Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 8 (1879), No. 3, 135--141

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109273

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1879

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Úlohy.

Řešení mathematické úlohy 7.

Podal *Dr. B.* v Praze.

Co geometrické místo tu obdržíme opět trojosý ellipsoid, jehož rovnice jest

$$\frac{x^2}{a^2}\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)+\frac{y^2}{b^2}\left(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2}\right)+\frac{z^2}{c^2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)$$
$$=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}.$$

Řešení mathematické úlohy 10.*)

Podal *Fr. Brandejs*, žák VII. tř. r. v Hradci Králové.

Vzdálenost hledané tětivy od středu měří

$$x = 0{\cdot}157736 \text{ r}.$$

(Tutéž úlohu řešil *Jos. Kořínek, J. Mayer*, žák VIII. tř. g. v Hradci Jindřichově, *Jiří Havlíček*, žák VIII. třídy české r. v Praze a *K. Dvořák*, žák VIII. tř. r. g. v Táboře.)

Řešení mathematické úlohy 11.

Podal *Jos. Kořínek* v Jindř. Hradci.

Hledaná vzdálenost měří všeobecně

$$D = \frac{2r}{n}(n-m)$$

a pro $m = 1$, $n = 4$ tedy $^3/_2\ r$.

Tutéž úlohu řešil *J. Mayer* v Jindřichově Hradci.

Řešení mathematické úlohy 12.

Podal *M. Vaněček*, žák VII. třídy realního g. v Táboře.

Nazveme-li poloměr r a poloviční úhel středový, kruhové výseči příslušný α, obdržíme

---

*) Math. úlohu 9. řešil též *Jos. Kořínek* a *K. Dvořák*.

pro obsah $V = {}^{2}/_{3}\,\pi r^3 (1 - \cos\alpha)$,

pro povrch $P = 2\pi r^2 (1 - \cos\alpha) + \pi r^2 \sin\alpha$,

a k tomu známou*) podmínku minima nebo maxima

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha}\frac{\partial V}{\partial r} - \frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial V}{\partial \alpha} = 0,$$

z čehož plyne po ukončené redukci

$$\cos^4\frac{\alpha}{2} - \frac{28}{20}\cos^2\frac{\alpha}{2} + \frac{9}{20} = 0;$$

podmínce *pro minimum* vyhovuje pak hodnota

$$\cos\alpha = 0{\cdot}8,$$

z níž se obdrží konečně pro poloměr koule vzorec

$$r = \sqrt[3]{\frac{15V}{4\pi}}.$$

Poznamenání redakce. Frenet řeší ve své sbírce příkladů**) tuto úlohu způsobem nepřímým takto: Značí-li x poloměr koule, y výška úseče a ${}^4/_3\pi a^3$ daný obsah, jest

$$y = \frac{2a^3}{x^2},\ P = \frac{2\pi a^3}{x}\left(2 + \sqrt{\frac{x^3}{a^3} - 1}\right),$$

takže položíme-li pro zkrácení

$$u = \frac{P}{2\pi a^2},\ z = \frac{x}{a},$$

obdržíme pro ustanovení minima povrchu pomocí proměnné z vzorec

$$u = \frac{2 + \sqrt{z^3 - 1}}{z},$$

což vede konečně k řešení

$$x = a\sqrt[3]{10},$$

shodujícímu se s výsledkem svrchu položeným.

Řešení mathematické úlohy 13.

Podal *Frant. Jedlička,* žák VII. třídy. gymn. v Chrudími.

Majíce řešiti neurčitou rovnici

$$1^2/_3 a + 2^1/_3 b + 3c = 131,$$

---

*) Viz *Studnička* „O počtu differencialním." II. vyd. pag. 99.

