Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 67 (1938), No. Suppl., D158--D162

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120790

LITERATURA.

A. Recense vědeckých publikací.

G. Vranceanu: Les espaces non holonomes. Mémorial des sciences mathématiques, svazek **76**; Paříž 1936, VIII, 68 stran. Cena Kč 16,50.

Nulový systém (obecný lineární komplex) přiřazuje každému bodu prostoru určitou rovinu (nulovou nebo polární rovinu toho bodu). Máme tedy v nulovém systému podobnou věc jako je plocha, díváme-li se na ni jako na souhrn bodů, v jejímž každém bodě existuje tečná rovina (nepřihlížíme k singulárním bodům).

Určíme tuto rovinu způsobem, který lze ihned zobecniti. Nulový systém je určen definující základní formou, která je tvaru

$$P(x, y, z)\,\mathrm{d}x + Q(x, y, z)\,\mathrm{d}y + R(x, y, z)\,\mathrm{d}z = 0, \tag{1}$$

kde P, Q, R jsou analytické funkce proměnných x, y, z takové, že (1) je neintegrabilní. Rovnice

$$\frac{\mathrm{d}x}{P} = \frac{\mathrm{d}y}{Q} = \frac{\mathrm{d}z}{R} \tag{2}$$

s (1) ekvivalentní definují v prostoru kongruenci čar. Bodem $(x_0; y_0; z_0)$, kde není $P(x_0, y_0, z_0) = Q(x_0, y_0, z_0) = R(x_0, y_0, z_0) = 0$, prochází určitá křivka této kongruence (t. zv. základní) a její tečna v tomto bodě je normálou hledané roviny. Její rovnice potom je:

$$P(x_0, y_0, z_0)\,(x - x_0) + Q(x_0, y_0, z_0)\,(y - y_0) + R(x_0, y_0, z_0)\,(z - z_0) = 0. \tag{3}$$

Tato rovnice připomíná rovnici tečné roviny plochy $F(x, y, z) = 0$ v bodě $(x_0; y_0; z_0)$. Pišme rovnici plochy ve tvaru

$$\frac{\partial F}{\partial x}\,\mathrm{d}x + \frac{\partial F}{\partial y}\,\mathrm{d}y + \frac{\partial F}{\partial z}\,\mathrm{d}z = 0 \tag{4}$$

a rovnici tečné roviny:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0 (y - y_0) + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)_0 (z - z_0) = 0. \tag{5}$$

Přirovnejme nyní formy (1) a (4). Rozdíl mezi oběma útvary je patrný (nepřihlížíme-li k dimensi): Forma (1) není integrabilní, t. j. nelze od ní integrací přejíti k $\Phi(x, y, z) = 0$ (říkáme, že je neholonomní nebo anholonomní), naproti tomu integrací (4) dostaneme ihned rovnici plochy, která prochází bodem $(x_0; y_0; z_0)$ ve tvaru $F(x, y, z) = 0$. (Říkáme, že (4) je holonomní.)

Pravíme potom, že pomocí (1) je v trojrozměrném prostoru definována neholonomní varieta (plocha), která každému bodu přiřazuje určitou rovinu, neboli „dvojsměr" a značíme ji $X_3{}^2$ na rozdíl od X_2 v X_3, kterou definuje (4). Rovinu přiřazenou bodu v obou případech jmenujeme rovinou „tečnou". Studium nulového systému z tohoto hlediska v podstatě provedl již A. Voss v článcích: Geometrische Interpretation der Differentialgleichung $P\,\mathrm{d}x + Q\,\mathrm{d}y + R\,\mathrm{d}z = 0$, Math. Annalen **16** (1880), 556—559; Zur Theorie der allg. Punktebenensysteme, Math. Annalen **23** (1884), 45—81 a potom D. Sintzov: Studien über das System der Integral-Kurven der Pfaffschen Gleichung. Communication de l'Institut des Sciences de l'Ukraine, **5**, serie **4**.

