# Prof. RNDr. Vlastimil Pták laureátem Státní ceny Klementa Gottwalda 1966

*Časopis pro pěstování matematiky*, Vol. 91 (1966), No. 4, 481--483

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117577`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 91 (1966), Praha

# ZPRÁVY

## PROF. RNDr. VLASTIMIL PTÁK LAUREÁTEM STÁTNÍ CENY KLEMENTA GOTTWALDA 1966

President republiky udělil k 1. květnu 1966 Státní cenu Klementa Gottwalda pracovníku matematického ústavu ČSAV Prof. RNDr. VLASTIMILU PTÁKOVI DrSc. za nalezení nových metod v obecné funkcionální analyse. Jeho práce dosáhly širokého ocenění v zahraničí a patří k nejlepším výsledkům československé matematiky v posledních letech.

Vědecká činnost V. Ptáka je velmi rozsáhlá a zahrnuje výsledky z algebry, teorie reálných funkcí, numerické analysy, kombinatoriky, teorie matic, matematické analysy a topologie. Jeden z charakteristických rysů jeho práce je skutečnost, že jeho výsledky jsou často získány důmyslnou kombinací metod z různých oborů matematiky. Jako příklad tohoto přístupu můžeme uvést jeho systematické aplikování metod funkcionální analysy v teorii matic. Jiným příkladem je překvapivá aplikace kombinatorických metod k získání hlubokých výsledků o slabé kompaktnosti.

Vlastimil Pták dosáhl prvých výsledků již během universitních studií. V roce 1952, hlavně pod vlivem EDUARDA ČECHA, začal se zajímat o funkcionální analysu. Soustředil se od počátku na hluboké studium základních principů analysy. A to je právě ta část jeho vědecké činnosti, která byla odměněna Státní cenou.

Jeden z nejvýznamnějších problémů funkcionální analysy je problém spojitosti inversního operátoru. Již výsledky, které publikoval V. Pták ve své prvé práci věnované tomuto problému, získaly velký ohlas v zahraničí.

Popišme několika slovy stav problému v roce 1952, před prvou prací ze série Ptákových studií týkajících se věty o otevřeném zobrazení. V roce 1931 S. BANACH dokázal velmi důležitý výsledek, který můžeme formulovat takto: buď $\varphi$ spojité lineární zobrazení Banachova prostoru $E$ na jiný Banachův prostor $F$. Potom zobrazení $\varphi$ je otevřené. Rychlý vývoj funkcionální analysy po vydání Banachovy knihy „Théorie des opérations linéaires" dosti brzy ukázal, že je potřeba studovati širší třídu prostorů. Mimoto teorie normovaných prostorů sama vyžadovala rozšíření klasického rámce. Skutečně, pojem slabé konvergence — zavedený již Banachem — a později teorie duality nemohou být pochopeny v plném rozsahu bez pojmu topologického lineárního prostoru. Banachův prostor je z hlediska topologie metrický prostor a většina metod používaných v teorii Banachových prostorů je založena hlavně na jejich metrickém charakteru. Banachův důkaz klasické věty o otevřeném zobrazení spočívá v důkazu konvergence jisté nekonečné řady a ztrácí smysl v prostorech bez prvého axiomu spočetnosti. Protože spočetnost má tak významnou úlohu v důkaze této věty je přirozená otázka zda platnost věty není omezena jen na metrizovatelné prostory. Prvý krok V. Ptáka spočíval ve vyjasnění jádra věty. Jeden z rozhodujících momentů pro další vyšetřování je úplné poznání faktu, že pouze jeden z prostorů uvažovaných ve větě o otevřeném zobrazení hraje podstatnou roli. Rozbor klasické věty o otevřeném zobrazení ukazuje, že v důkaze se podstatně využívá úplnosti prvního z obou prostorů, ale nevyužívá se v plném rozsahu úplnosti druhého prostoru: stačí použít slabší Baireovy vlastnosti. Skutečně, věta je založena na následující alternativě: Buď $E$ Banachův prostor a buď $F$ normovaný prostor. Jestliže $\varphi$ je spojité lineární zobrazení $E$ na $F$, pak obraz jednotkové koule v $E$ je buď řídký v $F$ nebo okolí nuly v $F$. Jestliže tedy obraz $E$ je druhé kategorie v $F$, nastává druhý případ alternativy a zobrazení $\varphi$ je otevřené.

