Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 77 (1952), No. 3, 303--309

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117035

RECENSE ČLÁNKŮ A KNIH

A) ČLÁNKY

Karel Černý: **O minimu binárních bikvadratických forem.** (Část I. Formy definitní.) Časopis (rus.) 77 (1952) str. 1 až 56.

Budiž $f(x, y)$ binární forma a $L(f) = \inf\limits_{(x, y)\in C} (f(x, y))$, kde C je množina všech mřížových bodů různých od počátku.

L. I. Mordell v letech 1940—1944 zabýval se problémem udati horní odhad čísel $L(f)$ pro všechny kubické formy f s daným diskriminantem. Podařilo se mu také udati nejlepší takový horní odhad.

Autor řeší tento problém pro bikvadratické formy definitní.

Označme

$$I = a_2^2 - 3a_1a_3 + 12a_0a_4$$
$$J = 72a_0a_2a_4 + 9a_1a_2a_3 - 2a_2^3 - 27a_0a_3^2 - 27a_1^2a_4$$

invarianty formy

$$f(x, y) = a_0x^4 + a_1x^3y + \ldots + a_4y^4.$$

Pak $D = \frac{1}{27}(4I^3 - J^2)$ je diskriminant této formy.

Existuje nesingulární reálná transformace

$$x = \alpha X + \beta Y$$
$$y = \gamma X + \delta Y,$$

která převádí danou formu na kononický tvar

$$X^4 + mX^2Y^2 + Y^4,$$

kde číslo $m \geqq 2$ (t. zv. parametr formy) je jednoznačně stanoveno podmínkami: pro $J = 0$ je $m = 6$ a pro $J \neq 0$ je m určeno vztahem

$$\frac{(m^2 + 12)^3}{4(36m - m^3)^2} = \frac{I^3}{J^2}$$

a podmínkou $m > 6$ pro $y < 0$ a podmínkou $2 \leqq m < 6$ pro $y > 0$.

Autor ukazuje (věta 1), že pro $2 \leqq m \leqq 14$ a při daných invariantech I a J je

$$\frac{8}{\sqrt{m^2 + 60} - m}\sqrt{\frac{I}{m^2 + 12}}$$

nejlepší horní odhad pro $L(f)$ a udává formy, pro které je tento horní odhad právě dosažen. V případě, že $m \geqq 14$ je

$$\frac{m + 6}{5}\sqrt{\frac{I}{m^2 + 12}}$$

nejlepší horní odhad pro $L(f)$ (věta 2) a obdobně jsou udány formy, pro které tento odhad je dosažen.

Věta 1 je ekvivalentní s touto větou 3. Budiž $2 \leqq m \leqq 14$ a budiž Λ mříž o determinantu

$$\Delta = \sqrt{\frac{\sqrt{m^2 + 60} - m}{8}}\,.$$

Pak existuje aspoň jeden bod mříže Λ různý od počátku tak, že

$$(x^4 + mx^2y^2 + y^4) \leqq 1. \tag{1}$$

Přitom jsou zde jakož i ve větě 4 a 5 udány všechny mříže, pro které je nutné v tomto resp. v příslušných vztazích nechati znaménko rovnosti.

Věta 2 je ekvivalentní s touto větou 4. Je-li $14 \leqq m$ a je-li Λ mříž o determinantu $\Delta = \sqrt{\frac{5}{m+6}}$, pak existuje aspoň jeden bod mříže Λ, různý od počátku tak, že platí vztah (1).

Věta 4 je důsledkem této věty. Budiž $0 \leqq n < 2$ a Λ mříž o determinantu $\Delta = 1$. Pak existuje bod mříže Λ různý od počátku tak, že

$$(x^4 + nx^3y - x^2y^2 - nxy^3 + y^4) \leqq 1.$$

Poměrně snadno se dokáže ekvivalence prvních částí vět 1 a 3, resp. 2 a 4. Ekvivalence druhých částí vět 1 a 3 plyne z pomocné věty 2, kde se ukazuje, že jen triviální transformace

$$\begin{pmatrix} \pm 1, & 0 \\ 0, & \pm 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0, & \pm 1 \\ \pm 1, & 0 \end{pmatrix}$$

