Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Alois Strnad

Drobné zprávy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 20 (1891), No. 1, 41--52

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108981

Drobné zprávy.

I.

(Z mathematiky.)

Napsal

A. Strnad.

professor v Hradci Králové.

Trojúhelník. Dosud neřešenou zůstává úloha, sestrojiti neb vypočítati strany trojúhelníka, dány-li délky příček půlících úhly jeho. Jsou-li x_1, x_2, x_3 strany a u_1, u_2, u_3 ony příčky, vede rovnice

$$x_1 x_2 (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 - x_3) = u_3^2 (x_1 + x_2)^2$$

ve spojení s dvěma obdobnými k počtu příliš složitému. Úloha stává se řešitelnou, značí-li v_1, v_2, v_3 dané délky příček úhly trojúhelníka půlících, však prodloužených až k průsekům s kružnicí o trojúhelník opsanou. Zde obdržíme tři rovnice tvaru

$$v_3^2 (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + x_2 - x_3) = x_1 x_2 (x_1 + x_2)^2,$$

které by také sice obšírných výpočtů vyžadovaly, avšak lze tyto následovně obejíti, jak ukázal *Heymann.*

Je-li d průměr kružnice o trojúhelník opsané, A_1, A_2, A_3 úhly tohoto trojúhelníka a tvoří-li v_i s příslušným d úhel

$$\alpha_i \ (i = 1, 2, 3), \text{ jest } \cos \alpha_i = \frac{v_i}{d},$$

$$A_1 = \frac{2}{3}(R - \alpha_2 + \alpha_3), \ldots$$

$$d^3 - (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)\, d + 2 v_1 v_2 v_3 = 0.$$

Celá obtíž úlohy převedena tu na řešení rovnice třetího stupně a na trojí třetění úhlu.

(*Schlömilch*, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, XXXV. Jahrg. 1890, pag. 254.)

Trojúhelníky orthologické. Protínají-li se kolmice spuštěné s vrcholů trojúhelníka *abc* ku stranám trojúhelníka *a'b'c'* v jediném bodě, mají též kolmice z vrcholů *a'b'c'* ku stranám trojúhelníka *abc* spuštěné společný průsečík. Trojúhelníky takové nazval *Neuberg* orthologickými a udal o nich tyto věty:

Rozdělíme-li spojnice aa', bb', cc' v bodech a_n, b_n, c_n dle stejného poměru λ, obdržíme při proměnném λ řadu trojúhelníků, z nichž každé dva jsou orthologické.

Je-li p průsečík kolmic spuštěných s vrcholů a_n, b_n, c_n ku stranám trojúhelníka abc, jest geometrické místo jeho určitá přímka. Geometrické místo bodu q, v němž protínají se kolmice spuštěné s vrcholů trojúhelníka abc ku stranám trojúhelníků $a_n\ b_n\ c_n$ jest rovnostranná hyperbola. Mezi trojúhelníky $a_n\ b_n\ c_n$ jsou dva, které přecházejí v přímky a to v přímky rovnoběžné s asymptotami oné hyperboly. Zvolíme-li tedy ve dvou navzájem kolmých přímkách X, Y body $a_1\ a_2\ a_3$, $b_1\ b_2\ b_3$ a rozdělíme-li spojnice $a_1\ b_1$, $a_2\ b_2$, $a_3\ b_3$ dle stejného poměru λ v bodech $a_n\ b_n\ c_n$, bude trojúhelníků $a_n\ b_n\ c_n$ při proměnném λ nesčíslně mnoho a každé dva z nich jsou orthologické.

(*G. de Longchamps, Journal de mathématiques élémentaires,* 1890, pag. 161).

Pravidelný devítiúhelník. Jsou-li 1 2 3 4 5 6 7 8 9 po řadě vrcholy pravidelného devítiúhelníka obyčejného, jest 1 3 5 7 9 2 4 6 8 pravid. devítiúhelník 2. řádu a 1 5 9 4 8 3 7 2 6 pravid. devítiúhelník 4. řádu. Označme poloměr kružnice opsané těmto mnohoúhelníkům písmenem r, poloměry kružnic jim vepsaných ϱ, ϱ', ϱ'', strany $\overline{12} = s$, $\overline{13} = s'$, $\overline{15} = s''$; mimo to budiž $\overline{14} = t$, strana vepsaného trojúhelníka rovnostranného.

