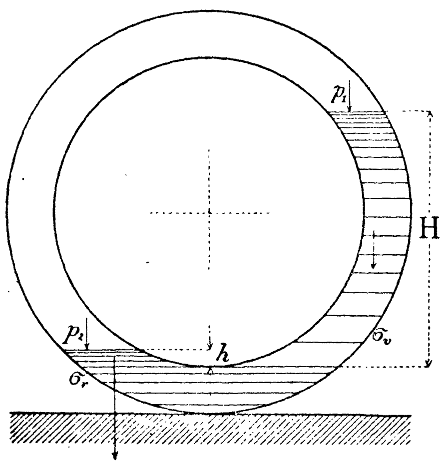
Úloha z mechaniky.

Napsal

Josef Hněvkovský,

c. a k. setník u pionérů v Klosterneuburku.

Naplníme-li nádobu, omezenou dvěma souosými válcovými plochami kruhovými a dvěma rovinami k povrchovým přímkám válcových ploch kolmými, částečně rtutí a nalejeme-li pak na rtuť po jedné straně vodu, postaví se obě kapaliny dle zákona o spojitých nádobách do rozličných výšek h a H. Množství obou kapalin budiž takové, aby dolejší hladina rtuti byla tečnou rovinou vnitřního válce podél jeho nejnižší povrchové přímky.



Obr. 1.

Znamenají-li σ_v a σ_r specifické váhy obou kapalin a nedbá-li se tlaků na povrchy kapalin, platí pro rovnováhu známá podmínka

$$\text{(1)} \qquad H : h = \sigma_r : \sigma_v.$$

Dokážeme počtem, že skutečně, platí-li podmínka (1), jest rovnováha, t. j. že nádoba nebude se valiti po vodorovné rovině.

Označme:

l délku nádoby válcové ($\perp$ ku rovině obrazce),

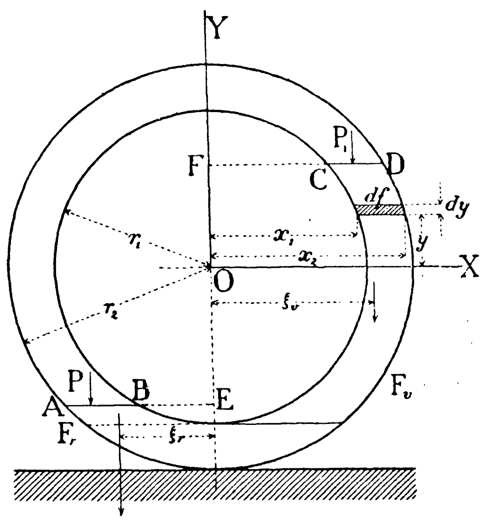
F_r plochu mezikruží, kterou zaujímá sloupec rtuti o výšce h,
F_v „ „ „ „ „ vody „ „ H,
ξ_r vzdálenost těžiště rtuti obsažené v prostoru $F_r . l$ od osy Y,
ξ_v „ „ vody „ „ „ $F_v\, l$ „ „ Y.
p specifický tlak, t. j. tlak na 1 čtver. jednotku AB,
p_1 specifický tlak v hladině CD.

Úhrnný tlak P na hladinu AB jest pak

$$P = l . \overline{AB} . p = l (\overline{AE} - \overline{BE}) p$$

a úhrnný tlak P_1 na hladinu CD

$$P_1 = l . \overline{CD} . p_1 = l (\overline{DF} - \overline{CF}) p_1 .$$



Obr. 2.

Pohyb nádoby by nastal, kdyby na soustavu působil výsledný moment, t. j. kdyby bylo

$$F_r . l . \sigma_r . \xi_r + P \left(\overline{BE} + \frac{\overline{AB}}{2}\right) \gtrless F_v . l . \sigma_v . \xi_v + P_1 \left(\overline{FC} + \frac{\overline{CD}}{2}\right) .$$

Určeme nejdříve úsečku těžiště sloupce vodního takto:

Jest rameno

$$(2) \qquad \xi_v = \frac{\int_{-r_1}^{H-r_1} df \,.\, x}{F_v}.$$

Ježto

$$df = (x_2 - x_1)\, dy$$

a odlehlost těžiště elementu df od osy Y

$$x = \frac{x_2 + x_1}{2},$$

obdržíme

$$(3) \qquad df \,.\, x = (x_2 - x_1)\, dy \,.\, \frac{x_2 + x_1}{2} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{2}\, dy;$$

avšak

$$x_2^2 = r_2^2 - y^2 \text{ a } x_1^2 = r_1^2 - y^2,$$

tak že

$$(4) \qquad x_2^2 - x_1^2 = r_2^2 - r_1^2.$$

Dosadíce toto do rovnice (3), dostaneme

$$df \,.\, x = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} dy$$

a tedy

$$(5) \qquad \xi_v = \frac{1}{F_v} \int_{-r_1}^{H-r_1} \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}\, dy = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\, H}{2\, F_v}.$$

