Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 13 (1884), No. 1, 41--48

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/121046

c) že jest kužel tento nejmenší ze všech o kouli opsaných kuželů. *Ant. Kostěnec.*

Úloha 2.

Úsek kruhový, jehož tětiva má danou délku t, otáčí se kolem průměru svírajícího s tětivou určitý úhel α; jak velký jest kr. obsah tělesa takto vzniklého? *Týž.*

Úloha 3.

Jak velký jest kr. obsah K pravoúhlého rovnoběžnostěnu o pobočné hraně $c = 30$ cm., jest-li jeho úhlopříčná osa s pobočnými stěnami svírá úhly $\alpha = 24^\circ + 20'$ a $\beta = 45^\circ + 30'$? Prof. *Vavř. Jelínek.*

Úloha 4.

Pobočnými stěnami jehlanu jsou čtyry shodné trojúhelníky o stranách $a = 11{\cdot}3$ cm., $b = 26{\cdot}5$ cm. a $c = 24{\cdot}7$ cm. Udejte jeho kr. obsah K, jsou-li strany a podstavnými jeho hranami! *Týž.*

Úloha 5.

Kruhový válec jest o $D = 39\ dm^3$ větší, než rovně vysoký elliptický, má-li jeho delší osu průměrem, avšak o $d = 26\ dm^3$ menší, je-li jeho průměrem kratší osa ellipsy. Jak velký jest kr. obsah K prvního a k druhého válce kruhového i obsah ε elliptického? *Týž.*

Úloha 6.

Otočí-li se prav. pětiúhelník kolem své výšky $v = 45$ cm., jak velkou plochu P opíše jeho obvod a jak velké těleso K jeho plocha? *Týž.*

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

V letošních programech českých škol středních setkáváme se s několika mathematickými články, o nichž tuto stručně chceme promluviti.

Sedmá zpráva c. k. I. českého realného a vyššího gymnasia v Praze obsahuje články takové dva a sice:

1. *K nauce o determinantech.* Podává ředitel *J. Valenta.* (4 strany.) Pan spisovatel uvádí tu dva velmi praktické návody, jimiž lze determinant o stupeň sníżiti a takto postupným snižováním až na druhý stupeň svésti, dodávaje k tomu, kterak lze zkoušeti správnost počtu. Za příklad uvedeno jest řešení soustavy rovnic prvého stupně o 5ti neznámých.

2. *O ploše určené souhrnem tečných přímek, sestrojených v bodech libovolné povrchové přímky zborcené plochy (plochy mimosměrek) ku jejím křivkám intensitním.* Sepsal *Bedřich Procházka.* (16 stran a 2 tab.) Máme-li sestrojiti tečnu T k intensitní křivce v některém bodě i libovolné přímky P zborcené plochy, určíme si v ploše rozvinutelné, která se plochy zborcené dle intensitní křivky dotýká, přímku R obsahující bod i. Přímka harmonicky sdružená s R vzhledem ku tečnám oskulujícím zborcenou plochu v tomto bodě, bude tečnou T. Předpokládáme-li konstrukci tuto ve všech bodech přímky P, obdržíme jakožto souhrn všech přímek R určitou plochu C, kdežto přímky T vyplňují jinou plochu E. Podrobnější vyšetření těchto dvou ploch vede k následujícím výsledkům: Plocha C jest zborcenou plochou stupně 3ho, ve které jest P přímkou dvojnou a která má v nekonečnu křivku stupně 2ho. Plocha E jest též zborcená plocha 3ho stupně, mající však P za přímku jednoduchou a obsahující nekonečně vzdálenou křivku stupně 3ho a třídy 4té. Ve zvláštních případech v pojednání blíže vytknutých redukuje se stupeň těchto ploch na druhý neb prvý. Mimo to vykládá článek zobrazení obou těchto ploch a útvarů s nimi souvislých, k čemuž připojeno 26 přesně sestrojených obrazců. Pojednání páně Procházkovo, kteréž za cenný příspěvek k naší literatuře deskriptivně-geometrické pokládati sluší, psáno jest veskrz způsobem synthetickým a užívá důsledně terminů i symbolů prof. Tilšera.