O těchto veličinách platí pozoruhodné vztahy, které objevili *Ritter* a *Denys*, a jichž důkazy vyhledati může býti zajímavým cvičením pro mladší naše čtenáře:

$$s = s'' - s',\quad s^2 + s'^2 + s''^2 = 6r^2,\quad s\,s'\,s'' = \frac{1}{3}\,t^3,$$

$$\varrho = \varrho' + \varrho'',\quad \varrho^2 + \varrho'^2 + \varrho''^2 = \frac{3}{2}\,r^2,\quad \varrho\,\varrho'\,\varrho'' = \frac{1}{8}\,r^3,$$

$$\frac{3}{t} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} - \frac{1}{s''},\quad 3\varrho s = (s' + s'')\ (\varrho' - \varrho'').$$

(*Mathesis*, tome X. 1890, pag. 162).

Paraboly Artztovy. K trojúhelníku abc, jehož ploský obsah buď $\varDelta$, lze stanoviti parabolu P_a, která se v bodech b, c dotýká stran ab, ac; obdobný význam mají paraboly P_b, P_c. K důležitosti těchto křivek v geometrii trojúhelníka poukázal poprve *Artzt* r. 1884. v programmu gymnasia Recklingshausenského. Parametr paraboly P_a jest

$$p_a = \frac{\varDelta}{m_a},$$

značí-li m_a délku mediany jdoucí vrcholem a. Paraboly Artztovy protínají se po dvou na medianách trojúhelníka abc, v bodech $a'b'c'$ dělících mediany v poměru 1 : 8; ohniska jich leží na symmedianách trojúhelníka abc.

Trojúhelníku abc lze vepsati trojúhelník $a_1b_1c_1$ tak, že jest

$$\frac{ac_1}{bc_1} = \frac{ba_1}{ca_1} = \frac{cb_1}{ab_1} = \lambda;$$

mění-li se λ, obdržíme vepsaných takto trojúhelníků nekonečně mnoho a obalové křivky jich stran jsou paraboly P_a, P_b, P_c. Paraboly tyto mají společné dvě pomyslné tečny protínající se v těžišti trojúhelníka abc. Plocha trojúhelníků obloukových

$$a'b'c = b'c'a = c'a'b = \frac{17}{81}\varDelta,$$

$$abc' = bca' = cab' = \frac{5}{81}\varDelta;$$

plocha společná všem třem parabolám

$$a'b'c' = \frac{5}{27}\varDelta.$$

V souvislosti s parabolami uvažovanými jest ellipsa, mající střed v těžišti trojúhelníka abc a jdoucí body a' b' c'; poloosy její α, β určeny jsou rovnicemi

$$\alpha\beta = \frac{8}{81}\varDelta\sqrt{3}, \quad \alpha^2 + \beta^2 = \frac{2}{81}(a^2 + b^2 + c^2),$$

jsou-li a, b, c délky stran trojúhelníka základního.

(*G. de Longchamps. Journal de mathématiques élémentaires* 1890, p. 149. *Journal de mathématiques spéciales* 1890, p. 149.)

---

*) Viz Časopis pro pěst. math. a fys. XV. 1886, str. 39.

Dvě důležité plochy jsou předmětem pozoruhodné studie, kterou uveřejnil *Pirondini* v Battagliniově Giornale di matematiche (1890, p. 92). Jest to plocha S obsahující hlavní normály prostorové křivky L a plocha T, která jest geometrickým místem přímek spojujících body křivky L se středy příslušných oskulačních ploch kulových. Z pojednání toho vyjímáme pouze následující věty:

Je-li L pravoúhlá trajektorie přímek libovolné plochy přímkové Σ, jest vždy na téže ploše jiná křivka K, jejíž tečny jsou kolmy k příslušným tečnám křivky L. Tato vlastnost zůstává neporušena při každé deformaci plochy Σ, pokud přímky povrchové takovými zůstávají. Jest pak vždy možno přetvořiti plochu Σ tak, aby z L stala se asymptotická křivka; načež z K stává se geometrické místo středů křivosti přetvořené křivky L. Na ploše T jest geometrické místo těchto středů vždy zároveň křivkou asymptotickou; na ploše S tenkráte, je-li L křivka šroubová (stálé křivosti).