převádějí formu $g(x, y) = x^4 + mx^2y^2 + y^4$ $(m > 2)$ v samu sebe. Důkaz ekvivalence druhých částí vět 2 a 4 a ekvivalence věty 4 a 5 plyne z pomocné věty 4. Tato pomocná věta vyšetřuje v podstatě všechny reálné nesingulární transformace

$$x = \alpha X + \beta Y,$$
$$y = \gamma X + \delta Y,$$

které převádějí formu $g(x, y) = x^4 + mx^2y^2 + y^4$ (při $m \geqq 14$) na tvar $g(x, y) = h(X, Y) = X^4 + nX^3Y - X^2Y^2 - nXY^3 + Y^4$ (kde dokonce $0 \leqq n < 2$). Takové transformace vždy existují, je jich celkem 8, a jejich koeficienty jak je ukázáno v této větě — vyhovují jistému systému algebraických rovnic. Je zde též odvozen vztah mezi n a m a vztah pro determinant Δ těchto transformací.

$$\left(\Delta = \sqrt{\frac{5}{m+6}}\right).$$

V pomocné větě 3 (a obdobně je tomu v pomocných větách 5 a 6) se v podstatě vyšetřují systémy lineárních reálných unimodulárních transformací, které převádějí body $(\frac{1}{2}, \Delta)$ v samy sebe, při čemž Δ je voleno tak, že tyto body leží na křivce $x^4 + mx^2y^2 + y^4 = 1$, $m > 2$.

Důkaz na př. věty 3 se redukuje použitím pomocné věty 9 a použitím právě citované pomocné věty 3 na důkaz této věty. Budiž $2 \leqq m \leqq 14$ a mříž o determinantu

$$\Delta = \sqrt{\frac{-m + \sqrt{m^2 + 60}}{8}},$$

jejíž jeden bod (x, y) (primitivní) leží na hranici hvězdovitého oboru definovaného nerovností $x^4 + my^2x^2 + y^4 \leqq 1$ (geometrické a aritmetické vlastnosti tohoto oboru byly studovány v § 9.) Pak existuje další bod mříže Λ různý od počátku a různý od $(-x, -y)$, který patří do našeho hvězdovitého oboru.

Přitom pomocná věta 9 tvrdí toto: Budiž $\Delta > 0$ a $\mathfrak{K}$ hvězdovitý obor omezený, uzavřený, symetrický podle počátku, pro který počátek je bodem vnitřním a jehož hranici každá přímka jdoucí počátkem protíná jen ve dvou (symetrických) bodech. Nechť každá mříž o determinantu Δ, která má bod (x, y) na hranici oboru, má další bod různý od počátku a od bodu $(-x, -y)$ patřící do $\mathfrak{K}$. Potom každá mříž o determinantu Δ má aspoň jeden svůj bod různý od počátku v oboru $\mathfrak{K}$.

Nezávisle na této práci vyšla v *Acta Math. 84*, 263—298, 1951 práce *C. S. Davis, The minimum of a binary quartic form I.* zabývající se stejným problémem.

Vl. Knichal, Praha.

Zbyněk Nádeník: **Bertrandovy křivky v prostoru o pěti dimensích.** Časopis (rus.) *77* (1952), str. 57 až 87.

Buďte

$$r = r(s), \quad 'r = 'r('s) \tag{1,1}$$

vektorové rovnice dvou reálných různých křivek, jichž oblouky jsou s resp. $'s$. Jejich křivosti označme k_i resp. $'k_i$ $(i = 1, \ldots, 4)$ a předpokládejme, že křivky v uvažovaných intervalech pro s a $'s$ nemají všechny křivosti k_i resp. $'k_i$, konstantní a dále, že o nich platí

$$k_1 k_2 k_3 k_4 {}'k_1 {}'k_2 {}'k_3 {}'k_4 \neq 0.$$

Za těchto předpokladů autor řeší problém: Určiti nutné a postačující podmínky pro existenci dvojice křivek (1,1) v pětirozměrném euklidovském prostoru, které jsou ve vzájemně jednoznačné korespondenci $'s = f(s)$ takové, že dvojice odpovídajících si Frenetových pětihranů tvoří invariantní útvar vzhledem ke grupě euklidovských pohybů v uvažovaném prostoru.

