Zdeněk Pírko

Příklad pro brannou výchovu v trigonometrii na střední škole

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 67 (1938), No. Suppl., D257--D268

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120786

4. Prima je zatížena v poměru 41 : 75, sekunda 55 : 75. K tomu přistupuje ještě okolnost, že látka v primě je většině žáků z velké části známa.

Navrhuji proto, aby učebná látka byla rozdělena takto:

Prima. K dosavadní látce ať přistoupí sčítání, odčítání, násobení a dělení zlomků s čísly celými a se zlomky, proměna čísla desetinného na zlomek a zlomku na číslo desetinné. Tím by žák dovedl počítat se zlomky a výsledek tohoto výpočtu převésti na číslo desetinné.

Přidali bychom tak 14 hodin, takže v primě bychom potřebovali asi 55 hodin. Nebylo by to mnoho, uvážíme-li, že část učebné látky (počítání čísly celými, desetinnými a většina měr) jest žákům známá.

Sekunda. Začlo by se opakováním zlomků, t. j. látkou již známou, která by se opakováním upevnila, doplnila a prohloubila. Ostatní látka by zůstala, jen umocňování a odmocňování čísel by se přeneslo až do tercie.

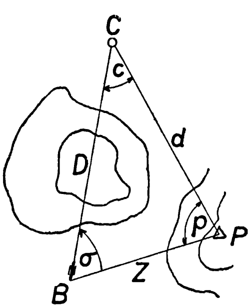
Tím by bylo v sekundě potřeba k výkladu — hodnotíme-li opakování počítání se zlomky 10 hodinami — celkem 44 hodin. Při tom část látky by byla žákům známa. Mohlo by se tedy přidat něco času na zkrácené počítání a důležitá nauka o počítání se zlomky by byla důkladněji procvičena než nyní.

Příklady pro brannou výchovu v trigonometrii na střední škole.[1])

Zdeněk Pírko, Praha.

A. Střelba dělostřelectva.

V nauce o střelbě dělostřelectva používá se v trojúhelníku baterie (B), pozorovatelna (P), cíl (C) tohoto označení a pojmenování (viz obr. 1): $\overline{BP} = Z$ základna, $\overline{PC} = d$ pozorovací dálka, $\overline{BC} = D$ topografická dálka cíle, $B\widehat{P}C = p$ pozorovací úhel, $P\widehat{C}B = c$ paralaxa cíle. Základní úloha, určiti prvky střelby D a σ ($\sigma = P\widehat{B}C$), vyžaduje změření tří prvků: Z, d, p. Teoreticky jest ovšem možné, že jeden z prvků střelby známe; určení druhého prvku je za tohoto předpokladu úloha velmi snadná.



Obr. 1.

[1]) Obsah přednášky přednesené autorem na schůzi středoškolské sekce JČMF v Praze dne 27. dubna 1938.

Probírám nejprve základní úlohy při jednostranném pozorování (= s jedinou pozorovatelnou) a úlohu základní (příklad 5); poté jednoduchý případ zamíření pomocí dvou pozorovatelen, zamíření baterie při soustředěné palbě, pozorování z upoutaných balonů a nárazové zastřílení.

Ke každé úloze, probírané v následujícím tekstu, bylo by možno se stanoviska vojenského říci leccos zajímavého. Pro nedostatek místa uvádím jen literární odkazy.

1. V trojúhelníku BPC zjištěny prvky Z, p, σ; stanovte topografickou dálku cíle!

Věta sinová. Se stanoviska střeleckého jde o situaci poněkud neobvyklou (baterie vidí cíl!), se stanoviska vojenského plánoměřictví máme tu však základní úlohu, t. zv. protínání vpřed.[2])

2. V trojúhelníku BPC zjištěny prvky Z, d, p; stanovte topografickou dálku cíle!

Řešíme buď s použitím věty kosinové nebo tangentové. Se stanoviska střeleckého máme co činiti s obvyklou topografickou situací (baterie střílí nepřímo, ze skrytu!). Kdybychom chtěli určiti i druhý prvek střelby (σ), musili bychom počítati paralaxu c.[3])

3. V trojúhelníku BPC zjištěny prvky Z, D, p; stanovte paralaxu cíle!

Sinová věta dává ihned $\sin c = \frac{Z}{D} \sin p$. V praksi výpočet paralaxy ze základny Z, dálky cíle D a pozorovacího úhlu p děje se nomograficky.

4. V trojúhelníku BPC zjištěny prvky Z, d, p; určete paralaxu cíle!

Výpočtem nalezneme $\operatorname{tg} c = \frac{Z \sin p}{d \pm Z \cos p}$, kde hořejší znaménko platí pro $p > 90°$, dolejší pro $p < 90°$. Topografická situace je táž, jako v příkladu 2. V praksi výpočet paralaxy ze základny Z, pozorovací dálky d a pozorovacího úhlu p děje se pomocí mechanického trojúhelníku.