Roční zpráva c. k. vyš. realných škol a realného gymnasia v Hoře Kutné obsahuje:

Několik studií o plochách točných. V rouše analytickém podává *Vilém Jung.* (25 stran a 2 tab.) Spisovatel odvozuje nejprvé podmínky, za kterých rovnice

$$(a_1x + a_2y + a_3z + a_4)\frac{\partial z}{\partial x} + (b_1x + b_2y + b_3z + b_4)\frac{\partial z}{\partial y}$$
$$= c_1x + c_2y + c_3z + c_4$$

jest differenciálnou rovnicí ploch točných a stanoví pak rovnice os plochy této. Dále pojednává o křivkách křivosti a klinogonálných trajektoriích křivek meridiálných a kruhových na točné ploše, dokazuje, že stanovení těchto lze převésti na jednoduchou kvadraturu. Výsledků obecných užito pak ku vyšetřování loxodromy na plochách 2ho stupně, křivky šroubové, konické spirály a trajektorie meridiánů na plochách vzniklých otáčením řetězovky a cykloidy. Poslední odstavec jedná o isophotách na plochách točných a odůvodňuje analyticky některé konstrukce, jimiž se v deskriptivní geometrii body křivek intensitních na plochách takových stanoví. Celý článek jest obratně analyticky psán a obsahuje některé zajímavé detaily.

Výroční zpráva c. k. české vyšší školy realné v Pardubicích má článek:

Způsob počítati assymptoty bodu nesmírně vzdáleného křivky rovinné. Podává *Alois Zdrahal.* (10 stran.) Úlohu vytknutou řeší pojednání pro pravoúhlou soustavu souřadnic tím, že nejprvé stanoví paprsky jdoucí počátkem rovnoběžně k asymptotám. Rovnici jich obdržíme, položíme-li do rovnice křivky za x, y příslušně px, py a vymezíme-li výraz pro $p = \infty$. Tím najdeme zároveň směrnice asymptot. Jest-li $f(x, y) = o$ rovnice křivky, α směrnice asymptoty, bude pak rovnice její

$$lim\, f(p + x,\ p\alpha + y) = o,\ p = \infty.$$

Zvláště vyšetřuje pan spisovatel asymptoty křivek algebraických, líše při tom nesmírně vzdálené body hyperbolické a parabolické; upotřebení theorie ukázáno na 11 příkladech o křivkách 2., 3. a 4. stupně. Peknému článku tomuto vytýkáme pouze chybný způsob psaní jmena „assymptota" (místo asymptota); v nadpise mělo snad státi „asymptoty bodů nesmírně vzdálených", ač i to jest pleonasmus.

Výroční zpráva c. k. st. vyššího gymnasia v Rychnově n. K. přináší článek:

O křivosti ploch od prof. *Karla Liera.* (47 stran.) Spůsobem velmi průhledným a přehledným vykládají se tu základy theorie křivosti ploch, jak ji Euler a Monge zbudovali, a to nejprvé pro plochy vůbec, pak pro plochy stupně druhého zvláště. Jakožto úvod do studia těchto theorií lze pojednání toto **dobře** odporučiti; upozorňujeme jen na některá nedopatření. Kruh není jedinou křivkou stálé křivosti, jak se na 1. str. praví; máť tuto vlastnost i obyčejná křivka šroubová. Podmínka $rt - s^2 = 0$ neznačí, že oba hlavní poloměry křivosti jsou nekonečně velky, a že oba hlavní řezy normálné jsou přímkami (str. 18). Pojmenováni „body kruhové" není „méně správné" než „pupy" (str. 20), anobrž vědecky důvodnější. Že nešetřeno obvyklého rozdílu v označování úplnýcha částečných differenciálů, stalo se zajisté jen z důvodů typografických.

Výroční zpráva obecních vyšších škol realných v Hradci Králové obsahuje článek pisatele těchto řádků

O cirkulárných křivkách třetího stupně. (20 stran a 1 tab.).

