Časopis pro pěstování matematiky

Jan Mařík

O Fourierově transformaci a Diracově δ-funkci [referát o přednášce]

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 79 (1954), No. 2, 166–167

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117119

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1954

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

různé druhy studia matematiky na universitě. 4. Proč je nedostatek matematických kádrů. 5. Stojí matematický ústav za peníze, které do něho společnost vkládá? 6. Vývoj Karlovy university.

Akad. Čech pak upozornil, že bychom neměli práci pro veřejnost odtrhovat od své vědecké a pedagogické práce. K projevu prof. Vyčichla pak připomněl, že je třeba se starat také o závodní učiliště, nejen o všeobecně vzdělávací školy a že by se tato práce měla stát též úkolem JČMF.

Akad. *Jarník* pak upozornil, že je těžké vysvětlit širší veřejnosti boj proti idealismu uvnitř matematiky samé; ve směru ideologickém by bylo asi lepší zachytit boj proti idealismu na frontě „matematika — veřejnost", snažit se o to, aby veřejnost získala k matematice správný poměr. Jde o jistý druh propagace; JČMF by měla provádět tuto propagaci v kádrech odbornějších, kdežto Společnost v širší veřejnosti.

Doc. *Holubář* se pak zmínil o vyučování matematice. K této věci mají někdy špatný poměr učitelé i rodiče; bylo by třeba, aby se Společnost obracela též na rodičovská sdružení.

Prof. *Janko* upozornil na důležitost popularisace; tímto způsobem statistika rychle pronikla do výroby. Byly vypracovány texty, s nimiž pak absolventi speciální větve matematické statistiky seznámili své spolupracovníky v praxi.

Prof. *Knichal* podotkl, že přednášková forma pro popularisaci matematiky nevyhovuje právě nejlépe; bylo by snad lépe vytvořit jakési pracovní skupinky, kde by se dávaly též úlohy. Je třeba aktivnější účasti.

Prof. *Pleskot* upozornil, že v t. zv. „středních kádrech" je větší zájem o matematické myšlení, než by se zdálo, a poznamenal, že se leckdy osvědčily internátní kursy matematiky.

Akademik *Kořínek* pak řekl, že je sice popularisace vědy důležitá, že však v tomto směru budeme moci málo vykonat pro velké pracovní přetížení všech našich matematiků.

Doc. *Nožička* se pak zmínil o tom, že někteří vědečtí pracovníci jsou přetíženi organisační prací, že je však jejich vina, že si to nedovedou jinak zařídit. Popularisace vědy je důležitější než mnohé funkce, které nám ubírají čas.

Debatu uzavřel ing. *Čeleda*. Zmínil se o tom, že Společnost má též publikační komisi, která vydává knížečky asi o 20 stránkách formátu A5, takže je možná popularisační činnost též v této formě. Dále prohlásil, že není třeba mít příliš velké obavy z toho, že veřejnost bude chtít jen přednášky „praktické"; pomoc praxi nesmíme chápat příliš úzce. Vzbudí-li přednáška zájem o vědu, je to rovněž pomoc praxi. Rovněž by bylo možné místo přednášek uspořádat kursy, třeba lidovou universitu. Nakonec poznamenal, že je třeba též odbourávat funkce, jimiž jsme přetíženi; je však třeba začít „zdola". Ještě jednou pak upozornil, že thematický plán, který Společnost matematikům předložila, nikterak není míněn tak, že by Společnost chtěla matematikům něco předpisovat; Společnost naopak vítá každý návrh na thema přednášky a tím spíše přednášku na libovolný námět.

Jan Mařík, Praha.

O FOURIEROVĚ TRANSFORMACI A DIRACOVĚ δ-FUNKCI

(Referát o přednášce *Jana Maříka*, přednesené 2. listopadu 1953 v matematické obci pražské.)