Týž autor vyšetřuje na jiném místě (Nouv. Annales, 1890. p. 297) trojhran pravoúhlý určený tečnou, hlavní normálou a binormálou v libovolném bodě prostorové křivky L. Pohybuje-li se tento trojhran od jednoho bodu křivky ke druhému, zůstávaje s ní vždy v téže souvislosti, mění pevně s ním spojená křivka K své místo v prostoru, vytvořujíc určitou plochu. Má-li K býti orthogonálnou trajektorií drah opsaných jednotlivými body jejími, musí L vyhověti podmínce

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{a}{r} + b,$$

v níž ϱ značí poloměr křivosti, r poloměr kroucenosti, a, b veličiny stálé. Linie K jest pak přímka a plocha jí vytvořená plochou sborcenou.

II.

(Z astronomie a geofysiky.)

Píše

dr. **V. Láska,**

assistent astronom. ústavu české university.

V poslední době uveřejněno bylo několik nových pozoruhodných prací, theorie komet a vypočítávání jich drah se týkajících.

Počínáme prací ruského astronoma Bredichina (dříve v Moskvě, nyní v Derptě), který kráčeje cestou již Besselem naznačenou, zdokonalil velice mathematickou a mechanickou theorii ohonů komet. Výsledky, k nimž badatel tento již asi před desíti lety dospěl, jsou tyto: Všecky úkazy, ohonů komet se týkající, mohou býti vysvětleny hypothesou, že ohony sestávají z malých částeček, které kometa ku předu pudí a Slunce odpuzuje. Odtud vznikají následující tři typické tvary komet:

I. Typus. Dlouhé přímé paprsky, způsobené odpudivou silou asi 12krát tak velkou jako přítažlivá síla slunce.

II. Typus. Obyčejné zakřivené obloukovité ohony, způsobené odpudivou silou rovnou aneb o něco málo větší než jest přítažlivá síla slunce.

III. Typus. Komety s nepatrnou silou odpudivou, mající krátké ohony.

Bredichin má za to, což ostatně velmi pravdě podobné jest, že síla odpudivá pro každý atom jest táž, a tak bude odpuzení větší pro lehčí atomy a sice as obráceně úměrno jejich vahám atomovým. Dle toho možno souditi, že komety prvého typu mají kolem jádra obal vodíkový, komety druhého typu obal uhlovodíkový a konečně komety třetího typu obal par kovových.

Než přikročíme dále k rozboru prací tohoto učence, užijeme jako vhodného úvodu poznámky D. Kirkwoodovy (Americ. Journ. 1887 p. 60). Kirkwood vyslovil totiž myšlénku, že komety původně probíhaly v dráhách elliptických, podobně jako asteroidy a teprvé poruchy velkých oběžnic přinuceny byly změniti tvar svých dráh. Tak na př. kometa r. 1887 od Tempel-a objevená, omezena jest zcela tak, jako asteroidy na prostor mezi Marsem a Jupiterem. Výstřednosť této periodické vlasatice měnila se značně od 0·5092 (1867) do 0·4051 (1885). Hodnota poslední souhlasí nápadně s výstředností oběžnice Aethry (132), kdežto ostatní elementy dráhy velmi se blíží elementům oběžnice Silvie (87). Dle této domněnky byly by tedy vlasatice asteroidy, jichž elementy působením velkých oběžnic značně porušeny jsou.

Pravdě podobnější jest mínění Bredichinovo (Bull. de la soc. imp. de Moscou 1889). Bredichin vychází od té zkušeností velmi podporované domněnky, že většina pozorovaných vlasatic parabolické dráhy opisuje a tedy jen jedenkráte v naší soustavě sluneční prodlévá, na vždy nás po té opouštějíc.

