

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Vilém Baudys

Theorie duhy vedlejší

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 5 (1876), No. 5, 226--228

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109408>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1876

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

z čehož se snadno vypočítá

$$\beta = \frac{\log \left[ 2 - \left( \frac{s}{b} \right)^\alpha \right]}{\log \frac{b}{s}}. \quad (11)$$

Přisoudí-li se na př. osobě  $A$ , aby vrhla kostkou určité číslo v třech vrzích, jest  $\alpha = 3$ ,  $\frac{b}{s} = \frac{5}{6}$ , a tedy dle (11)

$$\beta = 7 \cdot 14,$$

musí se tedy osobě  $B$  přiřknouti 7·14 vrhů, má-li býti hra shodná.

Je-li řadový počet pokusů stejný  $\alpha = \beta$ , pak plyne z (10)

$$\frac{L}{L'} = \frac{s^\alpha}{b^\alpha}$$

a opět pro  $\alpha = 3$ ,

$$\frac{L}{L'} = \frac{216}{125},$$

t. j. osadí-li osoba  $A$  sumu 216, osadí osoba  $B$  125, a hra jakož i sázka jest shodna.

## Theorie duhy vedlejší.

Pro střední školy sepsal

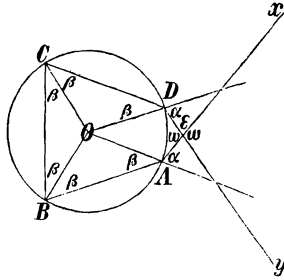
prof. Vilém Baudys.

V ročníku IV. t. pag. 285 podal jsem theorii duhy hlavní pomocí nižší matematiky; podobným způsobem dá se vyložiti povstávání duhy vedlejší, při čemž se omezím na určení odchyvky pro paprsky účinné.

Kdyby byl  $ABCD$  průřez kapky vodní (obr. 1.) rovinou jdoucí paprskem slunečním a okem pozorovatele a  $XA$  jeden paprsek sluneční dopadající v úhlu  $\alpha$  na kapku, zlomí se část jeho do  $B$  v úhlu  $\beta$ , zde opět část se odráží v úhlu stejném do  $C$ , odtud do  $D$  a zde vychází částečně ve směru  $Dy$  opět

v úhlu  $\alpha$  na venek a přichází do oka pozorovatele. Poněvadž však při východu z kapky světlo v barevné paprsky se rozptyluje přijde z této kapky pouze paprsek jedné barvy do oka. Dojem

Obr. 1.



barvy může však působiti jenom celý svazek paprsků rovnoběžných nebo velmi málo rozbíhavých, aby je oko současně pojmuti mohlo, a tudíž vyšetřeme, pro který úhel dopadu vycházejí paprsky rovnoběžně z kapky.

Pro takové paprsky musí úhel odchylky  $\omega$  býti veličinou stálou.

Jest však v pětiúhelníku  $ABCDE$  součet úhlů

$$\omega + 6\beta + 2(180^\circ - \alpha) = 3 \cdot 180^\circ,$$

$$\text{tedy} \quad \omega = 180^\circ + 2\alpha - 6\beta. \quad (1)$$

Pro jiný sousední paprsek musí býti taktéž

$$\omega = 180^\circ + 2\alpha' - 6\beta'. \quad (2)$$

z těchto dvou rovnic vychází

$$\alpha - \alpha' = 3(\beta - \beta'). \quad (3)$$

Je-li pak  $n$  udavatel lomu některé barvy, platí zároveň rovnice

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= n \sin \beta \\ \sin \alpha' &= n \sin \beta' \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Odečtením těchto rovnic obdržíme

$$\sin \alpha - \sin \alpha' = n(\sin \beta - \sin \beta'),$$

a rozvedeme-li v součiny, máme

$$\cos \frac{1}{2}(\alpha + \alpha') \sin \frac{1}{2}(\alpha - \alpha') = n \cos \frac{1}{2}(\beta + \beta') \sin \frac{1}{2}(\beta - \beta') \quad (5)$$

Z rovnice (3) následuje konečně

$$\sin \frac{1}{2}(\alpha - \alpha') = \sin 3 \frac{\beta - \beta'}{2}.$$

Podle známé věty jest pak

$$\sin 3\varphi = 3 \sin \varphi \cos^2 \varphi - \sin^3 \varphi;$$

píšeme-li místo  $\varphi$  úhel  $\frac{\beta - \beta'}{2}$ , bude tedy

$$\sin \frac{1}{2}(\alpha - \alpha') = 3 \sin \frac{\beta - \beta'}{2} \cos^2 \frac{\beta - \beta'}{2} - \sin^3 \frac{\beta - \beta'}{2}, \quad (6)$$

a to dosadivše do rovnice (5), zjednáme si

$$\begin{aligned} \cos \frac{1}{2}(\alpha + \alpha') & \left[ 3 \sin \frac{\beta - \beta'}{2} \cos^2 \frac{\beta - \beta'}{2} - \sin^3 \frac{\beta - \beta'}{2} \right] \\ & = n \cos \frac{1}{2}(\beta + \beta') \sin \frac{\beta - \beta'}{2}, \quad (7) \end{aligned}$$

kterážto rovnice dá se zkrátiti  $\sin \frac{\beta - \beta'}{2}$ ; stavíme-li pak  $\alpha = \alpha'$ , čímž i  $\beta = \beta'$ , dostaneme

$$3 \cos \alpha = n \cos \beta, \quad (8)$$

z kteréžto rovnice ve spojení s rovnicí (4) můžeme vypočísti  $\alpha$  i  $\beta$  pro paprsky účinné.

Povýšením rovnice (8) na druhou mocninu dostaneme

$$9 \cos^2 \alpha = n^2 \cos^2 \beta,$$

nebo

$$9(1 - \sin^2 \alpha) = n^2(1 - \sin^2 \beta),$$

a poněvadž

$$n \sin \beta = \sin \alpha,$$

tedy konečně

$$\sin^2 \alpha = \frac{9 - n^2}{8}. \quad (9)$$

Pro červenou barvu mějme  $n = 1.33$

„ fialovou „ „ „  $n = 1.34$ .

K logarithmickému počítání upravíme rovnici (9)

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{(3 + n)(3 - n)}{8}}$$

a vypočteme

$$\alpha_c = 71^\circ 56'; \quad \alpha_f = 71^\circ 37';$$

$$\beta_c = 45^\circ 37'; \quad \beta_f = 45^\circ 5';$$

$$\omega_c = 50^\circ 10'; \quad \omega_f = 52^\circ 44'.$$

Šířka duhy podlé toho bude

$$\omega_f - \omega_c + 32' = 3^\circ 6',$$

když vezmeme zdánlivý průměr slunce 32'. Vše ostatní určí se jako při duze hlavní.