5. Základní úloha. V trojúhelníku BPC zjištěny prvky Z, d, p; určete prvky střelby!

Určení dálky provedeno v příkladu 2. Určení paralaxy v příkladu 4. Je tedy odměr, vzatý od fronty pozorovatelna — cíl, $\sigma = 180 - (p + c)$.

6. Zaměřte baterii na zakrytý cíl! (Viz obr. 2.)

Pozorovatelé v nejjednodušším případě zvolí dvě pozorovatelny, které s baterií leží v přímce, a to tak, aby z nich viděli baterii i cíl. Změří Z_1, Z_2, p_1, p_2. Z obrázku pak plyne:

$$d_1 = \frac{\sin p_2}{\sin (p_1 - p_2)} Z_2 \text{ a tedy } D = \sqrt{Z_1^2 + d_1^2 - 2Z_1 d_1 \cos p_1};$$

tím je stanovena dálka.

---

2) Viz Gebauer, Aplikovaná matematika pro vojsko, I, 1927, 40—41.

3) O paralaxe viz dělostřelecké předpisy branné moci, na př. D-VII-1!

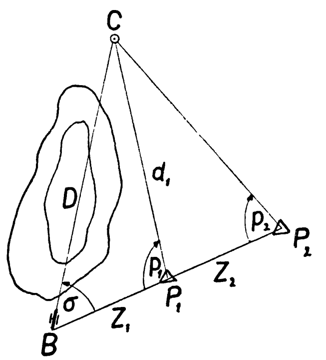
Odměr, vzatý od fronty pozorovatelna — cíl, je dán vztahem

$$\sin \sigma = \frac{d_1}{D} \sin p_1.$$[4])

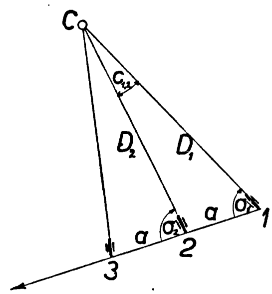
7. Palba baterie má býti **soustředěna** na bodový cíl. Prvky střelby D, σ (σ od fronty baterie) určeny pro řídicí dělo. Které jsou prvky střelby pro ostatní děla baterie? (Rozstup děl je známý, pro jednoduchost předpokládáme děla baterie v přímce.[5]) (Viz obr. 3.)

$D_2 = \sqrt{a^2 + D_1^2 - 2aD_1 \cos \sigma_1}$, $\sin c_{12} = \frac{a}{D_2} \sin \sigma_1$. Prvky střelby pro druhé dělo jsou tudíž D_2, $\sigma_2 = \sigma_1 + c_{12}$.

8. Viz příklad 7. V střelecké praksi nazývají se rozdíly $\sigma_2 - \sigma_1 = c_{12}$ **úhlová paralaxa cíle**, $D_2 - D_1 = \Delta_{12}$ **lineární**



Obr. 2.



Obr. 3.

paralaxa cíle (viz obr. 3) a počítají se vzorci

$$\sin c_{12} = \frac{a}{D_1} \sin \sigma_1, \quad \Delta_{12} = -a \cos \sigma_1.$$

Jak byly tyto vzorce odvozeny? Jaké jsou prvky střelby pro druhé dělo?

V rovnici $\sin c_{12} = \frac{a}{D_2} \sin \sigma_1$ předpokládáme $D_2 \doteq D_1$, tak získáme první vztah. V rovnici $D_2^2 = D_1^2 + a^2 - 2aD_1 \cos \sigma_1$ zanedbáme a^2 vedle D_1^2 a rovnici píšeme ve tvaru $(D_2 + D_1)(D_2 - D_1) = -2aD_1 \cos \sigma_1$. Kladouce pak $D_1 + D_2 \doteq 2D_1$, $D_2 - D_1 = \Delta_{12}$, nalezneme druhý vztah. Prvky střelby pro druhé dělo jsou pak jednoduše $D_2 = D_1 + \Delta_{12}$, $\sigma_2 = \sigma_1 + c_{12}$.

9. **Upoutaný balon** (**pobřežní pozorovatelna**). Stanovte viditelnost pozorovatelny vysoké h pro pozorovací úhel τ! Určete max. viditelnost! (Viz obr. 4.)

---

[4]) Viz Gebauer, l. c., 42—43.
[5]) Viz Jean, Mém. Art. franç., 8, 1929; VTZ, 7, 1930, 12—13.