Vždyť z celého velkého počtu známých již vlasatic sotva 15 jest periodických. Toto poznání přirozeně vede k domněnce, že právě dráhy elliptické jsou při vlasaticích anomální a příčinou této anomálnosti jsou dle Bredichina vnitřní síly v kometě samé, silné totiž výbuchy, které na tvar dráhy zajisté značný vliv míti mohou. Známy jsou na př. podobné úkazy při vlasatici Bielově, Sawerthalově (pražského rodáka Zavrtala, meškajícího na mysu Dobré Naděje). Bredichin však výslovně podotýká, že podobné výbuchy nedostačují ve všech případech k vysvětlení periodičnosti a že tu asi také rušivé působení velkých oběžnic nemalou hraje úlohu.

S podobnými otázkami, zvláště když oběžnice poruchy způsobující kometě velmi se přiblíží, zanášeli se již dříve Lambert a Burkhardt a nejnověji Gyldén a Tisserand (Bull. Astron. 1889). Od Bredichina pak pochází krásné pojednání o vzniku meteoritů (Bull. de la soc. imp. 1889). Bredichin připojuje tu k theorii komet úplnou theorii meteoritů, s níž se všechny úkazy bez nucení spojiti dají. Pokusíme se podati krátký přehled této velezajímavé práce.

Jak známo, dala kometa Bielova podnět k poznání, že meteority ničím jiným nejsou, než látkou komet samých, látkou, která celou dráhu jejich vyplňuje. Nedostačuje-li totiž vzájemná přítažlivost částeček komety, aby rušivou sílu Slunce aneb některé oběžnice přemohla, musí se kometa rozděliti. To jest výklad Schiaparelli-ho. Bredichin podává jiný výklad. Zmínili jsme se již o jeho theorii ohonů vlasatic a viděli jsme, že vlasatice třetího typu skládají se z částeček dosti těžkých. Blíží-li se kometa Slunci, nabývají tyto částečky častými explosemi nárazy, následkem kterýchž vlastními drahami kolem Slunce obíhají, jsouce z oboru přítažlivosti jádra vlasatice vymaněny. Tímto způsobem vysvětlují se také nejjednodušeji rychlé proměny v intensitě a ve složení vlasatic se vyskytující. Poněvadž explose působí na všechny strany, rozlétnou se částečky v podobě kužele a pak jest patrno, že Země po delší dobu může celý svazek drah meteoritních protínati. A poněvadž dráhy meteoritů nejsou spolu rovnoběžny, není tak zvaný bod „radiační“ nikdy bodem, nýbrž celou plochou. Bredichin podrobuje celou domněnku svou důkladné, mathematicky propracované diskussi, přijímaje pro meteority rozličné rychlosti.

Přejdeme nyní k publikacím, týkajícím se vypočítávání drah vlasatic.

Svob. p. *Haerdtl* zpracoval ve spisech vídeňské akademie věd vlasatici Winnecke-ovu se zřetelem k odporujícímu prostředí světového prostoru. *Encke* již dříve (Berl. Jahrb. 1823) dokázal na kometě, jeho jménem označené, že doba oběhu při každé periodě asi o dvě hodiny se zkracuje a vykládal opozdění toto odporem ústředí. Když později Möller v Lundu pro periodickou vlasatici Faye-ovu žádného podobného zrychlení najíti nemohl, an se výpočet s pozorováním v mezích chyb zcela shodoval, bylo z mnoha stran o správnosti Enckeovy hypothesy a jeho výpočtu pochybováno. Astenův a Backlundův výpočet této vlasatice, na základě nových pozorování provedený, ukázal však, že podobné změny v době oběhu jejího v skutku existují, a tak zůstala otázka o odporujícím ústředí nerozhodnuta, i nabyla nové zajímavosti, obzvláště od té doby, co Oppolzer k tomu poukázal, že zdánlivá nepřítomnosť odporujícího ústředí při kometě Faye-ově neopravňuje k odsouzení hypothesy Encke-ovy.

Jest zajisté velmi pravdě podobno, že hustoty odporujícího ústředí se vzdáleností od Slunce rychle ubývá a proto možno, že odporující ústředí na vlasatici Fayeovu dosti od Slunce vzdálenou (v periheliu obnáší vzdálenost 1·74) patrného vlivu nemá, kdežto na mnohem bližší Encke-ovou (vzdálenosť perihelia rovná se 0·33) velmi rušivě působí.