G. Vranceanu v r. 1926 a Z. Horák v r. 1927 rozšířili tyto úvahy na vícerozměrné prostory a definovali X_n^m jako útvar, který každému bodu v X_n přiřazuje určitý „tečný“ m-směr a ukázali na nové pole diferenciální geometrie. Po deseti letech shrnuje G. Vranceanu ve své publikaci důležité výsledky tohoto odvětví, dosud rozptýlené po časopisech a podává je v pěti kapitolách (včetně aplikací na mechaniku) malé knížky.

Difer. geom. studium variety X_n^m lze prováděti po zavedení absolutního počtu do určité míry analogicky k studiu variety holonomní. Jsou-li definovány nezávislé neholonomní parametry, lze zavésti absolutní počet do neholonomních variet stejně jako do holonomních podle Schoutena. (Z. Horák: Zobecnění pojmu variety, Spisy Masarykovy univ. č. **86** (1927), 1—20.) Viz J. A. Schouten: Riccikalkül, 1924, Berlin, pg. 63—64. Autor studuje anholonomní variety jinou cestou (metoda kongruencí): Definuje X_n^m pomocí $(n - m)$ neholonomních forem

$$\lambda_\varrho^a \mathrm{d}x^\varrho = 0, \ \varrho = 1, 2, \ldots, n; \ a = m + 1, \ldots, n. \tag{6}$$

Vskutku s (6) je ekvivalentní

$$\frac{\mathrm{d}x^1}{\lambda_1^a} = \frac{\mathrm{d}x^2}{\lambda_2^a} = \ldots = \frac{\mathrm{d}x^n}{\lambda_n^a}, \tag{7}$$

které definují v bodě $(x^1; x^2; \ldots; x^n)$ $(n - m)$ směrů (lépe $(n - m)$-směr). Potom existuje v tomto bodě právě m směrů (m-směr), které s prvními jsou lineárně nezávislé (t. j. nemají s prvními žádný směr společný) a tvoří s nimi n-směr v X_n. Tento m-směr je přiřazen bodu varietou X_n^m. (Máme definici uvedenou dříve.) Užívaje těchto směrů autor studuje invariantní vlastnosti vzhledem ke grupě lineárních transformací

$$\bar{\lambda}_\varrho^a = c_b^a \lambda_\varrho^b, \quad \left| c_b^a \right| \neq 0, \tag{8}$$

která nemění X_n^m a vzhledem k bodové transformaci (transformace souřadnic)

$$'x^i = {}'x^i (x^1, \ldots, x^n). \tag{9}$$

Přihlížíme-li k (8) a (9), je nutno zavésti dva typy tensorů. Jeden vzhledem k transformaci kongruencí (t. j. vzhledem k (8)), t. zv. tensory „vnitřní“, druhý vzhledem k (9), tensory „vnější“ (příp. smíšené).

Pomocí afinní konexe v prostředí X_n, v němž je uložena X_n^m, a pomocí λ_ϱ^a definuje konexi pro X_n^m a pak již studium základních věcí, jako paralelismu, křivosti, probíhá normální cestou.

Vedle Pfaffových forem (6) výhodně zavádí formy t. zv. komplementární:

$$\lambda_\varrho^\alpha \mathrm{d}x^\varrho = 0, \quad \alpha = 1, 2, \ldots, m, \tag{10}$$

tak, aby $\left| \lambda_\varrho^\mu \right| \neq 0$ a uvažuje (7) a (10) současně.

Forma (10) definuje v X_n varietu X_n^{n-m}, která s X_n^m tvoří dvojici t. zv. komplementárních neholonomních variet. „Tečný“ m-směr variety X_n^m a „tečný“ $(n - m)$-směr druhé nemají společného směru a určují právě n-směr prostoru, v němž obě leží. Studují-li se obě variety současně, všechny výpočty se stávají přehledné a geometrické vlastnosti snadno vyplývají. Autor některé výsledky uvádí užívaje afinní konexe v X_n.

