

# Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

---

Martin Pokorný

Poučka o čtyřúhelníku z tětiv

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 8 (1879), No. 3, 133--134

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109275>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1879

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

$$HB = AB \cdot 1.260164 \dots$$

kdežto má býti, jak bylo již praveno,

$$AB \sqrt[3]{2} = AB \cdot 1.25992 \dots,$$

takže chyba činí tu

$$+ AB 0.00014 \dots$$

V předcházejícím řešení vypadne strana hledaná kratší asi o osmistý díl hrany; v následujícím opět delší a sice o sedm tisícinu, tedy ještě o menší část, takže pro praxi jedna i druhá vystačí.

*Poznámka.* Kdo by našel důkaz první nebo druhé konstrukce, necht jej zašle redakci; poznamenáno budiž jenom, že délku strany  $AB$  nejpohodlněji voliti jest za jednotku.

## Poučka o čtyřúhelníku z tětiv.

Napsal

**M. Pokorný,**

ředitel reálného gymnasia v Praze.

Jak známo, platí o úhlopříčných čtyřúhelníku z tětiv (obr. 9.) mimo jiné tato poučka:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{AB \cdot AD + CB \cdot CD}{BA \cdot BC + DA \cdot DC}.$$

Důkazů poučky této jest několik a to více méně složitých; důkaz jednodušší a přímější nežli jest v Šandově měřictví pro vyšší školy reální (pag. 93.), který neuzívá pomocných čar, podávám tuto, jelikož mi odjinud znám není:

Poněvadž	$\sphericalangle ADB = \sphericalangle ACB,$	
jest	$\triangle AOD \sim \triangle BOC,$	
z čehož jde:	$\frac{AD}{BC} = \frac{AO}{BO} = \frac{DO}{CO}.$	(1)

Podobně jest	$\triangle AOB \sim \triangle DOC,$	
z čehož plyne	$\frac{AB}{DC} = \frac{AO}{DO} = \frac{BO}{CO}.$	(2)

Z rovnice (1) vyjde:  $AO = \frac{AD}{BC} \cdot BO$ ,

ze (2) pak:  $CO = \frac{DC}{AB} \cdot BO$ ,

což sečteno dá:  $AC = \frac{AB \cdot AD + CB \cdot CD}{AB \cdot BC} \cdot BO$  (3)

Dále máme opět z rovnice (1):

$$BO = \frac{BC}{AD} \cdot AO$$

a z (2):

$$DO = \frac{DC}{AB} \cdot AO$$

a sečtením

$$BD = \frac{BA \cdot BC + DA \cdot DC}{AB \cdot AD} \cdot AO$$
 (4)

Z výrazů (3) a (4) jde pak již:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{AB \cdot AD + CB \cdot CD}{BA \cdot BC + DA \cdot DC} \cdot \frac{BO \cdot AD}{AO \cdot BC}$$
 (5)

a poněvadž dle rovnice (1)

$$BO \cdot AD = AO \cdot BC,$$

konečně srovnalost svrchu položená.

*Poznámka redakce.* Kdybychom směli použít pouček trigonometrických, přišli bychom rychleji k cíli.

Především víme, že úhlopříčné se k sobě mají jako sinusy protilehlých úhlů, tedy zde, zavedeme-li označení

$$AB = a, \quad BC = b, \quad CD = c, \quad DA = d, \quad AC = m, \quad BD = n$$

$$\frac{m}{n} = \frac{\sin \alpha}{\sin \delta} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma};$$

dále obdržíme pro zdvojený obsah čtyřúhelníku buď

$$\sin \delta (ab + cd) \quad \text{neb} \quad \sin \alpha (ad + bc),$$

takže z toho plyne

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \delta} = \frac{ab + cd}{ad + bc},$$

a spojíme-li tuto srovnalost s první, konečně

$$\frac{m}{n} = \frac{ab + cd}{ad + bc},$$

jakož bylo dokázati.

---