Tato situace vedla V. Ptáka k formulaci následující vlastnosti zobrazení $\varphi$, jež má základní úlohu v dalších vyšetřováních: nazveme zobrazení $\varphi$ topologického prostoru $P$ na topologický prostor $Q$ skoro otevřené, jestliže pro každé $x_0 \in P$ a každé okolí $U$ bodu $x_0$ množina $\overline{\varphi(U)}$ je okolím bodu $\varphi(x_0)$ v $\varphi(P)$. Poznamenejme, že některá další vyšetřování ukazují, že — z hlediska teorie duality — je pojem skoro otevřeného zobrazení přirozenější, než pojem otevřeného zobrazení. Klasickou větu o otevřeném zobrazení můžeme nyní vyslovit takto: každé spojité lineární zobrazení Banachova prostoru, které je skoro otevřené, je otevřené. Tato formulace věty o otevřeném zobrazení, která obsahuje pouze vlastnosti jednoho prostoru a vlastnosti zobrazení samého je východiskem dalších vyšetřování. Předmětem podrobnějšího studia se stávají prostory, které mají uvedenou vlastnost. Jelikož lze očekávat z analogie s klasickým případem, že tato vlastnost bude úzce souviset s úplností, navrhl V. Pták pro tyto prostory název $B$-úplný prostor. Následující krok spočívá v charakterisaci těchto prostorů. Výsledek je tento: lokálně konvexní prostor $E$ je $B$-úplný tehdy a jen tehdy, jestliže adjungovaný prostor $E'$ v topologii $\sigma(E', E)$ má tuto vlastnost: *Je-li $Q$ podprostor $E'$ takový, že průniky $Q \cap U°$ jsou uzavřené pro každé okolí $U$ nuly v $E$, potom $Q$ je uzavřený.* Nyní tato podmínka je překvapivě podobná výsledku Krejna a Šmuljana, který může být vysloven takto: buď podporostor $Q$ adjungovaného Banachova prostoru takový, že průnik $Q$ s uzavřenou jednotkovou koulí je slabě uzavřený. Potom $Q$ je slabě uzavřený. Shora uvedená ekvivalence ukazuje, že věta o otevřeném zobrazení a Krejnova-Šmuljanova věta skutečně jsou pouze dvě formulace téhož výsledku, ač na první pohled není souvislost patrná. Je překvapující, že tato souvislost nebyla objevena dříve, ačkoliv roku 1952 již uplynulo dvacet let od vydání knihy „Théorie des opérations linéaires". Zároveň Krejn-Šmuljanova věta ukazuje, že pro normované prostory pojem $B$-úplnosti splývá s pojmem úplnosti. Bylo proto nutné vyjasnit souvislost $B$-úplnosti a úplnosti v obecném případě. V. Ptákovi se podařilo najít analogickou duální charakterisaci pro pojem úplnosti. Úplný obal lokálně konvexního prostoru $E$ skládá se z těch lineárních funkcionálů na $E$, jejichž nulová nadrovina má uzavřený průnik s každým $U°$. Srovnání s předchozí charakterisací $B$-úplnosti ukazuje, že třída $B$-úplných prostorů je obsažena ve třídě úplných prostorů. Další výsledky článku z roku 1952 a následujících článků ukazují, že tato třída je ve skutečnosti menší. Na druhé straně existují důležité třídy prostorů, které jsou $B$-úplné: třída Banachových prostorů, $F$-prostory a duální prostory k $F$-prostorům opatřené topologií stejnoměrné konvergence na kompaktních množinách.

Dále bylo nutno rozhodnout otázku, zda-li třída $B$-úplných prostorů je správným a přirozeným zobecněním. Jediný možný způsob, jak toto ověřit spočívá v tom, že pro všechny klasické výsledky spojené s větou o otevřeném zobrazení se najdou přirozená zobecnění v této širší třídě. Tak tomu skutečně je. Zmíníme se alespoň o jednom z těchto výsledků. V. Pták dokázal následující větu o „uzavřené relaci", která zobecňuje jak větu o otevřeném zobrazení, tak větu o uzavřeném grafu. *Buďte $E$ a $F$ dva lokálně konvexní prostory a buď $R$ uzavřený podprostor prostoru $E \times F$. Předpokládejme, že pro každé okolí $U$ nuly v $E$ množina $\overline{RU}$ je okolím nuly v $F$. Jestliže $E$ je $B$-úplný pak $RE = F$ a $RU$ je okolí nuly v $F$ pro každé $U$.*

