doprovázen slovním výkladem a ukázáním na tabuli; když vymřela generace učitelská, žáci už záznamům nerozuměli. Je zajímavo, že bylo nutno vrátit se k primitivnějším babylonským metodám, jak skutečně pracovali Arabové.

A. Dratvová, Praha.

O DVOU VÝSLEDCÍCH Z OBECNÉ TOPOLOGIE

(Referát o přednášce MIROSLAVA KATĚTOVA přednesené v Matematické obci pražské dne 11. února 1957.)

1. Nazýváme metrickou dimensí metrického prostoru P nejmenší n takové, že pro každé $\varepsilon > 0$ prostor P má otevřené pokrytí řádu $\leqq n$ otevřenými množinami průměru $< \varepsilon$. Označíme-li μ dim P tuto dimensi, dim P topologickou dimensi, definovanou pomocí pokrytí, platí

$$\mu \dim P \leqq \dim P \leqq 2\mu \dim P .$$

První nerovnost plyne ihned ze známých vět. Důkaz druhé se provede takto:

Je-li dáno konečné otevřené pokrytí $\{G_i\}$, buď G_i^k množina těch $x \in P$, pro něž $\varrho(x, P - G_k) > 3^{-k}$. Pro $k = 1, 2, \ldots$ zvolíme otevřené pokrytí $\{U_\lambda^k\}$ řádu $\leqq m = \mu \dim P$ tak, aby U_λ^k měly průměr $< 3^{-k}$. Pro každé k vybereme ta U_λ^k, jejichž uzávěr je obsažen v některém G_i^k; jejich sjednocení označíme V^k. Buď C^k množina těch $x \in P$, která leží v $m + 1$ vybraných U_λ^k; klademe $B^k = (\overline{V^k} \cap \overline{C^k}) \cup \overline{V^{k-1}}$. Pro vybraná U_λ^k klademe $W_\lambda^k = U_\lambda^k - B^{k-1}$. Ukáže se, že systém $\{W_\lambda^k\}_{k,\lambda}$ pokrývá P, je zjemněním $\{G_i\}$ a má řád $\leqq 2m$.

2. V pracích J. SMIRNOVA byl položen problém, zda na každém δ-prostoru („prostoru blízkosti") existuje maximální uniformita. K zápornému řešení stačí udat příklad, kde součet dvou přípustných pseudometrik na δ-prostoru není přípustnou pseudometrikou. Buď N spočetný diskretní prostor, $\zeta, \eta \in \beta N - N$, $z = (\zeta, \eta)$, $P = (N \times N) \cup z \subset \beta N \times \beta N$. V $N \times N$ definujeme „blízkost": $A \delta B$, když a jen když $\bar{A} \cap \bar{B} \neq \emptyset$ (uzávěry v P). Pro $x = (x_1, x_2) \in N \times N$, $y = (y_1, y_2) \in N \times N$ položme $\varrho_i(x, y) = 1$ pro $x_i \neq y_i$, $\varrho_i(x, y) = 0$ pro $x_i = y_i$. Pseudometriky ϱ_1, ϱ_2 mají potřebné vlastnosti.

Miroslav Katětov, Praha.

O STYKU PLOCH A KŘIVEK

(Referát o přednášce FRANTIŠKA NOŽIČKY, konané dne 4. března 1957 v Matematické obci pražské a pořádané Jednotou československých matematiků a fysiků.)

Pojem styku variet je velmi důležitým pojmem v diferenciální geometrii. Na základě theorie styku variet lze dospět přirozenou geometrickou cestou ke geometrické interpretaci řady veličin, které lokálně varietu charakterisují. Obsahem přednášky bylo vhodné zavedení pojmu styku variet téže dimense vnořených do lineárního n-rozměrného afinního prostoru.

V afinním lineárním prostoru E_n $(n \geqq 2)$ o souřadnicích x^α $(\alpha = 1, \ldots, n)$ buďtež dány dvě p-rozměrné variety ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$ $(1 \leqq p \leqq n - 1)$ s parametrickým popisem

$$ {}^{(1)}X_p : x^\alpha = {}^{(1)}x^\alpha({}^{(1)}\eta^a), \ \alpha = 1, \ldots, n; \ a = 1, \ldots, p , \qquad (\mathrm{I})_a$$

$$ {}^{(2)}X_p : x^\alpha = {}^{(2)}x^\alpha({}^{(2)}\eta^a), \ \alpha = 1, \ldots, n; \ a = 1, \ldots, p , \qquad (\mathrm{I})_b$$

při čemž předpokládáme

a) bod $\underset{0}{P} \in E_n$ o souřadnicích $\underset{0}{x^\alpha}$ je společným bodem variet ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$. Tomuto bodu odpovídají hodnoty ${}^{(1)}\underset{0}{\eta^a}$ parametrů ${}^{(1)}\eta^a$ variety ${}^{(1)}X_p$ a hodnoty ${}^{(2)}\eta^a$ parametrů ${}^{(2)}\eta^a$ variety ${}^{(2)}X_p$;

b) funkce ${}^{(1)}x^\alpha({}^{(1)}\eta^a)$, ${}^{(2)}x^\alpha({}^{(2)}\eta^a)$ mají spojité parciální derivace podle svých argumentů řádu nejméně $k (k \geqq 1)$ v nějakém okolí bodu $\underset{0}{P}$ na varietách ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$;

c) bod $\underset{0}{P}$ je regulárním bodem variet ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$.