Aby otázku tuto rozhodl, volil *Haerdtl* vlasatici Winnecke-ovu, jejíž vzdálenosť perihelia obnáší asi 0·8. Při zpracování neobjevilo se žádného urychlení středního pohybu, avšak pozorování nesouhlasila dostatečně s výpočtem. K docílení lepší shody počítal Haerdtl, následuje příkladu Encke-ho a Damoiseaua, s poněkud menší hmotou Jupiterovou (1 : 1047·175 proti : 1047·540), která změna souhlas mezi výpočtem a pozorováním dává. Předce však nutno na potvrzení této hodnoty pro hmotu Jupiterovu ještě čekati. Prostředky k tomu poskytují tak zvané malé planety či asteroidy, neboť při těchto celá řada příčin na dráhy komet tak rušivě působících téměř ani patrného vlivu nemá. Také obdržíme pomocí asteroid hmotu Jupiterovou spíše prostou vlivu ostatních planet, než pomocí periodických komet, jejichž dráhy se blízkostí sebe menší planety velmi měnívají. Není také nemožno, že pravým útočníkem na kometu Encke-ovu aneb Winnecke-ovu byla velmi malá planeta, která jí na blízko přichází.

Kometa Encke-ho zdá se, že jest podle známého počtáře *Berbericha* (Astron. Nachr. 2836) ještě jinými zvláštnostmi obdařena.

Jest známo, že komety, které častěji periheliem procházejí, znenáhla na své hodnotě ztrácejí a více a více slábnou. Úkaz tento bylo v poslední době zvláště dobře možno pozorovati na kometě Bielově, která na počátku našeho století ještě pohodlně pouhým okem pozorována býti mohla, načež se rozdělila a na vždy zanikla.

Kometa Encke-ova nechová se tak, jest to proměnlivá kometa v pravém smyslu toho slova. Berberich pokouší se pozorované úkazy vysvětliti elektrickým působením Slunce, poznamenávaje, že obzvláště jasnou bývá kometa v dobách abnormalní činnosti sluneční a naopak. Velice zředěné plyny jádra komety mohou prý za vlivu elektřiny sluneční tak svítiti jako v rourkách Geisslerových. Domněnka tato jest tím pravdě podobnější, an vidmo vlasatic velice se podobá vidmu Geisslerových rourek. Z toho zřejmo, jak mohou důkladná pozorování světloměrná vědomosti naše o vlasaticích rozšířiti.

Stejné povahy asi s vlasaticemi bude světlo zodiakalní, které v posledních padesáti letech se zvláštní pílí na hvězdárně Harvard College se pozorovalo. *Searle* (viz Astron. Nachr. 2976) uveřejňuje některá zajímavější dáta těchto velmi subtilných pozorování. Nejzajímavější jest velmi pravdě podobné stanovení maxima světelného v opposici k Slunci, čímž identita světla zodiakalního s hmotou meteoritů velmi pravdě podobna učiněna. *Müller* totiž a *Packhurst* dokázali pomocí fotometrického měření asteroid, že světlosti těchto přibývá, čím bližší jest asteroida opposici; totéž dokázáno sice již dříve u Měsíce a oběžnic velkých, ale teprvé pozorování asteroid dokázalo, že týž zákon i pro malé hmoty platí. Jest tudíž velmi pravdě podobno, že světlo zodiakalní povstává odrazem světla slunečního od nesčetného množství meteoritů, Slunce obklopujících, a tak zvané protisvětlo zodiakalní odpovídá onomu maximu světelnému v opposici.

Neuhauss (Viz Archiv der deutschen Seewarte 1886, 4), který v indickém oceanu světlo zodiakalní důkladně prozkoumal, neviděl nikdy ono protisvětlo a také mu Nicolův hranol nikdy světlo zodiakalní nepolarisoval, z čehož by následovalo, že se světlo zodiakalní (t. j. hmotný substrat jeho) neskládá z pevných částic. Jak zřejmo, nutno zde vyčkati dalších pozorování.

Velice zajímavé jsou střední teploty oběžnic, jak je Christiansen (Dansk. Vidensk. Selsk. Forh. 1886) na základě Steffanova zákona záření, odvodil. Dle téhož autora jsou střední hodnoty ty pro oběžnice:

Merkura	$+210^0$	Cels.
Venuše	$+57^0$	„
Zemi	$+15^0$	„
Marse	-34^0	„
Jupitera	-150^0	„
Saturna	-180^0	„
Urana	-209^0	„
Neptuna	-221^0	„ .