Postupuje analogicky k jednoduchým methodám uvedeným v jedné nepublikované práci prof. Dr *E. Čecha* autor odvodil hledané nutné a postačující podmínky pro existenci takových párů křivek, které nazval Bertrandovy. Našel především vlastnosti takových párů, dále nutné a postačující podmínky pro to, aby daná křivka byla Bertrandova s jednoparametrickým nebo dvouparametrickým systémem přidružených křivek nebo konečně s jednou nebo se třemi křivkami sdruženými.

F. Vyčichlo, Praha.

B) KNIHY

Ladislav Rieger: **O grupách a svazech.** Přírodovědecké vydavatelství, Praha 1952, 208 stran, cena 96 Kčs, náklad 2750 kusů.

Sbírka „Cesta k vědění" vzniklá před válkou má za úkol přístupnou formou při nevelkém rozsahu uváděti do vyšších partií exaktních věd. Předpokládané vědomosti nepřesahují nikdy úroveň vzdělání, dosaženého na škole třetího stupně.

Tato sbírka byla nedávno obohacena novým, již 65 svazkem, jehož autorem je Dr *Ladislav Rieger* a který nese název „*O grupách a svazech*". Autor si v této práci bere úkol nadmíru zodpovědný, totiž popularisovat dva moderní obory matematiky, oba značně abstraktní. Matematika prodělává od počátku století bouřlivý vývoj. Začínají se kriticky zkoumat základy matematické analysy a různé paradoxní zjevy v tehdejším infinitesimálním počtu, které vznikly tím, že nebyly dostatečně precisovány pojmy, na nichž tato theorie spočívala. Ponenáhlu byl zbavován mystičnosti pojem „nekonečně malých veličin" a současně s tím vzniká nové, t. zv. abstraktní pojetí celé řady matematických disciplin. V roce 1914 vycházejí *Hausdorffovy Grundzüge der Mengenlehre*, které zahajují převrat v nazírání na mnohé otázky v matematice.

Vznikají nové obory matematiky, horlivě studované. Mezi ně patří právě theorie grup a vlastně v nedávné době vzniklá theorie svazů. Jak již bylo řečeno, jedná se o obory velmi abstraktní. Abstraktní pojetí moderní matematiky značně přispělo k ujasnění mnohých otázek a k sjednocení názvu na různé její obory, často na první pohled velmi vzdálené, které však při důkladném rozboru často ukazují, že mají společné abstraktní jádro.

Toto abstraktní pojetí, bohužel není vždy správně chápáno a často vzniká dojem, že se jedná o jakousi intelektuální gymnastiku, o samoúčelné hříčky několika zasvěcenců, odtržené od skutečnosti a reálného života.

Právě na tomto poli by mohla Riegerova knížka vykonat dobrou práci vyvracením podobných předsudků.

Knížka začíná několika konkrétními příklady a ukazuje, že všem těmto jednotlivým příkladům je společná jistá obecná zákonitost. Procesem postupného odkrývání toho, co je společného mnoha jednotlivým konkrétním případům, dospívá autor k pojmu grupy. Po stránce methodické je tento postup velmi instruktivní, neboť popisuje vlastně zkráceně vývoj pojmu grupy, jak ve skutečnosti probíhal. Tento vývoj se ovšem děl v novověké matematice velmi dlouhou dobu — kolem 100 let. Ukazuje dále na příkladech, že mohou dvě grupy, ač jejich prvky jsou zcela odlišného druhu, míti přece stejné násobení. Tím zcela přirozeně dospívá k pojmu isomorfismu a odtud k pojmu abstraktní grupy. Čtenáři doporučuji, aby si důkladně přečetl odstavec o abstraktní funkci grup na straně 39, protože ten mu pomůže pochopiti obecně úlohu podobných abstrakcí v matematice. V dalších pak osvětluje autor, jak se matematika vypořádává s otázkou opačnou, totiž k dané abstraktní grupě nalézti vhodnou její konkretní representaci.

Další odstavec je věnován pojmu homomorfismu. Velmi pěkným způsobem je tento pojem vysvětlen a ozřejmen přirovnáním k promítání (na str. 63).

K pojmu homomorfismu se těsně přimyká pojem rozdělení grupy do tříd podle daného normálního dělitele (str. 69).