Ve významu vysokých pozorovatelen, které vidí nepříteli „do talíře", je raison d'être pozorovacích balonů a hlavní část pozorování z pozorovacích letounů. Ovšem tyto pozorovatelny nejsou naprosto pevné a také není pevná základní orientace pozorovacích přístrojů na jejich palubě. Naši úlohu jest tedy pokládati jen za aproximaci.[6]) Věta sinová dává $\frac{R+h}{R} = \frac{\sin\beta}{\cos\tau}$ (1), dále $\alpha = 90° - \beta + \tau$ a $\xi = (R+h)\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ (2). Tudíž

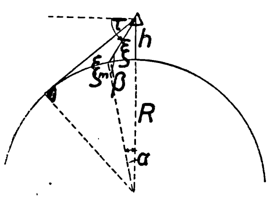
$$\xi = \sqrt{[R + (R+h)\cos\tau]\,[R - (R+h)\cos\tau]} + (R+h)\cos\tau.$$

Pro hrubý odhad lze h vedle R zanedbati a psáti

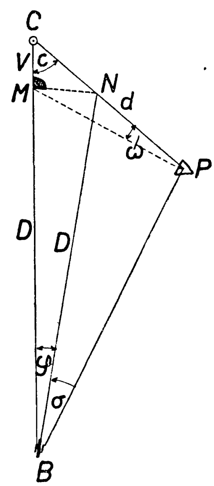
$$\xi \doteq R\,(\sin\tau + \cos\tau) = R\sqrt{2}\sin(45° + \tau).$$

Na principu řešení této úlohy jsou konstruovány dálkoměry pobřežního dělostřelectva, u nichž rovnice (1) a (2) jsou mechanisovány, takže dálkoměr k pozorovacímu úhlu τ ihned udává viditelnost ξ.

Max. viditelnost nastane pro $\beta = 90°$ a je $\xi_{max} = \sqrt{h(2R+h)}$, přibližně $\sqrt{2Rh}$.



Obr. 4.



Obr. 5.

10. Nárazové zastřílení při jednostranném pozorování. Náraz byl pozorován v bodě N (viz obr. 5). Chceme-li jej posunouti do cíle C, musíme změniti současně odměr σ o φ (otočiti náraz kolem B do M) a zvětšiti dálku D o $V = \overline{MC}$. Těmto změnám odpovídá na pozorovatelně P změna o úhel ω. Určete V a φ za předpokladu, že známe veličiny $d = \overline{PC}$, $D = \overline{BN}$, $c = \widehat{BCP}$, $\omega = \widehat{NPM}$!

Z troj. CMP plyne $V = \frac{\sin\omega}{\sin(c+\omega)}\,d$, z troj. CBN plyne $V\operatorname{tg} c = D\operatorname{tg}\varphi$ čili $\operatorname{tg}\varphi = r\,\frac{\sin\omega}{\sin(c+\omega)}\operatorname{tg} c$, kdež $r = \frac{d}{D}$ je t. zv. redukovaná dálka.

11. V dělostřelecké praksi překládáme náraz do cíle pomocí přibližných vzorců. Změníme-li totiž úhel ω o 1^{dc}, přísluší této

[6]) Viz Gebauer, VTZ, **13**, 1936, 97—100, 127—134, 180—186.

změně přibližná změna dálky $\frac{V}{\omega}$ (t. zv. dálkový poměr) a přibližná změna směru $\frac{\varphi}{\omega}$ (t. zv. stranový poměr). Ukažte, že platí tyto přibližné vztahy:

$$\frac{V}{\omega}=\frac{d}{\sin c},\ \text{t. zv. geometrický skok}\ \frac{V}{\varphi}=\frac{D}{\operatorname{tg} c}$$

a

$$\frac{\varphi}{\omega}=\frac{r}{\cos c}\left(r=\frac{d}{D}\right)!$$

Viz obr. 5. V troj. CMP jest $\frac{V}{d}=\frac{\sin\omega}{\sin(c+\omega)}$; předpokládajíce, že úhel ω je malý, můžeme psáti pro

$$\text{dálkový poměr}\ \frac{V}{\omega}=\frac{d}{\sin c}. \tag{1}$$

V troj. CBN jest $V \operatorname{tg} c = D \operatorname{tg} \varphi$; předpokládajíce, že úhel φ je malý, nalezneme pro

$$\text{geometrický skok}\ \frac{V}{\varphi}=\frac{D}{\operatorname{tg} c}. \tag{2}$$

Dělíme-li výrazy $\frac{V}{\omega}$, $\frac{V}{\varphi}$ a zavedeme-li redukovanou dálku $r=\frac{d}{D}$, nalezneme pro

$$\text{stranový poměr}\ \frac{\varphi}{\omega}=\frac{r}{\cos c}. \tag{3}$$

Rovnice (1), (2), (3) jsou zpracovány nomograficky.[7])

12. **Praktický příklad.** Určete dálkový poměr, geometrický skok a stranový poměr pro situaci $D = 6400$ m, $d = 3200$ m, $c = 410^{dc}$!

$$\frac{V}{\omega}=8{,}1,\quad \frac{V}{\varphi}=15,\quad r=\frac{1}{2},\quad \frac{\varphi}{\omega}=0{,}54.$$