Zvolme $n - p$ konstantních vektorů $\overset{(s)}{\underset{0}{v^\alpha}}(s = 1, \ldots, n - p)$ v E_n tak, aby platilo

$$\text{determinant } [{}^{(1)}B_1^\alpha, \ldots, {}^{(1)}B_p^\alpha, \overset{(1)}{\underset{0}{v^\alpha}}, \ldots, \overset{(n-p)}{\underset{0}{v^\alpha}}]_{{}^{(1)}\eta^a = {}^{(1)}\underset{0}{\eta^a}} \neq 0 \,, \tag{II}$$

$$\text{determinant } [{}^{(2)}B_1^\alpha, \ldots, {}^{(2)}B_p^\alpha, \overset{(1)}{\underset{0}{v^\alpha}}, \ldots, \overset{(n-p)}{\underset{0}{v^\alpha}}]_{{}^{(2)}\eta^a = {}^{(2)}\underset{0}{\eta^a}} \neq 0 \,,$$

kde ${}^{(1)}B_a^\alpha \equiv \dfrac{\partial\,{}^{(1)}x^\alpha}{\partial\,{}^{(1)}\eta^a}$, ${}^{(2)}B_a^\alpha \equiv \dfrac{\partial\,{}^{(2)}x^\alpha}{\partial\,{}^{(2)}\eta^a}$.

Za těchto předpokladů je systémem rovnic

$$ {}^{(2)}x^\alpha({}^{(2)}\eta^a) - {}^{(1)}x^\alpha({}^{(1)}\eta^a) = \sum_{s=1}^{n-p} \underset{s}{\lambda} \overset{(s)}{\underset{0}{v^\alpha}} \,, \quad \alpha = 1, \ldots, n \tag{III}$$

lokálně — v dostatečně malém okolí bodu $\underset{0}{P}$ — definována jedno-jednoznačná korespondence

$$ {}^{(2)}\eta^a = \varphi^a({}^{(1)}\eta^a)$$

mezi parametry variet ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$ a tím též mezi body těchto dvou variet v uvažovaném okolí bodu $\underset{0}{P}$, při čemž funkce $\varphi^a({}^{(1)}\eta^a)$ jsou spojitě diferencovatelné a to nejméně do k-tého řádu v dostatečně malém okolí bodu $(\underset{0}{\eta^a})$. Systémem rovnic (III) jsou též lokálně jednoznačně definovány skaláry $\underset{s}{\lambda} = \underset{s}{\lambda}({}^{(1)}\eta^a)$, při čemž funkce $\underset{s}{\lambda}({}^{(1)}\eta^a)$ $(s = 1, \ldots, n - p)$ mají spojité parciální derivace až do k-tého řádu včetně (v dostatečně malém okolí bodu $({}^{(1)}\eta^a)$).

Jestliže symboly $(\mathrm{d}\underset{s}{\lambda})_0$, $(\mathrm{d}^2\underset{s}{\lambda})_0, \ldots, (\mathrm{d}^l\underset{s}{\lambda})_0, \ldots$ představují totální diferenciály prvého, druhého, ..., l-tého řádu v bodě $({}^{(1)}\underset{0}{\eta^a})$ funkcí $\underset{s}{\lambda}({}^{(1)}\eta^a)$, potom styk aspoň k-tého řádu variet ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$ v jejich společném bodě $\underset{0}{P}$ definujeme takto:

Variety ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$ mají za předpokladů shora uvedených v bodě $\underset{0}{P}$ styk aspoň k-tého řádu, jestliže platí

$$(\underset{s}{\lambda})_0 = (\mathrm{d}\underset{s}{\lambda})_0 = \ldots = (\mathrm{d}^k\underset{s}{\lambda})_0 = 0 \quad \text{pro} \quad s = 1, \ldots, n - p \,.$$

To je speciální (afinní) definice styku aspoň k-tého řádu dvou variet v bodě lineárního afinního prostoru E_n.

Ukáže se, že ta okolnost, že dvě variety ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$ mají v bodě styk aspoň k-tého řádu ve smyslu hoření definice, je nezávislá:

1. na volbě konstantních vektorů $\overset{(s)}{\underset{0}{v}}{}^{\alpha}$ $(s = 1, \dots, n - p)$, pokud jsou splněny podmínky (II);

2. na volbě systémů parametrů variet ${}^{(1)}X_p$, ${}^{(2)}X_p$;

3. na volbě souřadnic v E_n.

Dají se nyní nalézt velmi jednoduché nutné a postačující podmínky pro styk aspoň k-tého řádu dvou variet téže dimense v E_n. Dá se velmi snadno ukázat, že známá (metrická) definice styku dvou regulárních křivek v obyčejném eukleidovském prostoru je ekvivalentní shora vyslovené afinní definici styku křivek (pro $p = 1$) v tom smyslu, že mají-li uvažované křivky ve společném bodě styk řádu aspoň k-tého ve smyslu obvyklé metrické definice, pak mají v tomto bodě styk aspoň k-tého řádu ve smyslu hoření afinní definice styku a též naopak.

František Nožička, Praha.