Souvislost těchto pojmů je dána známou větou o isomorfismu, jejíž důkaz je zevrubně proveden. (Čtenáři doporučuji, aby současně s touto větou si hned promyslil cvičení na str. 78 a 79., která mu značně usnadní pochopení této věty i věty následující.) Následuje odstavec o jednoduchosti alternující grupy pro $n > 4$. Jak autor sám poznamenává, nebude čtení tohoto odstavce nejlehčí, avšak trocha námahy spojená s promyšlením těchto partií se vyplatí, protože čtenář při ní získá mnohem více než pouhé pochopení jedné (stejně dosti speciální) věty. První část knížky je zakončena stručným přehledem dalších výsledků topologie grup. Myslím, že po přečtení první části knížky by čtenář neměl sahati k části druhé, dokud nebude míti důkladně promyšleny výsledky první části.

Četba druhého oddílu bude asi snadnější. Jedná se v ní o svazech, které se z částečně uspořádaných množin specialisují až k Booleovým algebrám. Důležitost tohoto pojmu je objasněna na příkladu aplikací theorie B. a. v elektrotechnice a v matem. logice. Zejména aplikace na elektrotechniku jsou podrobně vyloženy, takže je vidět, jak lze i tak abstraktní theorie jako je právě B. a. aplikovati přímo v technické praxi, na př. při konstrukci počítacích strojů.

Čtenáři, který není zvyklý na abstraktní myšlení, doporučuji, aby si ještě před čtením Riegerovy knížky přečetl první část Pospíšilova nekonečna v matematice, kde jak se domnívám, nejsnadněji a nejrychleji získá potřebnou zběhlost v abstraktním myšlení. Pochopitelně však Riegerovu knížku je možno čísti bez znalosti látky obsažené v Pospíšilově knize.

Vl. Pták, Praha.

A. P. Kiselev: **Geometrie.** Přírodovědecké vydavatelství, Praha 1952, 351 stran, cena 200 Kčs, přeložili *Z. Dlouhý a K. Šnejdárková.*

Překlad této knihy byl pořízen podle již 11. upraveného vydání učebnice geometrie pro žáky 6. až 8. třídy sovětské střední školy.

Možno říci, že původním autorem učebnice je *A. P. Kiselev*, avšak přepracovatel, zemřelý již prof. *N. A. Glagolev*, se stal rozsahem úprav vlastně spoluautorem.

Glagolevovo přepracování je obzvláště silně patrno v první části učebnice — „*Planimetrii*“, jež byla značně upravena jednak modernisací zastaralých partií, jednak ve snaze vyhovět novým požadavkům sovětské školy na vyučování matematice, jež má vychovávat žáky k logickému, přesnému a vědecky správnému myšlení.

Při recensi tohoto dvoudílného překladu (II. část je „*Stereometrie*“), nemůžeme se vyhnout srovnání s našimi novými učebnicemi geometrie na jednotné střední škole. V naší 1. třídě absolvují žáci poměrně dlouhý propedeutický kurs základních geometrických pojmů. V sovětské škole začíná geometrie až v 6. třídě, t. j. o rok později. Proto je „*Úvod*“, nahrazující naši G_1*, velmi krátký a obsahuje jen ty nejzákladnější geometrické pojmy, rozšířené pak ještě v I. kapitole o pojem úhlu. Avšak již v této první kapitole se objevují první poučky, uspořádané způsobem „*poučka-důkaz*“, jehož se na tomto věkovém stupni žáků někteří naši učitelé zbytečně obávají. Podrobně jsou pak rozebrány a vysvětleny pojem, obsah i forma definic, axiomů a pouček způsobem u nás neobvyklým. (N. A. Glagolev tak činí ve své vlastní, právě v sovětské škole zkoušené učebnici geometrie ještě podrobněji).

Systematický výklad učiva počíná probíráním shodnosti trojúhelníků, kde za základní shodné zobrazení je podobně jako v naší G_2 vzata osová souměrnost. Při odvozování vlastností trojúhelníků se vychází na rozdíl od naší učebnice od vztahu vnějšího a protilehlého vnitřního úhlu trojúhelníku, což vede k podstatnému snížení počtu pouček.

Po řadě konstruktivních úloh, které však jsou uvedeny bez explicitního zavedení konstruktivních axiomů, přichází partie o rovnoběžnosti (včetně axiomu o jediné rovnoběžce bodem k přímce, tedy nikoliv v původním *Euklidově znění*.

Zavedené středové souměrnosti je využito i v partii o rovnoběžníku a lichoběžníku. Zvláštní kapitola je věnována kružnici, vzájemné poloze přímky a kružnice, jakož i dvou kružnic. Probrány jsou i věty o obvodovém úhlu, tečnové a tětivové mnohoúhelníky.