B. Převážení vojska přes vodní toky.[8])

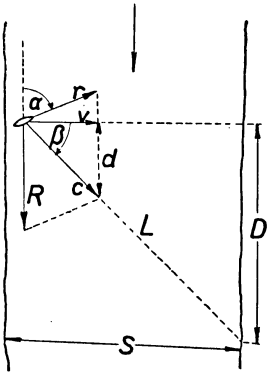
Úlohy zjednodušujeme dvěma podstatnými předpoklady (viz obr. 6): v uvažovaném úseku řeky je stále táž šířka toku S a stále táž rychlost proudu R. Dále použijeme těchto označení a názvů: r vlastní rychlost lodice (veslaři nebo motor), α úhel převážení, v příčná rychlost převážení, c šikmá rychlost převážení, d rychlost snesení, β směr převážení a posléze dva pojmy vojensky nejvýznamnější: T doba převážení, D snesení.

Otázka všeobecného problému převážení jest elementárního rázu; z ní specialisací lze vyvoditi problém převážení bez snesení,

[7]) O nárazovém zastřílení viz dělostřelecké předpisy branné moci, na př. D-VII-1!

[8]) Viz na př. Métrot, VTZ, 5, 1928, 154—157.

převážení s max. příčnou rychlostí (= převážení v min. čase) a převážení v případě, že $\alpha = \beta$. Tyto tři úlohy můžeme přirozeně řešiti také samostatně. Poslední úlohu lze formulovati jako převážení s min. snesením; vedle této úlohy má také důležitost převážení s min. celkovou dobou převážení (která se skládá z doby T a z doby Θ vlečení lodi podél protějšího břehu o snesení D — rychlost vlečení značíme ϱ). Poslední dvě úlohy pak umožňují řešiti otázku časového rozvrhu při převážení vojenské jednotky.



Obr. 6.

1. Všeobecná otázka převážení. Dáno S, R, r, α; vypočtěte

a) příčnou rychlost převážení, dobu převážení,

b) šikmou rychlost převážení, směr převážení, rychlost snesení a snesení,

c) délku převážení! (Viz obr. 6.)

a) $v = r \sin \alpha$; $S = vT$, tedy $T = \dfrac{S}{r \sin \alpha}$, b) $c = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha}$; $d = R - r \cos \alpha$; $d = v \operatorname{tg} \beta$, tedy $\operatorname{tg} \beta = \dfrac{R - r \cos \alpha}{r \sin \alpha}$; $D = dT$, tedy $D = \dfrac{R - r \cos \alpha}{r \sin \alpha} S$; c) $L = \dfrac{S}{\cos \beta}$, tedy $L = \dfrac{S}{r \sin \alpha} \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \cos \alpha}$.

2. Převážení bez snesení. Vyšetřete případ $D = 0$!

Ježto $D = 0$ a $\alpha \neq 0$, musí býti $R - r \cos \alpha = 0$, čili $\cos \alpha = \dfrac{R}{r}$. Trojúhelník (R, r, α) je pravoúhlý a převážení určeno 3 veličinami S, R, r. Dále $v = r \sin \alpha = \sqrt{(r + R)(r - R)}$; úloha má význam jen tehdy, když $r > R$. Konečně $c = v$, $L = S$, $d = D = \beta = 0$, $T = \dfrac{S}{\sqrt{r^2 - R^2}}$.

3. Vyšetřete případ převážení s max. příčnou rychlostí (= převážení v min. čase)!

Ježto $v = r \sin \alpha$, bude v max. pro $\alpha = 90°$, t. j. tehdy, pluje-li loď kolmo na proudnici. Pak je $v = r$, $T = \dfrac{S}{r}$, $c = \sqrt{R^2 + r^2}$, $\operatorname{tg} \beta = \dfrac{R}{r}$, $D = \dfrac{R}{r} S$ a $L = \dfrac{r}{\sqrt{R^2 + r^2}} S$.

4. Vyšetřete případ $\beta = \alpha$!

Pak jest $c = \sqrt{(R + r)(R - r)}$ a úloha má význam jen tehdy, když $R > r$ (srovn. příklad 3!). Dále $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{c}{r} = \dfrac{1}{r} \sqrt{R^2 - r^2}$, $v = r \sin \alpha = \dfrac{r}{R} \sqrt{R^2 - r^2}$ atd.