Každou cirkulárnou křivku stupně 3. (C_3) lze inversí samu v sebe přetvořiti, zvolíme-li pólem takový bod, v němž tečna křivky jest rovnoběžna s realnou asymptotou. Některé vlastnosti k těmto „hlavním pólům" se vztahující známy jsou z prací Mannheimových, Küpperových a j.; spisovatel se snažil tyto vlastnosti snadným spůsobem vyvinouti a připojil k nim i jiné, jež se mu novými býti zdály. Ku př.

Leží-li dva body křivky C_3 a jich protilehlý v jedné přímce, jest tento hlavním pólem křivky.

Každá hlavní póly křivky C_3 obsahující kuželosečka jest pravoúhelná hyperbola a seče křivku ve dvou bodech, jichž spojnice jest hyperboly té průměrem sdruženým se směrem realné asymptoty křivky C_3.

Geometrické místo bodu protilehlého ku čtyřem hlavním pólům v jimi určeném svazku křivek C_3 jest kružnice jdoucí vedlejšími póly.

Křivka obalující realné asymptoty křivek C_3 náležejících svazku hlavními póly určenému jest cirkulárná křivka stupně čtvrtého a třídy třetí atd. *A. Strnad.*

B. Recense knih.

Analytická geometrie v rovině. Pro školu napsal Dr. *Karel Zahradník*, v. ř. professor na universitě Františka Josefa v Záhřebě. V Praze, nákladem K. Bellmanna, 1883.

Mimo Jandečkovu *Geometrii pro vyšší gymnasia* (díl 4.) a Šandovo *Měřictví pro vyšší třídy středních škol* (díl 2.) jest uvedená kniha třetí původní spis v mathematické literatuře naší o předmětě tomto jednající a pro střední školy určený, třeba že při něm určení toto nikoliv z titulu, leč teprvé z obsahu poznati jest. Ačkoli zejmena spis Jandečkův jest v každém ohledu výborný, vítáme přece přítomnou knihu s radostí jakožto dílo velmi dobré, které berouc se místy zvláštní cestou, přispěje u nás platně k všestrannějšímu poznání předmětu, o němž pojednává.

Spis tento, čítající 142 str., jest rozdělen přirozeně ve 3 oddíly, z nichž první věnován jest bodu, druhý přímce a třetí kuželosečkám. Oddíly tyto zove p. spisovatel geometrie bodu, geometrie přímky a geometrie kuželoseček. Vyloživ přirozeným postupem, jak se stanoví poloha bodu v soustavě rovnoběžných a polárných souřadnic a jak se souřadnice soustavy jedné vyjádřují souřadnicemi soustavy druhé, řeší mimo 4 obvyklé úlohy o dvou a více bodech úlohu o čtyřúhelníku (str. 10, čl. 9.) a o ploském obsahu mnohoúhelníka. Při úloze, jak stanoviti souřadnice bodu, kterým se spojnice dvou daných bodů v určitém poměru rozděluje, vyloženo zároveň harmonické dělení její. Když bylo pojednáno o transformaci rovnoběžných souřadnic a o analytickém vyjádření geom. místa bodů, přikročeno ke přímce.

Odvozuje obyčejnou rovnici přímky $y = Ax + b$ vychází p. spisovatel od přímky jdoucí počátkem souřadnic a z té teprve přejde k přímce v poloze obecné, kterýžto postup ze stanoviska paedagogického schvalovati sluší. Mimo obyčejnou rovnici přímky odvozena též rovnice úsečková (lépe úseková neb osová), dále Hesse-ova normálná, kteráž se v podobných spisech obyčejně vynechává, ačkoli se jí mnohé úlohy anal. geometrie velmi výhodně řeší, a konečně rovnice polárná.

K tomu řadí se řešení nejobvyklejších úloh o jedné, dvou a třech přímkách. Důkazy vět, že výšky trojúhelníka, tížnice jakož i kolmice ve středobodech stran jeho vztýčené protínají se — ovšem každé o sobě — v bodě jediném, odkázány do úloh.