Pro Zemi, Venuši a Marse mohou být tato data pravdě velmi blízká. Venuše zdá se býti obalena hustou vrstvou oblak, kdežto atmosféra Marsova zcela průhledná jest. Spektrální zkoumání světla Marsova Janssenem provedené dovoluje s velikou pravděpodobností tvrditi, že na Marsu jest velké množství vody, ano že snad celý povrch Marsu pokryt jest ledem, tak asi jako Gronsko. Tak alespoň míní *Fizeau* (Compt. Rend. 1888). *Flammarion* (tamtéž) namítá proti tomu, že polární zony, našim krajinám polárním odpovídající, které se také za skupeniny ledu pokládají, mnohem rychleji tají a zase vzrůstají než u nás, tak že na př. v letě tamním téměř zcela mizí. Toto tání, praví Flammarion, odporuje zcela hypothese, že povrch Marse tvoří ledová pole a že teplota této oběžnice jest mnohem nižší než teplota Země. Také zdá se býti povrch Marsův, něčím od ledu a vody zcela rozdílným a totéž platí o jeho ovzduší. *Nisten* (Bull. de l'Ac. royal belgique 1888) pozoroval totiž v krajinách rovníkových podobné menší vejčité, jasně bílé skvrny jako kolem polů Marsových a praví, že tytéž trvají stále beze změny, což by se nikterak nedalo vysvětlit, kdyby to byly sněhové ledovce. Nisten je pokládá přímo za nevysvětlené a vybízí k úsilovnému pozorování. Jiná záhada vězí ve zdvojnásobování pravidelných průplavů Marsových, které *Schiaparelli* důkladně prozkoumal a pečlivě nakreslil.

Schiaparelli, první to autorita v oboru teleskopického pozorování, překvapil učený svět v krátké době opět novými výzkumy o povaze povrchu planet Merkura a Venuše dosud skoro neznámé. Dle téhož autora není Merkur samostatnou oběžnicí, nýbrž více družicí Slunce a tudíž doba jeho rotace kolem osy vlastní identická s dobou oběhu kolem Slunce. Totéž hledí Schiaparelli i pro Venuši dokázati. Vzdor věhlasu tohoto badatele, nutno přijati tyto zprávy s patřičnou reservou a vyčkati dalších pozorování ze strany jiných a to tím více, poněvadž náhledy Schiaparelliho jsou v přímém odporu s pozorovateli dřívějšími, o jejichž věrohodnosti nejmenší pochybnosti býti nemůže.

Záhadu zdvojených kanalů Marsových pokusil se *Daubrée* Compt. Rend. 1890 p. 983 a 1017) přímo mechanicky rozřešit a sice tím způsobem, že přiváděl do kaučukového balonku, pokrytého vrstvou mastixu neb paraffinu vodu, na kterou určitý tlak působil. Obal vlivem tlaku rozpraskal a obě strany jedné každé trhliny vzdalovaly se vždy víc a více od sebe, zůstavše rovnoběžny. Tím dosažena na kouli síť, kterou vždy dvě souběžné linie tvořily navzájem se protínajíce.