5. Ukažte, že k výsledkům předch. příkladu vede **převážení s min. snesením!**

Z rovnice $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\alpha} = 0$, kdež $D = \frac{R - r\cos\alpha}{r\sin\alpha} S$ (srovn. příklad 1!), plyne $\cos\alpha = \frac{r}{R}$. Tato hodnota α vede na minimum. Trojúhelník (R, r, α) je pravoúhlý a převážení určeno 3 veličinami S, R, r. Dále

$$v = \frac{r}{R}\sqrt{R^2 - r^2};\ T = \frac{R}{r\sqrt{R^2 - r^2}} S;\ c = \sqrt{R^2 - r^2} = r \operatorname{tg}\alpha;$$

$$d = \frac{R^2 - r^2}{R};\ \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{r}\sqrt{R^2 - r^2} = \operatorname{tg}\alpha,\ \text{tedy}\ \alpha = \beta;$$

$$D = \frac{S}{r}\sqrt{R^2 - r^2} = S\operatorname{tg}\alpha;\ L = \frac{RS}{r}\sqrt{R^2 - r^2}.$$

6. Ponton (r) byl užit k převozu na toku (S, R). Při kterém úhlu převážení α je celková doba převozu nejmenší?

Doba koloběhu k pozůstává v podstatě ze 2 převozů (v, S) a 2 vlečení při břehu (ϱ, D). Tedy $k = 2(T + \Theta) = 2\left(\frac{S}{v} + \frac{D}{\varrho}\right)$. Vyjádříme-li D, v pomocí veličin R, r, ϱ, S, α, nalezneme

$$k = 2\frac{1}{r\varrho}\frac{R + \varrho - r\cos\alpha}{\sin\alpha} S;$$

z rovnice $\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ pak plyne $\cos\alpha = \frac{r}{R + \varrho}$. Tato hodnota α vede na minimum.

7. **Časový rozvrh pro přechod řeky.** Ponton mostové soupravy, naložený vojskem, má rychlost 40 m/min., obsazený jen posádkou na cestě zpět 75 m/min., rychlost vleku pontonu podle břehu je 40 m/min. Nalodění trvá 2 min., vylodění 1 min. Jak velký je koloběh plavidla, t. j. čas mezi dvěma následujícími odplutími téhož plavidla od téhož břehu v případě, že

a) taktické i praktické důvody nutí, aby ponton plul kolmo na proudnici (viz příklad 3),

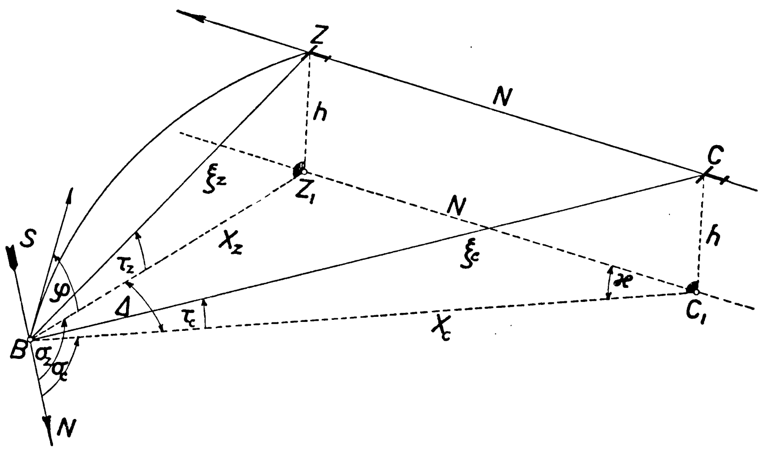
b) převážení se děje s nejmenší celkovou dobou převozu (viz příklad 4 a 5)?

Dosaďte $S = 100$ m a $R = 1{,}5$ m/sec!

a) $k = 2 + 1 + \frac{S}{r_1} + \frac{S}{r_2} + \frac{D_1}{\varrho} + \frac{D_2}{\varrho}$, kde $D_i = \frac{R}{r_i} S$, tedy $k = 3 + \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\left(1 + \frac{60R}{\varrho}\right) S = 15{,}5$ min. b) $\cos\alpha_i = \frac{r_i}{R + \varrho}$, na cestě tam $\alpha = 72°$, na cestě zpět $\alpha = 55°$; poněvadž $T_i = \frac{S}{r_i \sin\alpha_i}$ a $D_i = \frac{R - r_i\cos\alpha_i}{r_i\sin\alpha_i} S$, vypočteme na cestě tam $T = 2{,}63'$, $D = 204{,}5$ m, na cestě zpět $T = 1{,}63'$, $D = 76{,}2$ m. Koloběh $k = 3 + 1{,}63 + 2{,}63 + \frac{76{,}2 + 204{,}5}{40} = 14{,}3$ min.

C. Střelba na pohyblivý cíl.

Maximální rychlost letounu bývá až 100 msec^{-1}, střední rychlost 50 msec^{-1}, počáteční rychlost protiletadlového granátu 800 msec^{-1}. Doba letu střely na střední vzdálenost (5000 m) činí 8,3 sec, za tuto dobu urazí letoun se střední rychlostí dráhu 415 m. Byl-li tedy cíl zjištěn v bodě C (obr. 7), je třeba hlaveň zamířiti na bod Z, v němž — podle výpočtu — dojde k střetnutí letounu a střely. Problém střelby PL má takto dvě části: balistickou



Obr. 7.