**) „Recueil d'exercices sur le calcul infinitésimal" III. éd. pag. 131.

převeďme ji na tvar

$$5a + 7b = 393 - 9c$$

a řešme pak příslušnou shodu

$$7b \equiv 393 - 9c \ (mod\ 5)\,,$$

načež obdržíme

$$b = 4 + 3c + 5t\,,\ a = 73 - 6c - 7t\,,$$

při čemž nutno za t voliti takové hodnoty, aby a i b bylo positivní jakož i potřebné k tomu c; pro $t = -2$, $c = 10$ obdržíme tu $a = 27$, $b = 24$.

(Tutéž úlohu řešil *M. Lerch,* žák VI. třídy r. g. v Plzni, *Fr. Brandejs, M. Vaněček,* žák VII. tř. a *K. Dvořák,* žák VIII. tř. r. g. v Táboře, *J. Mayer, Boh. Moravec* a *J. Havlíček,* žák VII. tř. r. v Praze.)

Řešení mathematické úlohy 14.

Podal *Mat. Lerch,* žák VI. třídy realného gym. v Plzni.

Že $x = \frac{3}{4}$, patrno na první pohled; (druhý pak kořen realní jest $x = 0{\cdot}08932448$, jakož se přesvědčíme, užijeme-li některé přibližné methody, na př. regula falsorum k řešení rovnice

$$x\, lg\, x = -0{\cdot}093704\,,$$

jelikož tu první přibližná hodnota jest 0·08; neb

$$0{\cdot}08\, lg\, 0{\cdot}08 = -0{\cdot}0877528$$
$$0{\cdot}09\, lg\, 0{\cdot}09 = -0{\cdot}0941182.)$$

(Tutéž úlohu řešil *J. Havlíček* v Praze a *Jan Mayer* v J. Hradci; první vyšetřil co druhou hodnotu realní

0·08932 45413 41856,

druhý pak 0·08932 45411.)

Řešení mathematické úlohy 15.

Podal *M. Vaněček,* žák VII. třídy realného gymnasia v Táboře.

Než jsme dostali přestavu, počínající s *a b i*, měli jsme počínající s *a b e*, jichž jest co do počtu, protože následuje ještě 7 písmen, z nichž se dvě opakují,*)

*) Viz *Studnička* „Algebra" pag. 178.

$$\frac{7!}{2!\,2!} = 1260\,;$$

podobně před *abit*	$4\,.\,\frac{6!}{2!}$	$=$	$1440,$
„ „ *abitu*	$5\,.\,5!$	$=$	$600,$
„ „ *abitur*	$3\,.\,4!$	$=$	72
„ „ *abituri*	$3!$	$=$	6
dohromady			3378 přestav;

ježto poslední písmena *nt* jsou v ladu, jest abiturient 3379 tou přestavou písmen *a b e i i n r t t u.*

(Tutéž úlohu řešil *Oldřich Kobrle,* žák VIII. tř. g. v Jičíně, *Fr. Brandejs*, *J. Mayer, K. Teige* filosof a *Jan Vančura,* ž. VI. tř. r. g. na Malé Straně.)

Mathematická úloha 16.

Má se řešiti následující soustava rovnic:

$$x + y = u + v\,,$$
$$xy = uv\,,$$
$$\frac{x}{y} + \frac{u}{v} = 2.$$
$$x^2 + y^2 + u^2 + v^2 = 4\,.$$

Mathematická úloha 17.

Součet čtyř čísel stojících v řadě geometrické, jest 10, první jest 3, která jsou ostatní?

Mathematická úloha 18.

Má se určiti obálka ellips, majících při stejné poloze středu a poloos stejný obsah.

Řešení fysikalní úlohy 1.

Podal *Jos. Kořínek,* žák VIII. tř. g. v Jindřichově Hradci.