Na rozdíl od našich učebnic je podrobně probrána podobnost, k níž úvod vytvářejí dost podrobné úvahy o měření úseček, jejich nesouměřitelnosti, jakož i zmínka z algebry o nekonečných desetinných rozvojích, vyjadřujících reálná čísla. Podobnosti je využito pro odvození vět Euklidových a Pythagorovy, jež je rozšířena i na obecný trojúhelník (bez zavedení kosinu, t. j. jen užitím průmětu strany). Avšak dále jsou zavedeny goniometrické funkce pro pravoúhlý trojúhelník. Zavedení pojmu posloupnosti a její limity umožňují solidně na základě obvodů pravidelných mnohoúhelníků ukázat existenci a methodu výpočtu čísla π. Obsáhlá partie o obsazích rovinných obrazců uzavírá I. díl.

II. díl „*Stereometrie*“ začíná explicitním doplněním soustavy axiomů o axiomy prostoru. Podrobně jsou probrány prostorové vztahy mezi přímkami a rovinami, protínání, kolmost, rovnoběžnost, pojem klínu i mnohohranu. Kratší kapitola obsahuje nejjednodušší principy a konstrukce promítání na dvě průmětny.

Kapitola o rovnoběžnostěnech a jehlanech po probrání vlastností stěn, úhlopříček a rovnoběžných řezů je zakončena odvozením vzorců pro povrch i objem těchto těles. Není opominuta ani podobnost mnohostěnů, ani různé druhy souměrností v prostoru. Poslední kapitoly pojednávají o oblých tělesech a kouli. Zvláště partie o kouli je velmi obšírně zpracována.

„*Dodatek*“ o jedenácti stránkách vykládá o geometrických axiomech a uspořádává pro informaci učitele tuto látku velmi přehledně.

Celkově možno říci, že vydání tohoto překladu umožní našim učitelům pohlédnout do vyučování geometrii na sovětských školách a poučí je o tom, že naše nové učebnice nejsou předimensovány ani co do rozsahu, ani co do způsobu výkladu látky. (Jen z předcházejícího výčtu obsahu je vidět, že v sovětské škole je probírána navíc na př. podobnost, posloupnost a její limita a p.) Četbou této knížky se pře-

*) G_1, G_2, ... znamená: učebnice geometrie pro 1., 2., ... třídu střední školy.

svědčíme, že správné vyučování geometrii, u nás tak tradičně zanedbávané, může být založeno jedině na vědecky správném zpracování učiva.

Překlad učebnice se čte velmi dobře. Jen snad termín „*závěr*" poučky by měl být nahrazen místo doslovného překladu volně termínem „*tvrzení*" poučky, tím spíše, když na př. pojem „protivopoložnaja teorema", u nás nepoužívaný, je v překladu spíše vysvětlován, než překládán. Na jiných místech knihy volný překlad jen přispívá k terminologické přesnosti a jasnosti. Sazba. tisk a úprava knihy jsou vzorné. Škoda jen, že cena této knížky, která by se měla stát pomůckou každého učitele matematiky je na učebnici tak vysoká, totiž „pouhých" 200 Kčs. Přírodovědecké vydavatelství mělo by se zde nad svými úkoly a nad úkoly knih, které vydává, zamyslet.

Vlastimil Macháček, Praha.

И. М. Гельфанд: **Лекции по линейной алгебре.** (*I. M. Gel'fand:* **Přednášky o lineární algebře.**) Gostechizdat 3. vydání přepracované a doplněné, Moskva-Leningrad 1951, str. 252. Cena váz. 10 r. 30 k., náklad 10 000 kusů.

Jak v ruské, tak i v zahraniční literatuře existuje mnoho knih o lineární algebře. Nicméně se ukázala kniha *I. M. Gelfanda* prospěšná širokému okruhu čtenářů, což je vidět i z toho, že již nedlouho po jejím vytištění se objevila potřeba dalšího vydání. To spočívá především v tom, že uvedené „Lekce" se odlišují řadou podstatných zvláštností.