(zbraň, střela) a kinematickou (letoun), první část ovládá balistika s příslušnými pomůckami, druhou vůle pilota. K ovládnutí celého problému musíme tedy nutně přijmouti určitou hypotesu o pohybu letadla; nejpřijatelnější zní: letoun po určitou dobu se pohybuje přímočaře, vodorovně a rovnoměrně. Letadlo je cíl s poměrně značnou rychlostí, který jen krátce setrvává v prostoru účinnosti kanonu PL. Proto stanovení prvků střelby (odměr—azimut, náměr—elevace, časování), které v každém okamžiku závisí na prostorové poloze cíle, musí býti okamžité a nepřetržité.

Bod C, ve kterém byl cíl zjištěn, je bod výstřelu, bod Z, v němž byl zasažen, je bod zásahu, B je palebné postavení děla. X_c, X_z jsou topografické dálky, ξ_c, ξ_z šikmé dálky, h výška cíle, τ_c resp. τ_z polohové úhly bodu výstřelu resp. bodu zásahu, BCC_1 rovina záměrná, BZZ_1 rovina výstřelná, σ_c resp. σ_z odměr bodu výstřelu resp. bodu zásahu, $\varkappa$ je směrový úhel cíle čili let. Byl-li cíl v bodě C zamířen, znamená to, že pro tento bod byly zjištěny prvky τ_c, h (tedy zároveň prvky ξ_c nebo X_c), rychlost cíle v a let $\varkappa$.

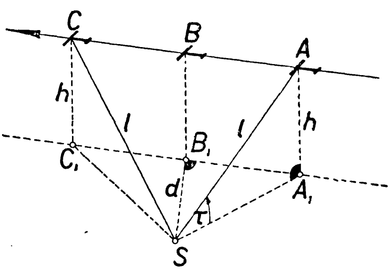
K těmto prvkům pro splnění úkolu třeba vyhledati prvky bodu Z, t. j. prvky střelby: σ_z (odměr), φ (náměr) a T (časování, t. j. dobu hoření zapalovače granátu na křivé dráze $\widehat{BZ}$ od ústí k rozprasku). Tak docházíme k nadběhovému trojúhelníku BC_1Z_1, základní to otázce střelby PL. V něm $\overline{C_1Z_1}$ je t. zv. nadběh lineární N (v m, $N = vT$), $C_1\widehat{B}Z_1$ je t. zv. nadběh odměrový Δ; mluvíme také někdy o nadběhu polohovém, jímž rozumíme rozdíl $|\tau_c - \tau_z|$.

Způsob, kterým určujeme prostorovou polohu bodu Z, nazýváme *metodou střelby*; způsoby ty jsou sice popsány v příslušných příručkách branné moci (na př. v D-VI-5, „Nauka o střelbě *DPL*", 1935), poněvadž jsou však určeny výhradně pro služební potřebu, není možno se tu o nich zmiňovati podrobněji. Technické řešení problému jsem popsal v článku „Dělostřelecká obrana proti letadlům" (Věda a život, **3**, 1937, 251—265). Uveďme jen, že všechny nutné výpočty jsou automatisovány zvláštními mechanismy v největší možné míře. Ale i za těchto okolností určení prvků střelby vyžaduje určité doby, zatím co cíl pokračuje ve svém pohybu. Proto zjištěné prvky střelby nebyly by již platné pro budoucí polohu, která odpovídá cíli v okamžiku výstřelu z děla. Problém střelby na letoun může tedy býti rozřešen jen tehdy, je-li hlaveň nejen uváděna nepřetržitě do směru výstřelné, nýbrž je-li jí i nepřetržitě udělován náměr, který přísluší bodu Z. Podobně je tomu s časováním.

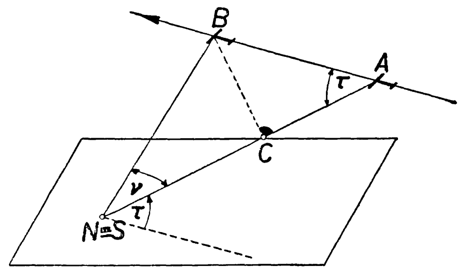
Od metod střelby třeba odlišiti *způsoby střelby*. Při střelbě přímé je každé dělo vybaveno vlastním zaměřovačem a samostatně si stanoví prvky střelby. Zaměřovač míří stále na cíl, mechanismus udílí hlavni potřebný nadběh a časuje střelu do bodu zásahu. Při střelbě nepřímé stanoví prvky střelby pro celou baterii ústřední povelový přístroj a dělům se udělují prvky střelby automaticky nebo povelem; děla baterie nemíří na cíl. Při střelbě polopřímé jsou sice děla vybavena zaměřovačem, ale ten připravuje střelbu jen částečně; zbytek přípravy obstarává zase ústřední povelový přístroj. Jednotlivé způsoby střelby lze hodnotiti s ohledem na možnost samostatné střelby jednotlivými děly, na možnost vyskytnutí poruchy, na výhody taktické (spojení se stanovištěm velícího, zaujetí postavení, zahájení palby) a především na organisaci střelby (označení cíle v případě výskytu více cílů v prostoru účinnosti baterie).