Z novějších prací geofysikálních jmenovati sluší především práci *Küstnerovu* (Neue Bestimmung der Polhöhe von Berlin 1889). Nejnovější pokusy stanovení konstanty aberrační (na př. Nyrén: l'aberration des étoiles fixes p. 36) ukázaly zcela zřejmou závislosť hodnoty aberrace od rektascense hvězd. Küstnerovi se podařilo dokázati, že základ této závislosti spočívá na kolísání osy zemské. Připomínáme, že dle Thomsona okamžitá osa rotace okolo hlavní osy setrvačnosti v 310 dnech plochu kuželovou opisovati musí, jakmile jednou jakýmkoliv pošinutím hmoty, úhlové odchýlení mezi oběma povstalo. Je-li tomu tak, a výzkumy Küstnerovy to potvrzují, pak nemožno více o výšce pólu jako konstantě mluviti, nýbrž jen o jakési střední hodnotě téže pro určitý čas platné. Výzkumy a pozorování v tomto směru navrhl již v roku 1884 *Fergola* na sedmé konferenci evropského měření stupňového v Římě, avšak teprvé působením ředitele Berlínské hvězdárny prof. *Foerstra* označeno bylo zkoumání proměnlivosti osy zemské za hlavní a naléhavou úlohu mezinárodního měření Země a také ihned přikročeno k dotyčným pozorováním, které rokem 1890 zakončeny býti mají. Vrchní vedení těchto měření, kteréž pokud možná v stejném čase a stejnými prostředky se provádí methodou Horrebowovou (Talcottovou), má prof. *Albrecht* v Berlíně. Pozorování astronomické dospělo již tak daleko, že sleduje úkazy, kterých si v praxi posud málo všímáno, poněvadž sahají až v nejkrajnější meze nynějšího měření a proto velmi nesnadno bylo je od chyb pozorování odděliti. Odchylky však přestávají býti nahodilými chybami, jakmile se jakákoliv zákonitost v nich ukáže a to zdá se, že při uvedených výzkumech nastává.

Vedle výzkumů těchto zasluhuje povšimnutí tak zvaná *denní nutace.* Jest to poruch v denním otáčení Země, nedávno domněle *Foliem* objevený, který Měsícem a Sluncem jsa způsobován, opakuje se v půldenních periodách. Škoda, že všechny výpočty téhož autora *Lehmann-Filhesem* v nivec obráceny byly. Nestačí ještě naše pozorování k tomu, aby postřehnouti mohlo tak malých změn, to zdá se býti úlohou snad daleké ještě budoucnosti. Důkaz patrné nutace denní má již pro to velikou důležitost, že na něm spočívá rozhodnutí, zdali jest vnitřní jádro zemské pevné neb tekuté. Jak zřejmo, otvírá se zde jak theoretické tak i praktické astronomii obsáhlé a vděčné pole činnosti.

Další zmínky zasluhuje ještě jedna novější práce *Schiaparelliho* (Bull. astron. 1889 Tom. VI). Týž přichází theoretickými úvahami k tomu výsledku, že kdyby Země byla zcela pevnou, že by pak pol osy setrvačnosti za působení známých geologických proměn jen velmi nepatrné pošinutí utrpěti mohl. Kdyby však Země byla tekutá, mohou geologické změny polům pohyby o libovolných amplitudách uděliti. Přijmeme-li domněnku, že Země jest polotekutá, t. j. zevnějším vlivům se podávající, tu dospějeme k jakési hranici K, která největší možné pošinutí mezi poly přirozené rovnováhy a polem rotačním znamená. Nabude-li jednou pošinutí této mezní hodnoty, nastane převrat a země změní svou podobu. „Zkrátka", tak končí Schiaparelli, „stálost polů geografických není v nynějším čase dokázána a tím méně v časech minulých. Tato stálost jest možná jen tenkráte, jestliže odchylka polu rovnováhy přirozené a polu rotačního nikdy polovinu hranice K nepřekročí. Dostatečně dlouho trvající geologické proměny mohou vždy tento stav zrušiti a veliké pohyby polu rotačního způsobiti. Možnost podobných oscillací jest důležitá při diskussi předhistorických podnebí zemských. A jednou připuštěna, otevřela by nové pole pro studium velikých mechanických převratů, které Země kdysi přestála. Napjetí, které odporem geoidu proti silám, změniti jej chtějícím vzniká, dostačí, by vysvětlilo většinu těchto geologických proměn, jichž zřetelné a tajemné stopy stále nalezáme."

Úlohy.

Úloha 1.

Řešiti rovnici

$$\log\left(10 + 5^{3\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x}}\right) = 2{\cdot}80277.$$

Prof. A. Strnad.

Úloha 2.

Kolik procent plochy pravid. šestiúhelníka obsahuje čtverec tomuto vepsaný? *Týž.*

Úloha 3.

Náměstí má podobu čtyrúhelníka, jehož strany jsou: $a = 228\ m$, $b = 188{\cdot}5\ m$, $c = 168\ m$, $d = 108{\cdot}5\ m$; úhel