Objem knihy v podstatě odpovídá rozsahu programu lineární algebry ve třetím semestru mechanicko-matematických a fysikálně-matematických fakult universit. Podstatná část knihy je věnována vlastnostem n-rozměrného vektorového prostoru, klasifikaci kvadratických forem a lineárním transformacím, t. j. otázkám, které se probírají ve všech učebnicích lineární algebry. Výjimku tvoří jen kapitoly, v kterých se probírají tensory, numerické methody a theorie.

Autoru se podařilo vyložit základní vlastnosti tensorů a operace s nimi jako bezprostřední pokračování „standartních" partií lineární algebry. Nehledě již na množství partií, kde nalézají tensory své použití, připojení této kapitoly je užitečné i z toho důvodu, že pojem tensoru umožňuje souhrnný pohled na různé veličiny jako vektory, bilineární formy a lineární transformace.

Kapitola věnovaná numerickým methodám, která byla připojena do tohoto vydání, je partie, která myslím bude mít v budoucnosti své pevné místo v každém kursu lineární algebry. Neupadaje do přílišných technických podrobností autor zde vykládá základní methody numerického řešení soustavy lineárních rovnic a výpočtu charakteristických hodnot (kořenů). Pro matematiky, fysiky a techniky, kteří používají algebry při numerických výpočtech, mají tyto otázky prvořadý význam.

Ale hlavní originalita knihy I. M. Gel'fanda nespočívá, jak se nám zdá, ani tak ve výběru materiálu jako ve způsobu výkladu těch partií, které jsou i ve většině učebnic.

I. M. Gel'fand nevykládá nijak široce o aplikacích lineární algebry, ale za to z celé knihy vidí čtenář sám jejich rozmanitost. Tohoto výsledku dosahuje autor mistrným vkloubením příkladů, které samy o sobě by nezaujímaly než několik stran, do textu.

Tak jako příklad n-rozměrného vektorového prostoru je uveden prostor všech polynomů stupně menšího než n. Tento příklad pak pokračuje v celé knize a jsou na něm ukazovány nové a nové aplikace lineární algebry. Když se mluví o basi, autor uvádí Taylorův vzorec, v odstavci o lineárních zobrazeních uvádí autor zobrazení mnohočlenů derivováním a v kapitole o maticových mnohočlenech je uveden lineární diferenciální operátor s konstantními koeficienty. V kapitole o skalárním součinu se zavádí v tomto prostoru mnohočlenů skalární součin jako integrál součinu takových dvou mnohočlenů. V souvislosti s ortogonalitou jsou uvedeny Legendrovy polynomy a tak dále.

Takových ilustrací, které stručně a přesvědčivě ukazují souvislost s jistou oblastí, je v knize velmi mnoho. Na příklad paragraf o vzdálenosti bodu od jistého podprostoru je objasněn na dvou příkladech. Jeden z nich je methoda nejmenších čtverců a druhý aproximace funkce trigonometrickými mnohočleny a pojem Fourierových koeficientů. Pojem λ-matice je ilustrován na příkladě z theorie lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty.

Druhou zvláštností výkladu je to, že zdařilým srovnáním, nebo poukazem na aplikace dovede autor udělat zajímavými i věci, které by se jinak zdály triviální. V souvislosti s větou o isomorfismu Euklidovských prostorů se ukazuje, jak z poučky elementární geometrie o tom, že součet dvou stran trojúhelníku je větší než strana třetí, je možno odvodit nerovnost

$$\sqrt{\int_a^b [f(t) + g(t)]^2 \, \mathrm{d}t} \leqq \sqrt{\int_a^b f^2(t) \, \mathrm{d}t} + \sqrt{\int_a^b g^2(t) \, \mathrm{d}t}.$$

Druhý příklad. Záváděje pojem lineárního zobrazení sdruženého s daným zobrazením autor ukazuje na analogii komplexního čísla komplexně sdruženého s daným číslem. Tato paralelnost se projevuje i v dalším výkladu a činí přirozenějším a elegantnějším výklad otázek svázaných s pojmem samosdruženého zobrazení, positivně definitního zobrazení, unitárního zobrazení a rozkladem lineárního zobrazení na positivně definitní a unitární.

Možno říci, že kniha I. M. Gel'fanda „Lekce z lineární algebry“ je jednou z hluboce promyšlených příruček, která bude ještě dlouho velmi užitečná studentům matematikům a též fysikům a technikům.

I. R. Šafarevič.

Přeložil *Oldřich Koníček*, Praha.