Nesmíme zapomenouti na důležitou součást technické výbavy střelby PL, naslouchací přístroje a světlomety. Popis by vedl příliš daleko; odkazuji na článek „Fysika a technika naslouchacích přístrojů" (Vynálezy a pokroky, **26**, 1937, 260—263, 278—282, 295—298). Tento úvod stačí účelu: podává základy tak, aby umožnil učiteli vytvořiti vhodné úlohy. Několik typických úloh uvádím sám; číselné příklady jen tehdy, je-li třeba udati některé praktické hodnoty.

1. Zjišťování letadel světlomety. Jak dlouho může osvětlovati cíl světlomet, jehož viditelnost (= maximální dosah světlometu) je l, byl-li tento cíl zachycen na max. vzdálenost v polohovém úhlu τ a je-li d vzdálenost světlometu od svislé roviny letu? (Viz obr. 8.)



Obr. 8.



Obr. 9.

Z něho plyne pro hledanou dobu výraz

$$T = \frac{2}{v}\sqrt{l^2 \cos^2 \tau - d^2},$$

kdež v je rychlost cíle.[9])

2. Jak dlouho může býti osvětlován cíl, který byl zjištěn na max. vzdálenost a letí ve výši h? (Viz př. 1.)

$$T = \frac{2}{v}\sqrt{l^2 - h^2 - d^2}.$$

3. Při kterém umístění světlometu je doba osvětlení nejdelší? Číselně pro $v = 180$ km/hod, $h = 4$ km, $l = 10$ km! (Viz př. 1.)

Je-li $d = 0$, t. j. letí-li letoun přes světlomet, pak

$$T = \frac{2}{v} l \cos \tau = \frac{2}{v}\sqrt{l^2 - h^2} = 6' \, 7''.$$

4. Akustický nadběh. Naslouchací přístroj zjistil pro letoun v rovině střechy polohový úhel τ. Za předpokladu, že známe rychlost cíle, stanovte úhlový akustický nadběh pro světlomet, stojící v blízkosti naslouchacího přístroje, aby při rozsvícení byl cíl okamžitě zachycen! (Viz obr. 9.)

Rovina střechy je proložena drahou letu $\overrightarrow{AB}$ a vyhledávacím bodem $N \equiv S$. Úhlový akustický nadběh jest úhel v, který svírá akustická záměrná $\overline{NA}$ s optickou záměrnou $\overline{SB}$. Nadběhový trojúhelník ABN rozdělíme výš-

[9]) Viz Callou, Rev. marit., srpen 1926; VTZ, 4, 1927, 46.

kou $\overline{BC}$ ve dva troj. pravoúhlé a vypočteme $\operatorname{tg} \nu = \dfrac{\sin \tau}{\frac{c}{v} - \cos \tau}$, kde c je rychlost zvuku, v rychlost cíle. Úhel τ měří naslouchací přístroj, rychlost v odhadujeme, výpočet ν je mechanisován a okamžitě předáván světlometu.[10])

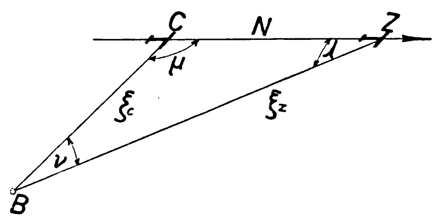
5. Ukažte, že akustický nadběh je největší, je-li nadběhový trojúhelník pravoúhlý! (Viz př. 4.)

Pak je $\cos \tau = \dfrac{v}{c}$ a $\operatorname{tg} \nu = \dfrac{v}{\sqrt{c^2 - v^2}}$.

6. Výsledek příkladu 5 odvoďte vyšetřením extrémů výrazu pro $\operatorname{tg} \nu$. Stanovte číselné hodnoty extrémních nadběhů ν pro extrémní rychlosti cíle v (minimální 140 km/hod $= 39$ msec^{-1}, maximální 300 km/hod $= 83$ msec^{-1})! (Viz příklad 4 a 5.)

Rovnice $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau} (\operatorname{tg} \nu) = 0$ dává po úpravě $\cos \tau = \dfrac{v}{c}$; tento výraz vede k maximu. Extrémní hodnoty nadběhů jsou $6° 40'$ a $14° 20'$.

7. Střelba *PL*. Letoun, letící rychlostí v, nacházel se v okamžiku výstřelu baterie *PL* v bodě výstřelu v šikmé dálce ξ_c, směr letu cíle se záměrnou bodu výstřelu svíral úhel μ. Střela potřebuje T sec, aby doletěla do bodu zásahu. Stanovte šikmou dálku cíle ξ_z a oba nadběhy v rovině střechy, lineární N a úhlový ν! (Viz obr. 10.)