Třetí, nejrozsáhlejší ovšem, oddíl jedná o kuželosečkách, při nichž řešeny všecky sem hledící úlohy způsobem jasným a důkladným. Chváliti tu jest zejmena, že vedle obvyklého odvození rovnice tečny z rovnice sečny ukázáno též při všech kuželosečkách, jak by se rovnice ta z obou podmínek, že totiž přímka tečná prochází daným bodem a dotýká se příslušné kuželosečky, odvésti dala, neboť tím dochází vyhledaná podmínka, při které se přímka kuželosečky dotýká, teprve náležitého upotřebení. Též konstrukcí jak kuželoseček samých tak zejmena jich tečen a normal dbáno měrou náležitou a přihlíženo bedlivě ku geometrickému významu výrazův analytických.

Ke konci oddílu tohoto odvozena polarná rovnice kuželoseček, promluveno o vzájemném jich vztahu na základě vrcholových rovnic, dále vyložen původ jmen parabola, ellipsa a hyperbola, načež proveden důkaz, že kuželosečky a křivky stupně 2. jedno jsou. Že použito k vyjádření některých rovnic determinantů, jest chvály hodno, neboť byť i determinanty nebyly posud pojaty v učebnou osnovu středních škol našich, stane se to zajisté v době nedaleké a třeba jim proto již napřed cestu raziti.

Velmi vítanou bude zajisté všem našim učitelům mathematiky při školách středních hojná sbírka úloh (169 příkladů) jak v číslech obecných tak zejmena zvláštních, kterouž jest celé dílo ukončeno; mimo to jest i v textu samém dosti příPadných úloh. Úprava celého spisu jest velmi úhledna.

Předeslavše tento krátký nástin obsahu spisu, dovolujeme si upozorniti na některé poklesky jeho a to nejprve věcné a pak jazykové. Za poklesky prvějšího druhu pokládáme mezi jinými tyto: K stanovení polohy bodu v rovině souřadnicemi rovnoběžnými není potřebí veškeré soustavy souřadnic, jak se hned na prvních dvou řádkách praví, nýbrž předkem toliko obou os souřadnic, neboť osnovou čili soustavou souřadnic rovnoběžných nazývají se obě osy i se souřadnicemi celého pásma bodů v rovině. Tohoto výměru osnovy rovnoběžných souřadnic se v knize naší sice nedočítáme, můžeme se ho ale domysliti z vyobrazení 3. na str. 3. Mimo to nezdá se nám dosti paedagogickým, mluviti nejprve o soustavě souřadnic a pak teprve pojem tento objasňovati.

Dále nepřihlíženo všude při psaní jmen přímek a úhlů, dvěma, vztažně třemi písmeny označených, ke směru onde pohybu tvořícího bodu, zde otáčení ramene úhlu. Tak na př. hned na str. 1. ř. 3. měly by osy souřadnic psáti se $X'X$, $Y'Y$ a nikoliv XX', YY', třeba že teprv o něco dále činí se rozdíl mezi směrem positivným a negativným os souřadnic, protože se přirozeným způsobem směr od levé k pravé z pravidla za positivný béře, kterýž jest zároveň i směrem přímek, při nichž se k protivě směru nehledí, právě tak jako čísla prostá jsou vlastně čísla positivná.

Výměr směrnice A v rovnici přímky $y = Ax$ jakožto tangenty úhlu, jejž činí přímka s osou X (str. 22.), jest neúplný za jedno proto, že neudává, s kterým směrem osy X přímka úhel svírá, ač v obr. 20. na téže str. úhel ten šípem určitě označen, a za druhé, že vynechán při slově tangenta přívlastek goniometrická. Proto také nelze se diviti, že při výkladu výminky (str. 70.), kdy přímka ellipsu protíná neb se jí dotýká, položena směrnice A rovnou goniom. tangentě úhlu α, jejž přímka svírá s *negativným* směrem osy *x*ové, jak z obrazce 42. viděti jest. Dokladem výtky, že nešetřeno směru otáčení ramene při psaní jmen úhlů, jest na př. polárný úhel φ při výkladě soustavy polárné (str. 4.), kterýž tu psán POX místo XOP, ač jest na příslušném obrazci směr otáčení od polárné osy v levo šípem naznačen; totéž platí o úhlu α os úsečkových při transformaci souřadnic na str. 15.; podobně jest úhel α sevřený přímkou $P'P'$ s kladným směrem osy X (obr. 19.) psán POX místo XOP (str. 22., čl. 20.); dále při odvozování normalného tvaru rovnice přímky na str. 28. označen úhel α znakem (px) místo (Xp). Též věta o ellipse (str. 75.), že „tečna uzavírá s provodiči bodu doteku rovné úhly“, není úplně správna, jestliže ke znamení vztahu obou úhlů těchto přihlédneme, neboť pak shledáme, že pouze co do číselné hodnoty sobě rovny jsou (viz Jandečkovu Geometrii, díl 4., vyd. 2., p. 89).