Jiný důležitý problém z analysy, kterému V. Pták věnoval hodně pozornosti je záměna pořadí dvou limitních procesů. Po podrobném studiu tohoto problému V. Pták poznal, že vždy je možno jej formulovat jako otázky slabé kompaktnosti vhodných množin a že tyto otázky mohou dále být formulovány jako otázky, zda jistá operace, která je spojitá na jisté množině, zůstane spojitá, jestliže množinu rozšíříme přidáním nějakého „ideálního prvku". K tomu účelu formuloval a dokázal větu o rozšíření pro funkce separovaně spojité, která obsahuje většinu klasických výsledků o slabé kompaktnosti a představuje účinný nástroj obecné analysy. Abychom mohli formulovat větu o rozšíření připomeňme, že každý úplný regulární topologický prostor $T$ může být vnořen přirozeným způsobem do $C(T)'$, kde $C(T)'$ je vzat ve slabé topologii odpovídající $C(T)$, totiž Banachovu prostoru všech omezených spojitých funkcí na $T$. Nyní můžeme formulovat hlavní problém:

*Buď f omezená a separovaně spojitá funkce na $S \times T$. Za jakých podmínek existuje separovaně spojitá bilineární forma na $C(S)' \times C(T)'$, která je rozšířením f?*

Věta o rozšíření spočívá v tom, že se ukáže, že takové rozšíření existuje tehdy a jen tehdy jestliže funkce $f$ splňuje podmínky o záměně dvojité limity: jestliže $s_i \in S$ a $t_j \in T$ jsou dvě posloupnosti takové, že jak $\lim_i \lim_j f(s_i, t_j)$ tak $\lim_j \lim_i f(s_i, t_j)$ existují, potom se sobě rovnají.

Hlavním (a jediným) nástrojem je kombinatorické lemma publikované v roce 1959, které obsahuje vše podstatné: z něho plynou bezprostředně všechny výsledky o slabé kompaktnosti. Zejména je třeba poznamenat, že toto kombinatoricke lemma zcela vylučuje teorii integrace z důkazu Krejnovy věty.

Všechny tyto výsledky byly již pojaty v mnohé zahraniční monografie a učebnice. Byly vydány také v ruských překladech. Mnozí autoři dokonce nazývají $B$-úplný prostor Ptákovým prostorem a také větu o slabé kompaktnosti Ptákovou větou.

Všechny Ptákovy články jsou charakteristické neobvyklou jasností stylu a pronikavou analysou, která umožňuje získat hluboké pochopení a proniknutí k podstatě problému.

V. Pták je vedoucí oddělení topologie a funkcionální analysy v matematickém ústavu Československé akademie věd. Jeho činnost se neomezuje pouze na vědeckou práci v ústavu. Již řadu let přednáší na Karlově universitě a v jiných ústavech a velmi často je zván zahraničními universitami k přednáškám o své práci. Také je oceňována jeho pomoc při přípravě mladých matematiků. V. Pták je též členem redakční rady časopisu Czechoslovak Mathematical Journal.

Jménem československých matematiků přejeme Vlastimilu Ptákovi co největší úspěchy jak ve vědeckém tak i v osobním životě.

*Redakce*

## OBHAJOBY A DISERTAČNÍ PRÁCE DOKTORŮ A KANDIDÁTŮ VĚD

Před komisí pro obhajoby doktorských disertačních prací obhájili dne 7. dubna 1966 PhDr. KAREL ČULÍK CSc. práci na téma: „Příspěvky k využití binárních relací" a dne 12. května 1966 RNDr. VLADIMÍR HORÁK CSc. práci na téma: „Teorie variet sekundárních Kleinových obrazů dotykových lineárních komplexů a její aplikace na projektivní deformaci kongruencí".

Před komisí pro obhajoby kandidátských disertačních prací obhájili dne 17. dubna 1966 LEO BUKOVSKÝ práci na téma „Aplikácie syntaktických modelov teórie množín" a dne 12. května 1966 JÁN ČIŽMÁR práci na téma „O istej biracionálnej transformácii v $S_n$", Doc. VÁCLAV METELKA práci na téma „O jistých algebraických plochách s maximálním počtem přímek a planárními body nejvyššího řádu" a LEO BOČEK práci na téma „Globální diferenciální geometrie podvariet $E_n$ a $S_n''$".

*Redakce*

## JMENOVÁNÍ

K 1. únoru 1966 jmenoval ministr školství a kultury ing. ILJU NOVÁKA CSc., docentem pro obor statistiky, ing. VLADIMÍRA STRNADA docentem pro obor programování a RNDr. OTTU VEJVODU CSc. docentem pro obor matematiky.

*Redakce*