Obr. 10.

Řešení podle věty kosinové:

$$N = vT, \quad \xi_z = \sqrt{\xi_c{}^2 + v^2T^2 - 2vT\xi_c \cos \mu}, \quad \sin \nu = \frac{vT}{\xi_z} \sin \mu.$$

Řešení větou tangentovou:

$$\operatorname{tg} \frac{\lambda - \nu}{2} = \frac{vT - \xi_c}{vT + \xi_c} \operatorname{cotg} \frac{\mu}{2}; \text{ z této rovnice vypočteme } \frac{\lambda - \nu}{2}.$$

Dále $\dfrac{\lambda + \nu}{2} = 90 - \dfrac{\mu}{2}$. Z obou rovnic vypočteme ν. Pak

$$N = vT \text{ a } \xi_z = vT \frac{\sin \mu}{\sin \nu}.$$

8. Proveďte číselný výpočet pro $v = 60$ msec^{-1}, $\xi_c = 6200$ m, $\mu = 100°$ a $T = 26$ sec! (Viz příklad 7.)

9. Obecná úloha střelby *PL*. V okamžiku, kdy letoun se nacházel v bodě C, byly stanoveny tyto prvky: ξ_c, h, σ_c (altitelemetr); $\varkappa$, v (letoměr), t (doba letu do bodu zásahu, tabulky) a Θ (pracovní doba, potřebná k povelům, nabíjení, odpálení a pod.).

---

[10]) Viz Krtil, VTZ, 10, 1933, 8—13 a Trejbal, tamtéž, 42—46.

Určiti prvky střelby pro nepřímou střelbu na tento cíl![11]) (Viz obr. 7.)

V trojúhelníku BCC_1 známe $\overline{BC} = \xi_c$, $\overline{CC_1} = h$, tedy

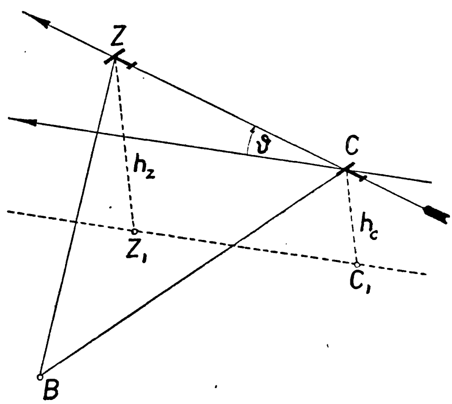
$$\overline{BC_1} = X_c = \sqrt{\xi_c^2 - h^2}.$$

V trojúhelníku BC_1Z_1 známe nyní $\overline{BC_1} = X_c$, dále $\overline{C_1Z_1} = N = (t + \Theta)\,v$ a $B\widehat{C_1}Z_1 = \varkappa$, tedy

$$\overline{BZ_1} = X_z = \sqrt{\overline{BC_1}^2 + \overline{C_1Z_1}^2 - 2\overline{BC_1}\,\overline{C_1Z_1}\cos\varkappa} = \sqrt{X_c^2 + N^2 - 2X_cN\cos\varkappa}.$$

V trojúhelníku BZZ_1 známe nyní $\overline{BZ_1} = X_z$, dále $\overline{ZZ_1} = h$, tedy

$$\overline{BZ} = \xi_z = \sqrt{X_z^2 + h^2},\ \sin\tau_z = \frac{h}{\xi_z}.$$



Obr. 11.

Dále $Z_1\widehat{B}C_1 = \Delta = \sigma_z - \sigma_c$ a z trojúhelníku BC_1Z_1 plyne

$$\sin\Delta = \frac{N}{X_z}\sin\varkappa.$$

Postup výpočtu je tudíž takový: $(t, \Theta, v) \ldots N$, $(h, \xi_c) \ldots X_c$, $(N, X_c, \varkappa) \ldots \ldots X_z$, $(h, X_z) \ldots \xi_z$, $(h, \xi_z) \ldots \tau_z$, $(\varkappa, N, X_z) \ldots \Delta$. Prvky střelby jsou: odměr $\sigma_z = \sigma_c + \Delta$, náměr φ čteme v tabulkách k hodnotám ξ_z a τ_z, kde čteme i časování T.

10. Proveďte řešení předcházející úlohy pro obecnější případ, kdy letoun v okamžiku zjištění svíral s horizontem úhel ϑ! (Viz příklad 9 a obr. 11.)

Je $\overline{C_1Z_1} = (t + \Theta)\,v\cos\vartheta$; rychlost cíle rozložíme na dvě složky $v_1 = v\cos\vartheta$, $v_2 = v\sin\vartheta$. Výška cíle nad horizontem v bodě zásahu je

$$h_z \doteq h_c + (t + \Theta)\,v\sin\vartheta.$$

Další postup jako v příkladě 9!

[11]) Viz Gebauer, Aplikovaná matematika, I, 1927, 50—52.