Úsekovou rovnici v kosoúhlé soustavě souřadnic bylo možno o něco kratčeji odvoditi, nežli jak se to stalo na str. 27., kdyby se byla úměra $\frac{MP}{OQ - OM} = \frac{OQ_1}{OQ}$ napsala hned ve tvaru $\frac{MP}{OQ_1} = \frac{OQ - OM}{OQ}$ čili $\frac{MP}{OQ_1} = 1 - \frac{OM}{OQ}$ atd.

Nedopatřením stalo se zajisté, že z kuželoseček definována pouze ellipsa jakožto *geometrické* místo určitých bodů, kdežto při ostatních jest přívlastek „geometrické“ vynechán.

Další nedopatření shledáváme na str. 87. shora, kdež se soudí na polohu bodu hledě k hyperbole z toho, je-li rozdíl provodičů menší, větší neb roven *nulle,* kdež patrně místo nulle má státi $2a$. Na str. 89. ve článku o vzájemné poloze přímky a hyperboly jednajícím stojí: „Oba průseky jsou realné, splývají neb jsou imaginarné dle toho . . . .“, z čehož by následovalo, že oba průseky v jeden bod splývající nejsou realné.

Co se tkne stránky jazykové, dovolujeme si vytknouti toto: Ježto se slov pořadnice a bod dotyčný v math. literatuře naší obecně užívá, neměl p. spisovatel místo nich voliti slova *pořadna* a *bod doteku*. Užil-li však již slova pořadna, pak měl také důsledně psáti souřadny bodu a osy souřaden místo souřadnice bodu a osy souřadnic.

Časoslovo *upotřebiti* pojí se s genitivem a nikoliv s akusativem, jak na př. na str. 1., 27. a 31. se stalo. Dále mělo se důsledně psáti pravoúhlá a kosoúhlá soustava a nikoliv brzy tak a brzy zase pravoúhelná a kosoúhelná soustava (viz na př. str. 4. shora a str. 15.). Místo úhel měří 90^0 neb $180^0 + \varphi$ (str. 3., 4., 5.) mělo by státi: rovná se neb jest velký atd. Na str. 3. čteme: „Vytkněme sobě v každé soustavě po jedné přímce *co osy souřadnic*“, kdež místo posledních tří slov má státi: *jakožto ose souřadnic*. Ve větě (str. 10.): „Nechť se najdou souřadnice těžiště trojúhelníku, jenž jest dán souřadnicemi *jeho* vrcholů“ má místo *jeho* státi patrně *svých*. Slova *navedený* užito ve významu neobvyklém na konci čl. 13. a na začátku čl. 27. Na str. 20., čl. 18. čteme: „Rovnice jest *n*tého stupně, *vchází-li* x neb y samo o sobě neb v součinu nejvýše v *n*tém stupni.“ Přiznáváme se, že významu časoslova *vchází-li* v hořejším spojení nerozumíme.

K nemalému podivení svému dočítáme se na str. 21. o přímce, *že teče stále v témž směru*. Na str. 87. užito slova *vně* nesprávně ve smyslu uvnitř, kdežto slovo to znamená totéž co zevnitř.