Metrické neholonomní variety V_n^m v Riemannově prostoru V_n jsou zavedeny podmínkou ortogonality mezi koeficienty c_b^a v (8), t. j.

$$c_b^a c_a^d = \delta_b^d. \tag{11}$$

Řada geometrických vlastností plyne poměrně bez obtíží (není tomu tak u projektivních anholonomních variet) a proto mnohé výsledky přinesly již práce v prvním desetiletí rozvoje studia anholonomních variet. Autor četné z nich shrnuje v třetí kapitole. Všímá si druhé fundamentální formy, vnitřního a vnějšího paralelismu, tensorů křivosti, křivek autoparalelních, minimálních a j.

Některé výsledky získané pro metrické neholonomní variety lze rozšířiti i na afinní. Čtenář je najde v I. a IV. kapitole.

Začátek studia neholonomních variet u Vosse měl podklad ryze geometrický. Ale už r. 1885 Voss v článku: Über die Differentialgleichungen der Mechanik, Math. Annalen **25** (1885), 258, ukázal na úzký jejich vztah k mechanice a rozvoj v posledním desetiletí měl svůj původ vlastně také v mechanice.

V mechanice holonomnímu systému S_n, o vazbách nezávislých na čase a s energií

$$T = \tfrac{1}{2} a_{ij} \frac{dx^i}{dt} \frac{dx^j}{dt}, \quad i, j = 1, 2, \ldots, n, \tag{12}$$

(a_{ij} jsou funkce parametrů $x^1, \ldots, x^n$, a t je čas) přísluší podle Ricciho a Levi Civity Riemannův prostor V_n, kde souřadnice bodu jsou $x^1, \ldots, x^n$ a jehož metrika je

$$ds^2 = 2T\, dt^2 = a_{ij}\, dx^i\, dx^j. \tag{13}$$

Holonomní systém se potom uvažuje za pomoci prostoru V_n.

Neholonomní systém S_n^m v mechanice je definován $(n - m)$ neintegrabilními podmínkami (vazbami)

$$\lambda_\varrho^a\, dx^\varrho = 0, \quad (\lambda_\varrho^a \text{ jsou analytické funkce } x^1, \ldots, x^n) \tag{16}$$

mezi proměnnými x^ϱ holonomního systému S_n. Každému systému S_n^m lze přiřaditi neholonomní metrický prostor V_n^m, který je definován ve V_n pomocí (14). Za pomoci V_n^m lze napsati pohybové rovnice pro S_n^m. Na str. 52 a 53 autor se zmiňuje stručně o zvláštní třídě systémů S_n^m, které v mechanice se velmi často vyskytují. Předpokládá systém S_n^m, jehož potenciální energie je funkcí jen x^1 a že lze v prostoru V_n^m, který je k S_n^m přiřazen, zvoliti systém kongruencí (λ) tak, aby kovariantní a kontravariantní složky kongruencí byly funkcí jediné souřadnice x^1 a konečně, aby směr x^1 byl směrem jedné ze základních kongruencí na př. λ_1. Uvádí potom, že lze integraci příslušných pohybových rovnic provésti za pomoci řešení systému diferenciálních rovnic lineárních a kvadratur. Na konec zabývá se systémy S_n, S_n^m s vazbami závislými na čase.

Knížka je doprovázena četnou, zvláště novější, bibliografií. (Čtenář ale zde nenajde první dvě práce Vossovy, stejně jako práci Sintzovovu, které jsou vlastně základní.) Některé rovnice jsou napsány po intuitivní úvaze a vyžadovaly by zevrubnějších důkazů (na př. na str. 52 a 53). Tiskových chyb je dosti mnoho; na př. rovnice (2′) na str. 5, (2″), (3′) na str. 6, (4), (5′)

na str. 8, (11) na str. 19 atd. jsou tiskově chybné. Mimo to čtenáři vadí, že autor píše indexy řadové na místo, kde jsou obvykle kovariantní, nebo kontravariantní a neužívá t. zv. „Abdrosselung“ zavedeného Schoutenem. (Viz na př. Schouten-Struik: Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie, 1935, Groningen, pg. 26.)

