Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 16 (1887), No. 2, 92--93

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109302

Jest pak

$$\left(1+\frac{\delta_1}{v}\right)\left(1+\frac{\delta_2}{v}\right)\ldots\left(1+\frac{\delta_n}{v}\right)=1+\frac{\delta}{v}.$$

Oba tyto vzorce, z kterých plyne též rovnice

$$\frac{d_1}{\delta_1}\cdot\frac{d_2}{\delta_2}\cdots\frac{d_n}{\delta_n}=\frac{d}{\delta},$$

odvodil *Niemöller* z theorie potencialu.

(Schlömilch, Zeitschrift für Math. u. Phys. 1885, p. 251).

V trojúhelníku abc sestrojme výšky ad, be, cf a promítněme jich paty do stran trojúhelníka, tak že jest

$$dm \perp ab,\ dm' \perp ac,\ en \perp bc,\ en' \perp ab,\ fp \perp ac,\ fp' \perp bc.$$

Potom jsou vespolek stejnými úhly: mpa, pnc, nmb, $m'n'a$, $n'p'b$, $p'm'c$; označíme-li velikosť jich písmenou φ a jsou-li α, β, γ úhly daného trojúhelníka abc, jest

$$\operatorname{tg}\varphi = -\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\gamma.$$

Trojúhelníky mnp, $m'n'p'$ jsou spolu shodny a trojúhelníku abc podobny; poměr podobnosti jest

$$\lambda = \sqrt[4]{\cos^2\alpha \cos^2\beta \cos^2\gamma + \sin^2\alpha \sin^2\beta \sin^2\gamma}.$$

Body m, n, p, m', n', p' jsou v určité kružnici, kterou geometrové angličtí *kružnicí Taylorovou* nazývají.

(Mathesis, tome VI. 1886, p. 20).

Úlohy.

Úloha 13.

Má se řešiti rovnice

$$(x^2+1)^2+(x+1)^2=a(x^2+1)(x+1).$$

R.

Úloha 14.

Vyšetřiti, kdy trojúhelník určený patami výšek daného trojúhelníka jest tomuto podoben. Prof. *A. Strnad.*

Úloha 15.

Určiti ploský obsah čtyrúhelníka, dány-li jeho strany a, b, c, d a úhel úhlopříčen ω. Který výsledek plyne z příslušného vzorce při $\omega = 90^0$? Prof. *A. Strnad.*

Úloha 16.

Dána jest ellipsa a soustředný s ní kruh stejného obsahu. V kterém úhlu protínají se obě křivky? Kdy jest úhel ten 45^0? Která jest délka společné tečny obou křivek obsažená mezi osami ellipsy a v jakých bodech dotýká se ellipsy? *Týž.*

Úloha 17.

Dva dělníci táhnou břímě, napínajíce rovnými silami P provazy, které svírají úhel α. Oč musí nezměněným směrem jeden silněji a druhý slaběji táhnouti, aby se břímě pohybovalo s touž rychlostí, avšak směrem od původního směru o úhel β odchýleným? Prof. *Vavř. Jelínek.*

Úloha 18.

Na dvojramenné, bezvážné páce délky d drží se v rovnováze dvě síly, jichž součet jest S. Pošineme-li podpůrný její bod k jedné síle o a blíže, o jakou sílu p musíme druhou sílu zmenšiti a první zvětšiti, aby opět nastala rovnováha? *Týž.*

Úloha 19.

Na nakloněné rovině udržíme sud v rovnováze, působíme-li na jeho těžiště buď směrem roviny silou P_1, neb směrem vodorovným silou P_2. Jak těžký jest sud? *Týž.*

Úloha 20.

S jak velkou počáteční rychlostí C musíme vyhoditi těleso svisno vzhůru, aby narazilo s rychlostí c na vodorovné prkno ve výši, odkud by volně spadlo s meznou rychlostí v? *Týž.*

Úloha 21.

Klesne-li na Atwoodově padostroji přívažek p_1 za jakousi dobu o s_1 a podruhé za tutéž dobu přívažek p_2 o s_2, jak hluboko (S) padne jakékoli těleso volně za stejnou dobu? *Týž.*