protínají příslušné plochy Q v kuželosečkách, jichž geom. místem jest plocha čtvrtého stupně s vratnou křivkou D.

(Schlömilch, Zeitschrift für Math. u. Physik. 30. Jahrg. 1885. p. 163. a 170.)

Poznámka o součtu $\sum E\sqrt[r]{u}$. (Zaslal p. *K. Petr*, stud. gymn. v Chrudimi.) V minulém ročníku tohoto Časopisu podán byl na str. 276. výraz, kterým *Buňakovský* vyjádřil součet

$$U = \sum_{u=1}^{u=N} E\sqrt[r]{u}.$$

Výraz ten lze snadně nahraditi jiným stručnějším. Neboť máme-li řadu čísel:

$$1,\ 2,\ 3, \ldots, 2^r - 1,\ 2^r,\ 2^r + 1, \ldots, 3^r - 1,\ 3^r,\ 3^r + 1,$$
$$\ldots, n^r - 1,\ n^r,\ n^r + 1, \ldots, N,$$

snadno poznáme, že jest

$$\sum_{u=1}^{u=2^r-1} E\sqrt[r]{u} = (2^r - 1) . 1,$$

$$\sum_{u=2^r}^{u=3^r-1} E\sqrt[r]{u} = (3^r - 2^r) . 2,$$

$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$\sum_{u=(n-1)^r}^{u=n^r-1} E\sqrt[r]{u} = [n^r - (n-1)^r]\,(n-1).$$

Sečteme-li tyto rovnice, dostaneme

$$\sum_{u=1}^{u=n^r-1} E\sqrt[r]{u} = (n-1)n^r - \sum_{u=1}^{u=n-1} u^r = n^{r+1} - \sum_{u=1}^{u=n} u^r.$$

Je-li $E\sqrt[r]{N} = n$, slušno k výrazu poslednímu přičísti

$$E\sqrt[r]{n^r} + E\sqrt[r]{n^r+1} + E\sqrt[r]{n^r+2} + \ldots.$$
$$+ E\sqrt[r]{N} = n(N - n^r + 1),$$

abychom obdrželi U. Bude pak výsledek

$$U = n^{r+1} - \sum_{u=1}^{u=n} u^r + n(N - n^r + 1)$$

čili

$$\sum_{u=1}^{u=N} E\sqrt[r]{u} = n(N+1) - \sum_{u=1}^{u=n} u^r.$$

Napsal
Vácslav Starý,
professor při vyšší české reální škole v Praze.

Způsob, kterým lze počítati kyvy kyvadla zcela volného. Jak známo soudíme z doby kyvu kyvadla na intensitu tíže na témže místě, a počítáme množství kyvů kyvadla úplně volného, vykonaných v určité době. Čím déle pokus trvá, tím přesnější bývá výsledek, ale tím více unavuje tato methoda pozorovatele. *Marcel Deprez* zkoumal, zdali by nebylo lze sestaviti přístroj, kterýž by zaznamenával kyvy, aniž by byl mechanicky spojen s kyvadlem, a připadl na šťastnou myšlenku, užíti k tomu malých thermoelektrických sloupů, jichž se užívá při výzkumech o teple sálavém, a jež se vyznačují velkou citlivostí jakož i tím, že okamžitě působí.

Postačí upevniti na kyvadle stínítko s otvorem 30—40 *mm* dlouhým a 3—4 *mm* širokým. Z petrolejové lampy s plochým knotem dopadá při každém kyvu svazek paprsků světelných, spojnou čočkou soustředěných, úzkou štěrbinou na thermoelektrický sloup, na němž jsou tyčinky sletovány v délce stejné se štěrbinou. Při každém kyvu vznikne thermoelektrický proud, kterýž, působě na velmi citlivý galvanoměr, označuje jednotlivé kyvy; magnetka galvanoměru probíhá pouze velmi malý oblouček a jest jaksi jen převodičem, t. j. při každém pohybu jejím uzavírá se mocný proud, do něhož vložen jest elektrický přístroj počítací. (Comptes Rendus 1886.)

Rogersův ukazovatel stanicový. Na výstavě vynálezů v Londýně r. 1885. vystavil F. M. Rogers zvláštní přístroj, jenž sám udává stanici, do které vlak právě vjíždí. Na stropě nebo na jiném místě každého oddělení vozu upevněn jest ručičkový přístroj, na jehož ciferníku směrem poloměru napsána jsou jména všech stanic na trati. Všechny tyto přístroje jsou vespolek spojeny elektrickým vedením, a všechny ručičky pohybují se současně elektromagnety. Vjíždí-li vlak do stanice, naráží vozy na tyč buď nahoře nebo po straně umístěnou, a ručičky postavují se vždy na jméno stanice, ve které vlak buď se zastavuje, nebo kterou projíždí. Jména stanic jsou dvojnásobně na cifernících napsána a to pro jízdu přímou a zpáteční, a řidič parostroje může ze svého stanoviště činnost přístroje pohodlně přehlížeti.