Přednášející napřed zopakoval postup, pomocí něhož bývá ve fysikálních učebnicích naznačen přechod od formule $S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i\omega t}\, dt$ k inversní formuli $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)$

$e^{i\omega t}\, d\omega$. Naznačil pak fysikální význam funkce $S(\omega)$, která určuje t. zv. spektrum funkce $f(t)$. Je jistě přirozené vyšetřovat na př. též spektrum funkce tvaru $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\omega_n t}$. Integrál $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i\omega t}\, dt$ však neexistuje ani v jednoduchém případě $f(t) = e^{it}$. Jestliže však utvoříme formálně „integrál" $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi a_n \delta_{\omega_n}(\omega) \right) e^{i\omega t}\, d\omega$, kde δ_{ω_n} je Diracova funkce, patřící k číslu ω_n, dostaneme

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi a_n \int_{-\infty}^{\infty} \delta_{\omega_n}(\omega) \, . \, e^{i\omega t}\, d\omega = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\omega_n t} = f(t) \, ;$$

můžeme tedy říci, že $\sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi a_n \, \delta_{\omega_n}(\omega)$ je spektrum funkce $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\omega_n t}$. Tak dostáváme formálně stejný vzorec $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)\, e^{i\omega t}\, d\omega$ pro funkce se spektrem spojitým jako pro funkce se spektrem čárovým. Chceme-li ovšem tomuto vzorci dát v obou případech přesný smysl, musíme se vzdát požadavku, aby každé spektrum bylo určeno nějakou funkcí; zřejmě neexistuje funkce ψ taková, aby na př. pro každou spojitou funkci f platilo $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)\, f(x)\, dx = f(0)$, jak se o t. zv. Diracově δ-funkci předpokládá. δ-funkci samu lze snadno vyjádřit jakousi měrou; chceme-li však definovat také její derivace, pak nám již theorie míry nestačí a potřebujeme větší aparát. Takovým aparátem jsou Schwartzovy distribuce. Prostor distribucí obsahuje (mimo jiné) všechny lokálně integrovatelné funkce a lokálně konečné míry; každá distribuce má všechny derivace (tyto derivace jsou opět distribucemi). Pro jistý podprostor distribucí lze pak definovat Fourierovu transformaci; do tohoto podprostoru patří na př. všechny funkce, které ve směru do $\pm\infty$ nerostou rychleji než nějaká mocnina $|x|$, a všechny derivace takovýchto funkcí. Na tomto podprostoru — budeme jej značit S — určuje pak Fourierova transformace operátor, který zobrazuje prostě S na S; komplexně sdružený operátor je k němu inversní. Operátor $\mathfrak{F}$, určený Fourierovou transformací na množině S, má pak obvyklé „dobré" vlastnosti; je-li na př. $\mathfrak{F}(T) = V$, je $\mathfrak{F}(T') = i\omega\, V(T, V \in S)$. Dále platí $\mathfrak{F}(e^{i\omega t}) = 2\pi\delta_\omega$, tedy opravdu

$$\mathfrak{F}\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\omega_n t} \right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} 2\pi a_n \delta_{\omega_n} \, .$$

Zejména je $\mathfrak{F}(1) = 2\pi\delta_0$; Fourierovým obrazem polynomu je pak lineární kombinace derivací δ-funkcí.

Je tedy vidět, že Fourierova transformace, definovaná na množině distribucí S, vyhovuje v praxi lépe než Fourierova transformace, definovaná na nějaké množině funkcí; formální operace, kterých se obvykle používá a které při „obyčejné" transformaci nemají žádný určitý smysl, se pak stanou plně „oprávněnými". *Jan Mařík*, Praha.

O POVOLÁNÍ MATEMATIKA

(Výtah z referátu akademika *Eduarda Čecha* o brožuře О профессии математика, napsané akademikem *A. N. Kolmogorovem* a vydané Ministerstvem vysokých škol SSSR, Moskva 1952, a z diskuse. Pořádáno matematickou obcí pražskou dne 7. prosince 1953.)

Brožura obsahuje mnoho informací, o kterých je třeba diskutovat již z toho důvodu, že o matematice v SSSR máme méně důkladné informace, než je tomu u jiných oborů. Ne-