Hledaná rychlost vyjadřuje se všeobecně vzorcem

$$x = \frac{m^2 + n^2}{2mn}\,c \pm \frac{m^2 - n^2}{2mn}\sqrt{c^2 - 2gh}\,,$$

takže ve zvláštním případě se obdrží na př. pro $c = 25^{m}$

$$x_1 = 29{\cdot}66^{m}\,,\; x_2 = 22{\cdot}42^{m}.$$

(Tutéž úlohu řešil *Havlíček*, ž. VII. tř. r. a *K. Teige,* v Praze.)

Řešení fysikalní úlohy 5.

Podal *St. Šetina,* žák VII. tř. r. v Litomyšli.

Vzdálenost obrazu měří tu $47{\cdot}5^{\mathrm{cm.}}$ (Tutéž úlohu řešil *Jiří Havlíček, Fr. Brandejs,* žák VII. třídy realné v Hradci Králové, *M. Vaněček, Old. Koberle,* žák VIII. tř. g. v Jičíně, *J. Mayer, K. Teige* a *J. Vančura* v Praze.

Řešení fysikalní úlohy 6.

Podal *Jiří Havlíček* v Praze.

Hledaný tu poměr vyjadřuje buď $10^7 : 4035$ nebo $2477 : 1$.

(Tutéž úlohu řešil *Fr. Brandejs, Jos. Kořínek, M. Dvořák, J. Mayer, K. Teige* a *O. Koberle.*)

Řešení fysikalni úlohy 9.

Podal *Jan Mayer* žák VIII tř. g. v Jindř. Hradci.

Je-li α úhel dopadu paprsků, n lomitel kapek dešťových, β úhel lomu, ω úhel, jejž tvoří směr paprsku dopadajícího i vycházejícího z kapky, platí podmínky

$$\omega = 4\beta - 2\alpha, \quad \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}.$$

Avšak pouze ty paprsky působí v oku, pro něž úhel ω dosahuje svého maxina. Derivujíce tedy obě rovnice obdržíme po sloučení obou rovnic podmínku

$$4\cos^2\alpha = n^2 - \sin^2\alpha,$$

z čehož plyne

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{(2+n)(2-n)}{3}}.$$

Dosadíce náležité hodnoty za n obdržíme

$$\alpha_č = 48^0\,24'\,8''\,4 \qquad \alpha_f = 47^0\,13'\,29''\,3$$
$$\beta_č = 29^0\,23'\,19''\,1 \qquad \beta_f = 28^0\,23'\,15''\,6$$
$$\omega_č = 20^0\,44'\,59''\,6 \qquad \omega_f = 19^0\,6'\,3''\,8.$$

Šířka duhy dle toho by byla:

$$\omega_č - \omega_f + 32' = 2^0\,10'\,56''$$

vezmeme-li zdánlivý průměr slunce $32'$; $\omega_č$ a ω_f jsou zároveň poloměry oblouku červeného a fialového, a udávají i největší výšku duhy nad obzorem, již dosáhne, stojí-li slunce v horizontu.

Pro duhu vedlejší platí podmínky:

$$\omega = 180^0 + 2\alpha - 6\beta, \quad \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}.$$

Hodnota, pro kterou ω jest minimem a pro kterou vedlejší paprsky rovnoběžně vycházejí, udána jest rovnicí

$$9\cos^2\alpha = n^2 - \sin^2\alpha,$$

z čehož plyne

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{(3+n)(3-n)}{8}}.$$

Z toho vypočteme

$$\alpha_č = 66^0\ 0'\ 42'' \qquad \alpha_f = 65^0\ 25'\ 31''\ 6$$
$$\beta_č = 36^0\ 50'\ 11''\ 2 \qquad \beta_f = 36^0\ 5'\ 20''\ 4$$
$$\omega_č = 91^0\ 0'\ 16''\ 8 \qquad \omega_f = 94^0\ 19'\ 0''\ 8.$$