Goubetův člun podmořský. Člun tento hnán jest 24 akkumulatory, jichž bývá ještě 6 v záloze. Elektromotorem jest dynamoelektrický stroj Siemensův v té způsobě, ve které se ho užívá pro dráhy silniční, a dává rychlosť 5 nití za hodinu (2·57 *m* za vteřinu). Motor váží 180—200 *kg* a má při elektromagnetické síle 48 voltů 8·8 ampèrů; za těchto podmínek bývá člun opatřen elektřinou na 10—12 hodin. Při výzkumech podmořských a výpravách válečných možno přiváděti elektřinu do člunu z lodi, ku které přísluší. Torpedo jest v zadní části trupu lodního; isolovaný drát navinut jest na válci, nacházejícím se na palubě lodi, a jde k přesunovači, jejž má důstojník v člunu po ruce. V přední části člunu upevněn jest nůž, jejž lze pakou na 3 *m* před člun posunouti a přeřezati jím dráty torped obhajovacích. Na místě, kde nůž vystupuje, upevněna jest žárová lampička. Svrchním okénkem pozoruje důstojník loď, na kterou chce útočiti, a jakmile se octne pod ní, uvede v činnost pumpu, a tím se člun svisle dolů ponoří; pak uvolní torpedo, kteréž vystupuje, a zachytí se přitahovákem na zadní části nepřátelské lodi. Po té vrátí se důstojník se člunem pod vodou zpět, isolovaný drát stáčí se z válce a naznačuje zároveň vykonanou dráhu. Je-li člun pak dosti daleko, zapálí důstojník torpedo. Na to vypluje člun nad hladinu vodní, což se stává tím, že se z nádržky ve člunu rychle zase voda vytlačí, a důstojník spěchá ku své lodi. Mimo to může býti při malé vzdálenosti člun spojen se svou lodí telegrafním drátem; jinak dávají se mu z lodi znamení rakétami.

(Telegraphic Journal 1886.)

Fosforescence sirníku vápenatého. Dle A. Verneuila připravíme si sirník vápenatý *fialově fosforeskující* takto: Smícháme 20 *g* jemně utlučeného páleného vápence lasturovitého se 6 *g* síry (roztlučené) a 2 *g* škrobu, a přidáme k tomu ponenáhlu 8 cm^3 roztoku připraveného z 0·5 *g* zásaditého dusičnanu vismuthového ve 100 cm^3 alkoholu, jemuž jsme přidali několik kapek kyseliny solné. Když se byl alkohol vypařil, zahříváme hmotu v zavřeném tyglíku 20 minut do žáru tmavě červeného, pak ji dáme vychladnout, roztlučeme ji a pálíme ji ještě jednou $^1/_4$ hodiny při stejné teplotě jako prve. Jestliže jsme hmotu dobře rozžhavovali, má tato podobu malých zrnek, jež snadno lze rozmělniti.

Absolutně čistý sirník vápenatý nefosforeskuje, ale fosforescence v něm může býti vzbuzena, přidáme-li k němu trochu křemičitanu, magnesie, fosfatů neb alkalií.

Sto dílů uhličitanu strontnatého, 30 dílů síry a 3 díly kyseliny arsenové fosforeskují modrozeleně, byl-li uhličitan strontnatý vyroben z chloridu strontnatého a uhličitanu amonatého; byl-li však vyroben z chloridu strontnatého a dvojuhličitanu sodnatého, změní se barva fosforeskující ve žlutozelenou.

(Comptes Rendus, 1886.)

Vznik elektřiny v ovzduší. Prof. *D. Colladon* píše v Comptes Rendus z r. 1886: „*Palmieri* se domníval, že elektřina v ovzduší vzniká srážením se vodních par v kapky, což se však se skutečností nesrovnává, jelikož se při podobném srážení jen nepatrné množství elektřiny vyvinuje. V souhlasu s *Fayem* a *Luvinim* lze však za to míti, že ze vzdušných vrstev, jichž výši dosud nebylo lze zjistiti, a v nichž jest tím více elektřiny, čím dále jsou od země, elektřina stále přechází do bouřného mraku, pokud bouře trvá. Při tom vznikají pohyby, které si můžeme snadno takto představiti: Teče-li paprsek vodní svisle k zemi, béře s sebou částice vzduchu, čímž se vzduch rozproudí; v praktickém životě užívá se tohoto účinku při vodních dýmadlech. Výjev podobný lze často pozorovati u vodopádů, kdež silné proudy vody do značné hloubky padají, i při obyčejných sprchách úkaz ten se vyskytuje. Podobně působí též prudké lijáky; každá kapka vody béře s sebou vzduch ji obklopující. Vzduch proudí zevnitř bouřného mraku na vnějšek a to tím silněji, čím více prší.