Zcela podobně jest

$$(6) \qquad \xi_r = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\, h}{2\, F_r}.$$

Vyjádřeme dále momenty sil P a P_1.

$$\text{Moment síly } P = P\,(\overline{BE} + \frac{\overline{AB}}{2}) = P \,.\, \frac{\overline{AE} + \overline{BE}}{2}$$

$$= lp\,(\overline{AE} - \overline{BE})\, \frac{\overline{AE} + \overline{BE}}{2} = \frac{lp}{2}\,(\overline{AE}^2 - \overline{BE}^2)$$

a tedy dle rovnice (4), která platí pro všechny tětivy mezikruží rovnoběžné k OX,

(7) $$\text{mom. síly } P = \frac{lp\,(r_2^2 - r_1^2)}{2}.$$

Analogicky se obdrží

(8) $$\text{mom. síly } P_1 = \frac{lp_1\,(r_2^2 - r_1^2)}{2}.$$

Výsledný moment jest

$$M = F_v l\sigma_v \xi_v - F_r l\sigma_r \xi_r + \text{mom. } P_1 - \text{mom. } P$$

a tedy dle rovnic (5) až (8):

$$M = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\,H}{2}\,l\sigma_v - \frac{(r_2^2 - r_1^2)\,h}{2}\,l\sigma_r + \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}\,lp_1 - \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}\,lp$$

(9) $$= \frac{(r_2^2 - r_1^2)\,l}{2}\,(H\sigma_v - h\sigma_r + p_1 - p).$$

Je-li γ specif. váha tekutiny (na př. vzduchu) tlaky p a p_1 způsobující, jest

(10) $$p = p_1 + \gamma\,(H - h),$$

což dosazeno, dává

(11) $$M = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\,l}{2}\,[H\,(\sigma_v - \gamma) - h\,(\sigma_r - \gamma)].$$

Při nepatrných výškách H a h aneb malé spec. váze γ lze dle (10) pokládati p a p_1 za stejné a z rovnice (9) výsleduje pak na základě (1), že

$$M = 0.$$

Poznámka redakce. Tuto úlohu lze zobecniti. Podobná nádoba válcová, jejíž řídící křivky jsou zcela libovolné, ale co do tvaru známé, zadrží se vnější silou v určité poloze a nalije se do ní několik kapalin spolu nemísitelných, různých specifických vah. Kapaliny oddělí se nahoře pneumaticky.

Když se nádoba pustí, počne se pohybovati, kývá se po jistou dobu kol rovnovážné polohy a konečně se v této poloze zastaví. Měla by se určiti poloha nádoby s kapalinami v rovné váze.

Podmínky rovnováhy pro tuto soustavu jsou:

Výslednice všech těžných sil na soustavu působících musí procházeti bodem podporovaným; momenty kapalin, otáčející nádobu jedním směrem, musí býti rovny momentům otáčejícím nádobu směrem opačným; vzdálenost těžiska soustavy od podpory jest *minimum*.

Věstník literární.

Annuaire pour l'an 1901, publié par le Bureau des Longitudes. Avec des Notices scientifiques. Prix 1 fr. 50 c. Paris, Gauthier — Villars.

Každoroční publikace francouzského úřadu pro vyměřování zeměpisné délky přináší velké množství udajů a drobných zpráv z různých oborů přírodovědeckých, jichž bývá pro jejich známou přesnost a spolehlivost ve vědeckých spisech hojně používáno a k nimž na tomto místě velmi rádi poukazujeme.

V *kalendářní* části strana 3—80 můžeme se poučiti o zařízení různých kalendářů, o východu, západu slunce, měsíce a oběžnic, o průchodu jich poledníkem pařížským a deklinaci v různých dobách ročních.

Na str. 81—148 jest obsažen přehled *výjevů nebeských*, jež možno viděti v Paříži r. 1901. K těmto výjevům náleží zatmění slunce a měsíce, zakrytí hvězd měsícem, aspekty planet, hvězdy měnlivé a seznam hlavních radiantů létavic pro jednotlivé dni roku. Celkem jsou uvedeny 63 epochy, ve kterých se objevují různé roje meteoritů, jimž se z jisté strany u nás přikládá velký účinek nejen na výjevy atmosferické, ale též na výjevy nitra zemského.

Na str. 149—288 shledáváme hlavní data o slunci a o tělesech, která se kolem něho pohybují. V letošním ročníku se strojil při údajích o slunečních hodinách *Cornu* křivku středního poledne kolem přímky vyznačující pravé poledne. Jest známo, že se shoduje pravý čas pouze čtyřikráte do roka s časem středním, a sice dne 15. dubna, 15. června, 1. září a 25. prosince, kdežto v ostatních dobách ročních se od něho odchyluje. Rozdíl mezi časem pravým a středním slove časová rovnice. Tato má největší hodnotu $+ 14' 27''$ dne 10. února, $- 3' 49''$ dne 15. května, $+ 6' 17''$ dne 26. července a $- 16' 20''$ dne 3. listopadu.