Knížka bude však dobrou orientační pomůckou, zvláště když čtenář některé maličkosti si sám doplní, v tomto dnes hojně pěstovaném odvětví diferenciální geometrie. *F. Vyčichlo.*

Jiří Vogl, Inž. **Jaromír Hajda** a **Karel Král,** techničtí pracovníci závodu Srb a Štys: Praktická Optika. Praha 1937, 8°, 373 stran, 447 obr. Cena brož. 90 Kč, váz. 100 Kč.

Kniha je rozdělena na sedm základních oddílů: Úvod do Optiky. Fotografická optika. Promítací stroje. Dalekohledy a kolimátory. Mikroskop a lupa. Oko a brýle a Geodetické přístroje a jejich pomůcky.

Vynechány jsou spektrální stroje a refraktometry, které do praktické optiky patří. Také proti pořádku jednotlivých oddílů byly by oprávněné námitky. Kapitola pátá by podle obsahu měla míti název Lupa a mikroskop. Rozdělení jednotlivých oddílů je přiměřené, pouze čtvrtý oddíl „Dalekohled a kolimátory“ je nepřehledně rozdělen. Oddíl začíná Keplerovým dalekohledem a teprve na konci popisuje holandský dalekohled. Zvláště zdařile jsou napsány oddíly o mikroskopech, brýlích a geodetických přístrojích. V těchto statích je zejména množství zdařilých a velmi instruktivních obrazců, které se v učebnicích optiky nevyskytují. Ilustrační stránce spisu je věnována neobyčejná péče — svědčí o tom jednak veliký počet obrazů (447 na 373 stranách), jednak také krásný křídový papír, na němž i polostínové reprodukce z fotografií velmi pěkně vynikají.

Optika pánů Vogla, Hajdy a Krále je vskutku praktická. Je tu velké množství praktických poznámek a připomínek, jež se ani v obšírných optikách nenajdou a vesměs je přihlíženo k moderní úpravě optických přístrojů, zvláště pak přístrojů měřicích. Teorie ovšem v praktické knize ustupuje do pozadí, když už se však uvádí, mělo se tak státi opatrněji. Při optickém zobrazování zrcadly a čočkami právě z praktického stanoviska bylo by zavésti základní označení pro zobrazování sběrné, t. j. duté zrcadlo je tu fysikálně rovnomocné dvojvypuklé čočce — a příslušné vzorce mají pro optickou mohutnost míti jednotný tvar. Vada komatická (str. 66) je nedostatečně vysvětlena, rozlišovací schopnost (str. 73 a str. 200) je nesprávně definována — takže čtenář neporozumí tomuto pojmu v drobnohledu a dalekohledu. Také základní pojmy fotometrické jsou neúplně definovány, co je svítivost zdroje není nikde vyloženo. Výkres Lummerovy a Brodhunovy kostky je nesrozumitelný čtenáři, který všude jinde nalézá prostory světlem vyplněné jako plochy šikmo čárkované — na obr. 111 je tomu naopak, nehledě k tomu, že mezi okem pozorovatelovým a kostkou musí býti lupa, jinak by pozorovatel nemohl viděti, co viděti má. Proč je z projekčních strojů vynechán přístroj kinematický? Při výkladu zvětšení dalekohledu je levá strana obrazce (č. 129) zbytečná. Předmět y je přece v nekonečnu a tak jeho výkres jen čtenáře mate. Odstavec „dalekohledy hvězdářské“ je příliš chudý. Není tu ani slova o montáži těchto strojů aniž položen důraz na to, že u moderních reflektorů se zrcadla neopatřují otvory, ale užije se výhodně zrcadel tak, aby se celistvost zrcadla zachovala. Historické obrazy 223. a 234. mohly odpadnout a býti nahrazeny moderní úpravou velkých reflektorů.