Šířka duhy vedlejší jest

$$\omega_f - \omega_č + 32' = 3^0\ 50'\ 44''.$$

Vzdálenost obou duh by byla

$$91^0\ 0'\ 16''\ 8 - 20^0\ 44'\ 59'\ 6 = 70^0\ 15'\ 17''$$

Ku porovnání stůjtež zde tytéž hodnoty pro duhu obyčejnou

kde pro paprsky červené $n = 1{\cdot}33094$

pro „ fialové $n = 1{\cdot}34418.$

Pro hodnoty tyto vypočteme u duhy hlavní

$$\alpha_č = 59^0\ 31'\ 48''\ 9 \qquad \alpha_f = 58^0\ 45'\ 43''\ 3$$
$$\beta_č = 40^0\ 21'\ 35''\ 2 \qquad \beta_f = 39^0\ 30'\ 3''\ 4$$
$$\omega_č = 42^0\ 22'\ 43'' \qquad \omega_f = 40^0\ 28'\ 47''\ 6.$$

Šířka duhy

$$\omega_č - \omega_f + 32' = 2^0\ 25'\ 55''.$$

Pro duhu vedlejší obdržíme

$$\alpha_č = 71^0\ 54'\ 33''\ 1 \qquad \alpha_f = 71^0\ 29'\ 1''\ 7$$
$$\beta_č = 45^0\ 34'\ 41''\ 4 \qquad \beta_f = 44^0\ 51'\ 53''\ 5$$
$$\omega_č = 50^0\ 20'\ 57''\ 8 \qquad \omega_f = 53^0\ 46'\ 42''\ 4.$$

Šířka duhy vedlejší jest

$$\omega_f - \omega_č + 32' = 3^0\ 57'\ 45''$$

Vzdálenosť obou duh jest

$$50^0\ 20'\ 57''\ 8 - 42^0\ 22'\ 43'' = 7^0\ 58'\ 15''.$$

Řešení fysikalní úlohy 11.

Podal *František Procházka,* podučitel v Bosni.

Hledané přiblížení obnáší 0·503816$^{\text{m}}$.

(Tutéž úlohu řešil *M. Lerch*, *J. Mayer* a *Fr. Brandejs.*)

Řešení fysikalní úlohy 12.

Podal *Oldřich Koberle* v Jičíně.

Značí-li v hledanou výšku a c příslušnou rychlost, jest $v = 1126{\cdot}8762^m$, $c = 260{\cdot}5678^m$.

(Tutéž úlohu řešil *M. Vaněček* v Táboře, *J. Mayer*, *Fr. Brandejs, J. Vančura* a *Boh. Moravec*, žák VII. tř. r. v Praze.)

Fysikalní úloha 13.

S výšky 90^m spustí se hmotný bod a současně počne s výšky 30^m padati jiný hmotný bod stejnoměrnou rychlostí 6^m v sekundě; setkají se oba body před dopadnutím a v jaké výši?

Fysikalní úloha 14.

Jakou rychlostí musí se vystřeliti v úhlu 5^0 koule, aby dorazila do bodu 1632^m vzdáleného na sklonu $1^0\ 10'$ měřícím.

Fysikalní úloha 15.

Jak dlouhé jest sekundové kyvadlo na měsíci a jaké doby udávalo by naše kyvadlo sekundové na měsíci.

Věstník literární.

Naší skrovné literatuře geometrické dostalo se konečně velmi důležitého obohacení spisem

ZÁKLADOVÉ VYŠŠÍ GEOMETRIE

jejž sepsali Dr. *Emil Weyr* a Dr. *Eduard Weyr* a jejž ve třech dílech vydala *Matice Česká* na důkaz, že i vědy exaktní v jejím lůně docházejí uznání.

Nechceme se zde pouštěti do rozboru jednotlivých částí objemného díla tohoto, poněvadž při známé dovednosti bratrských spisovatelů snadno se s předu hned uzná, že tu vykonána práce hodnoty nevšední, jež by každé literatuře sloužila ke cti nemalé. Našim čtenářům zajisté postačí, uvedeme-li zde stručně bohatý