Při úzkém pruhu deštném vyrovnávají se rozdíly v tlaku vzduchem ze strany odtékajícím a přitékajícím; jinak ovšem děje se, je-li bouře velmi rozsáhlá; tenkráte nejvyšší vrstvy vzduchu, nalézající se nad bouřnými mraky, taženy jsou do vnitř mraků, z nichž prší, čímž se nejen nová elektřina ale i veliké množství jemných ledových jehliček stále přitahuje. Takovéto studené vrstvy vzduchové vážou značné množství tepla, tak že se ve výších 3—5 *km* nad povrchem zemským kroupy utvořiti mohou."

O těchto proudech vzduchových následkem lijáků dle vývodů prof. Colladona pochybovati nelze. Proudy tyto vznikají zajisté zrovna tak jako na povrchu zemském na blízku nehybné bouře.

Palmieri uvádí domněnku pro *původní vznikání* elektřiny, *Colladon* však pouze vysvětluje, kterak elektřina z vyšších vrstev vzduchových přechází do bouřných mraků, a nevyjadřuje se zcela určitě, zdali se shoduje s výkladem *Luviniovým,* dle něhož elektřina třením vlhkého vzduchu na vysokých mračnech (řasech) a na vodních částicích ve značných výškách vzniká, anebo zdílí mínění mnohých znamenitých fysiků nynější doby, vedle kteréhož slunce vysýlá elektřinu (podobně jako světlo), již země na všech stranách přijímá. Domněnka tato přisuzuje zemi jakousi obzvláštní centralisaci, jakési zvláštní postavení, a dle ní nutno předpokládati, že se elektřina šíří nějakým způsobem i ve vzduchoprázdném prostoru, o čemž dosud nebylo lze pokusy se přesvědčiti; naopak dokázal *W. Crookes*, že se elektřina v prostoru, v němž byl vzduch zředěn až na millioninu našeho obyčejného tlaku vzduchového, takřka ani nešíří, a že se ve vzduchoprázdném prostoru vůbec šířiti nemůže. Anebo souhlasí snad prof. *Colladon* s vývody *L. Zehndra*? Tento i *Luvini* se domnívají, že vzniká elektřina v ovzduší třením vzduchu na povrchu zemském a to obzvláště v horkém pásmu, kdež velmi vlhký vzduch stálým prouděním se tře na povrchu pevné země, kteráž jest dosti dobrým vodičem elektřiny.

Napsal

M. Lerch,

docent v Praze.

Ve svém velkolepém díle „Theorie der Kugelfunctionen etc". dopouští se *E. Heine* (druhé vyd., str. 80.) jistého nedopatření. Praví tu především správně na str. 79. následovně:

„Man kann an dieser Stelle ferner mit Gauss beweisen, dass $(1-x)\mathrm{S}$ für $x=1$ verschwindet, wenn S eine solche Potenzreihe

$$S = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots$$

bezeichnet, deren Glieder c_n mit wachsendem n zu Null convergiren, die also jedenfalls selbst convergirt, solange $x < 1$. Es ist nämlich $(1 - x) S$, so lange $x < 1$, die sicherlich convergente Reihe

$$c_0 + x(c_1 - c_0) + x^2 (c_2 - c_1) + \dots$$

etc."

Po té uvádí větu:

„Sind *ferner* die c reell und positiv, und ist $c_{n+1} < c_n$ für jedes n, *so convergirt die Reihe*

$$c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots$$

noch für alle Werthe von x, *für welche* $Mod\,(x) = 1$; *nur für* $x = 1$ kann sie divergent sein.

Důkaz tam podaný však k odůvodnění této poučky, o jejíž správnosti mám ostatně vážné pochybnosti, nikterak nestačí. S jistotou lze tvrditi toliko, že řada $(1 - x) S$ konverguje pro všecka x, jichž absolutní hodnota $= 1$, a zvlášť také pro $x = 1$; leč z toho nikterak nelze souditi na konvergenci řady S, která může divergovati pro všecka x, jichž absolutní hodnota rovná se jednotce, a přec při tom může funkce existovati, býti pravidelnou pro všecka tato x vyjímaje $x = 1$. Věta má zníti tak, že „funkce definovaná elementem S má pro všecka x, pro něž $|x| = 1$, hodnotu konečnou, nejvýše vyjímaje pro $x = 1$."

Úlohy.

Řešení úlohy 9.

(Zaslal p. *Karel Petr*, stud. VII. tř. g. v Chrudimi.)

Žádanou plochu p obdržíme, odečteme-li od plochy P trojúhelníka daného, plochy tří trojúhelníků, které s trojúhelníkem daným mají společný úhel buď α, neb β, neb γ a s hledaným jednu stranu.

Jeden z těchto trojúhelníků, jenž má úhel α sevřený stranami $b_1 = c \cos \alpha$ a $c_1 = b \cos \alpha$, má plochu