Kniha je psána vesměs přístupně. V novém vydání, kterého se jistě a brzy dočká, bylo by opraviti zbytečné germanismy a nahraditi cizí slova českými. V praktické optice pořád ještě „hraje úlohu“ nebo „hraje roli", zařízení „slouží", a to a ono se provádí „pomocí". Nemáme stroj „Škoda a Savin", ale stroj „Škodův a Savinův", nečesky je přeložena „Vorsatzlinze" slovem „představná" čočka, proč má býti obraz „reelní" nebo „virtuelní" a něco „specielní", když máme české názvy a když česká koncovka je „*ální*"?

Cena Praktické Optiky je mírná, zvláště když uvážíme vnitřní cenu této krásně vypravené a pěknými typy tištěné knihy.

Prof. dr. *Vlad. Novák.*

C. Původní publikace československých matematiků a fysiků.

Z. Horák: Sur l'égalité de la masse inerte et de la masse pesante. CR du Congrès internat. d. Math. Oslo 1936, T. II, 239—240.

Z. Horák: Technická úprava Conetteovy metody měření vazkosti kapalin. Strojnický obzor, **17** (1937), 181—185.

B. Hostinský: Sur la superposition de deux sinusoides. Comptes Rendus, **203,** 918—919.

B. Hostinský: Cauchyův problém pro diferenciální rovnice lineární. Spisy přír. fak. Masarykovy univ., **230,** 12 str.

B. Hostinský: Sulle successioni di variabili casuali. Giornale de l'Istit. Ital. d. Attuari, 1937, 8—13.

B. Hostinský: Sur une classe d'équations fonctionnelles. Journal de math. pures et appliquées, 9. S., **16,** 267—284.

B. Hostinský: Sur les probabilités relatives aux variables aléatoires liées entre elles. Annales de l'Inst. H. Poincaré, **7,** 68—119; přednášky konané na Poincaréově ústavě v Paříži v lednu 1937.

L. Seifert: Contributions à la théorie polaire d'une variété cubique dans l'espace à quatre dimensions. I. 15 str. II. 9 str. Spisy přír. fak. Masarykovy univ., **233, 235.**

Redakce žádá zdvořile pp. autory původních publikací, aby laskavě zasílali separáty redakci. Po uveřejnění v tomto oddílu odevzdá je knihovně JČMF, která vede oddělení separátů. Nemohou-li zaslati separát, tedy je prosíme aspoň o zaslání přesného názvu práce a časopisu ihned po vyjití.

D. Publikace redakci zaslané.

E. Colerus: Od násobilky k integrálu. Matematika pro všechny. Přel. O. Seydl. 1937. 8° 432 str. 73 obr. Brož. 65 Kč.

V. Havlík: Význam ústavního ošetřování v sociálním pojištění. 1936. 8° 23 str. Studijní knihovna sociálního pojištění, 2.

B. Hnátek: Praktická nauka o barevné harmonii a komposici. 1937. 16° 68 str. 13 obr. 2 příl. Brož. 8,80 Kč. Stát. nakl.

B. Hnátek: Perspektiva. Učebnice pro II. tř. stř. škol. 1937. 8° 39 str. 40 obr. Brož. 3,80 Kč. Stát. nakl.

J. Ježek: Příručka kupecké, finanční a pojistné aritmetiky. I. Soustavný přehled. 2. opr. rozš. vyd. 1938. 8° 737 str. obr. Brož. 84 Kč, váz. 96 Kč. Unie, Praha.

V. Prusenovský: Elektrické svařování kovů. 1938. 16° 75 str. 3 př. 23 obr. Brož. 10 Kč. Kober, Praha.

E. Schoenbaum: Aktuální problémy starobního a invalidního pojištění. 1936. 8° 23 str. Stud. knih. soc. poj., 1.

E. Štern - V. Lenz: Hospodářská krise a dělnické pojištění invalidní a starobní. 1937. 8° 36 str. Stud. knih. soc. poj., 3.