

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

František Josef Studnička
Poznámka o řadách nekonečných

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 2, 81--82

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109306>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1887

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Poznámka o řadách nekonečných.

Napsal

prof. Dr. F. J. Studnička.

V arithmetice se učí, že úkon sčítání jest záměnným čili kommutativním, že tedy součet nezávisí na pořádku, v němž sčítanci se objevují. Ale zjev tento není bez výminky, jakož známo; dokázánoť, že tomu není tak, jestli počet sčítanců nekonečně veliký a jich označení nestejně, z části tedy pozitivní a z části negativní. V tomto zvláštním případě řídí se velikost součtu pořádkem, v jakém střídají se členové pozitivní s členy negativními.

V analýsi vyšší se na př. dokazuje o řadě harmonické

$$s = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+2b} - \frac{1}{a+3b} + \dots, \quad (1)$$

že promění se v řadu σ , změníme-li pořádek, v němž sčítanci po sobě jdou, tak aby na p pozitivních členů následovalo q členů negativních, o níž pak platí

$$\sigma = s + \frac{1}{2b} l \frac{p}{q}. \quad (2)$$

Jest-li tedy

$$s = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots = l2,$$

a učiníme-li změnou pořádku, v němž tu sčítanci po sobě jdou,

$$\sigma = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots,$$

bude patrně ve vzorci (2) $b = 1$, $p = 2$, $q = 1$ a tedy

$$\sigma = l2 + \frac{1}{2} l2 = \frac{3}{2} l2 = \frac{3}{2} s. \quad (3)$$

Jak vedl tu důkaz *Lejeune-Dirichlet*, známo.*)

Možná však i přímo k témuž výsledku přijíti a sice, jak *Thomae* uvádí, takto:

Jestliž především

$$l(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, \quad (4)$$

*) Viz „Abhandlungen der Berliner Akademie vom J. 1837“, pag. 48 nebo *Studnička* „Algeb. tvarosloví“ pag. 136.

$$l(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, \quad (5)$$

a spojíme-li obě řady,

$$\frac{1}{2} l \frac{1+x}{1-x} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots;$$

píšeme-li pak v řadě (5) x^4 místo x , vznikne

$$l(1-x^4) = -x^4 - \frac{x^8}{2} - \frac{x^{12}}{3} - \dots$$

I bude tedy

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} l \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} l(1-x^4) &= x + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} - \dots \\ &= \frac{1}{2} l \frac{1+x}{1-x} \cdot (1-x^4) \\ &= \frac{1}{2} l(1+x)(1+x+x^2+x^3). \quad (6) \end{aligned}$$

Pro $x=1$ plyne pak ze vztahu (4)

$$l2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots = s$$

ze vztahu (6) však

$$\frac{1}{2} l8 = \frac{3}{2} l2 = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots = \sigma,$$

z čehož opět vzorec (3) jde na jevo, aniž by třeba bylo přihlížeti k nějaké vlastnosti řad nekonečných a konvergentních.

Poznámka k vytvoření plochy třetího stupně se čtyřmi body dvojnými.

Podává

F. Machovec,

professor v Karlíně.

Ve článku „Sur la génération des surfaces et des courbes à double courbure de tous les degrés“, uveřejněném v Comptes rendus, užívá p. M. Vaněček této transformace:

Jest dán prostorový čtyřúhelník $A_1A_2A_3A_4$. Přímky spo-