Výtky, které jsme knize této v nejlepším úmyslu právě učinili, jsou převážnou většinou rázu tak podřízeného, že jimi cena její valně se nestenčuje. Celkový úsudek náš jest, že spis tento jest látkou bohatý, jasným a zároveň v mnohém vzhledě důkladným spracováním jejím zdařilý, který plnou měrou zasluhuje bedlivého povšimnutí všech, kdož u nás mathematikou se zabývají. *Ant. Kostěnec.*

Праволинейна Тригонометрия за горнитѣ классове на реалнитѣ и гимназиални училища. Написалъ Антонъ В. Шоурекъ, прѣподаватель на математиката въ Областната Реална Гимназия въ Пловдивъ. Одобрена отъ Дирекцията на Народното Просвѣщение за употрѣбление въ виспитѣ классове на гимназиитѣ. Съ 54 чъртежа. 1883. Пловдивъ, Издание и печать на Христо Г. Дановъ.

Toť titul školní knihy, jíž bulharská literatura školní byla v pravém smyslu slova obohacena. Že naši krajané v cizině jsou platně literárně činnými, dokazuje na novo tato učebná kniha mathematická prof. *Ant. Šourkem* sepsaná. Kniha tato obsahuje bohatý material kriticky probraný a methodicky uspořádaný, vyrovnávajíc se takto prvním spisům současné literatury tohoto druhu.

Pan spisovatel pojednává v 1. oddělení své trigonometrie o úkonech úhloměrných vůbec, o vztazích úkonů úhloměrných dvou úhlův a o vypočítávání úkonův úhloměrných, v 2. pak krátkém oddělení vykládá trigonometrickou větu binominálnou a řešení rovnic goniometrických. Za každým odstavcem jsou přidány úlohy, jež podávají žákovi hojnou příležitost, aby toho, čemu se naučil, také užil. Ve 3. oddělení provedeny jsou vhodně volené příklady ku jednotlivým vzorcům o řešení trojúhelníků. Jimi vede se žák k tomu, by numerické výpočty ve formě co možná krátké a přehledné prováděl. Oddělení toto končí řešením čtyřúhelníků. Mimo to osvědčil p. spisovatel tímto spisem, že jest důkladně obeznámen s literaturou příslušnou. Zevnější úprava knihy této jest *velmi* úhledna. Knihu tu můžeme všem pp. kolegům co nejvřeleji odporučiti.

Gratulujeme bratřím Bulharům, že v tomto spisovateli nalezli pilného pěstitele své literatury a zajisté prospělo by školství jejich, kdyby sepsal podobně planimetrii, stereometrii a analytickou geometrii v rovině. *Aug. Pánek.*

Uveřejňujeme rádi toto náhodou opozděné provolání, které nám zasláno bylo jazykem českým.

Provolání!

Veliké výzkumy a nepoměrně rychlý pokrok v oboru vědy elektrotechnické vzbudily nejplodnější bádání odborníků nýbrž i interes širšího obecenstva.

Pročež se rozhodl kruh elektrotechniků a přátel vědy elektrotechnické zaraziti spolek pro pěstování vědy elektrotechnické, utvořiti středisko pro veškeré snažení v obor elektrotechniky spadající, pro přednášky o theoretické a praktické nauce elektrické, pro seznání nových projektů, vydávání zvláštního odborného časopisu, a volnou výměnu myšlének všech členů.

Při letošní mezinárodní elektrické výstavě státi se má spolek střediskem odborníků všech zemí a národů a přednáškami vysvětlovati členům spolkovým a všem těm, již se interesují o výzkumy elektrotechnické předměty vystavené.

Jakožto zástupce „elektrotechnického spolku ve Vídni“ dovoluje sobě níže podepsaný prozatimní výbor vyzvati všechny elektrotechniky a přátele vědy elektrotechnické, aby ku spolku jakožto členové přistoupili. Přihlášky přijímá písárna prozatimního výboru (Wien, IV., Karolineng. 16 a.) a zasýlá k výslovnému přání stanovy.

Ve Vídni, v únoru 1883.

Prozatimní výbor: *F. Fischer, J. Kareis, J. Popper, Dr. G. Ad. Ungár-Szentmiklósy, Dr. A. v. Urbanitzky.*