

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Vladimír Ryšavý

Poznámky k výkladu úměr a úměrnosti

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 58 (1929), No. 1-2, D28--D30

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108932>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1929

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Pro přechod k obecnému pohybu křivočarému stačí zajisté dovolati se platnosti odvozeného zákona i pro každý velmi malý oblouk kruhový a přenéstí ji takto na oblouček příslušné kružnice křivosti,¹²⁾ k níž se dojde aproximativní konstrukcí ze dvou sobě velmi blízkých normál, a jejíž proměnlivost se ukáže na př. ve vrcholech elipsy. Pohyb nerovnoměrný vysvětlí se známým způsobem pomocí rozkladu účinkující síly. (Dokončen.)

DR. VLADIMÍR RYŠAVÝ:

Poznámky k výkladu úměr a úměrnosti.

Zbytečnost úctyhodně zastaralé nauky o poměrech a úměrách byla pocífována již před sto léty. Tak na př. Thibaut ve 2. vydání své učebnice (*Grundriss der reinen Mathematik*, 1809) připojuje tuto nauku jen jako malý dodatek s příléhavým oceněním: »Obschon die Lehre von den Verhältnissen zweyer gegebenen Zahlen mit der von den vier Rechnungsarten, die von den Proportionen mit besonderen Fällen der Theorie von den einfachen Gleichungen des ersten Grades, völlig dasselbe ist, ja, wegen der Einführung einer ganz neuen und höchst unbequemen Terminologie, als schädliche Lehre (!) angesehen werden muss: so ist sie doch in dem bisherigen Vortrage der mathematischen Wissenschaften so allgemein im Gebrauch, dass eine historische Kenntnis von ihr nicht wohl entbehrt werden kann.« Dr. Johannes Tropicke vysvětluje v díle »Geschichte der Elementar-Mathematik« III, 3, že pro Řeky tkvěla neocenitelná užitečnost úměr v tom, že jim svými proměnami nahrazovaly část naší nauky o rovnících.

Přes to však i v moderních učebnicích zaujímá tato nauka dosti místa a zabere mnoho času, ale nezdůrazňuje právě to, co jest zde nového. Stejně soudí W. Lietzmann v *Methodik des mathematischen Unterrichtes* II., 223: »Dieses Gebiet hat ein eigenartiges Schicksal gehabt. Es wird im allgemeinen über Gebühr bevorzugt, leider aber kommt dabei der einzige neue, fruchtbare Gedanke, der zu den bekannten Gesetzen der Bruchrechnung und der Gleichungslehre hinzukommt, meist zu kurz. Eine Proportion ist eine Gleichung, die zwischen zwei Brüchen mit gleichem Werte besteht. Mit diesen Bruchgleichungen kann ich natürlich alles das vornehmen, was man mit Brüchen anstellen darf, ich kann z. B. den einen Bruch erweitern oder kürzen. Ich kann ebenso alle die Operationen vornehmen, die sich aus der Gleichungseigenschaft herleiten. — Neu ist nur die Einführung des Proportionalitätsfaktors. Gerade dieser

¹²⁾ O závadách po této stránce pojednává Timmerding v díle »Die Mathematik in den phys. Lehrbüchern«, na str. 93.

Begriff wird aber meist bei der Ableitung der Proportionengesetze ... nicht benutzt. Und doch ist er auch später bei der praktischen Verwendung der Prop. von grösster Bedeutung... In den Anwendungen in der Physik ist der Proportionsbegriff vollständig hinter dem Proportionalitätsfaktor zurückgetreten.«

Úměry asi z učebnic nezmizí nikdy, protože na př. postupná úměra velmi ekonomicky vystihuje vztah celé řady veličin. Běží jen o to, aby se zdůraznily věci důležité, a aby se celá nauka o úměrnosti vykládala tak, jak toho vyžaduje praxe a na př. fyzika. Mechanické obměny a schemata musí ustoupiti do pozadí, poněvadž vedou k bezmyšlenkovitosti a tím se brzy zapomenou. Chceme stručně nastíniti, jak by asi měla celá nauka v učebnicích vypadati, aby byla opravdu užitečná.

Na nižším by se proti dosavadnímu konkrétněji řeklo: Poměr dvou veličin $A : B = 3 : 2$ značí, že $A = 3$ dílům a $B = 2$ dílům. Na úsečkách i číslech by se ukázalo, že tento díl je společnou měrou obou veličin. Je-li to míra největší, jest poměr vyjádřen nejmenšími čísly a lze si jej nejlépe představit. Obdržíme jej, jestliže podíl $A : B$ nebo zlomek A/B co nejvíce zjednodušíme podle pravidel o zlomcích. Udavatel jest číselná hodnota tohoto podílu. Protože ve 2. tř. nauka o rovnicích není, mohl by se zavést pojem úměry, věta o součinu vnějších a vnitřních členů a řešení úměry bez klasických proměn, které tu nemají praktického významu. Pak trojčlenka jako dosud.

Ve tř. IV. úměra jako rovnice mezi dvěma poměry, ale psanými dále ve tvaru zlomků. Řešení úměry přechází v řešení rovnice. Úměry spojitě a složené vynechati vůbec. Umocnění úměry jest umocnění rovnice. Úměra postupná $a_1 : a_2 : a_3 : \dots = b_1 : b_2 : b_3 : \dots$ praví, že $a_1 = b_1 k$, $a_2 = b_2 k$, $a_3 = b_3 k$ atd. *) a těmito rovnicemi ji nahrazujeme v praktických příkladech. Věta

$$\frac{\sum m_i a_i}{\sum n_i a_i} = \frac{\sum m_i b_i}{\sum n_i b_i},$$

stává se po zavedení $b_i = k a_i$ ihned samozřejmou bez zvláštních zdlouhavých a k věci nepřiléhavých obrátů.

Při úměrnosti zdůrazniti, že z $y = kx$ plyne $y_1 : y_2 = x_1 : x_2$, podobně z $y = k/x$ $y_1 : y_2 = x_2 : x_1$, aby se to nemusilo při fyzikálním použití stále dokazovati. Procvičiti na příkladech také fyzikálních ($i = e/r$, na struně a píšťale $N = k/l$, $s = ct$, $t = s/c$ atd.).

Na úměrnost složenou se někde vůbec zapomíná, ačkoliv je pro praxi nejdůležitější. Ve fyzice tříd vyšších žáci nechápu potom významu konstanty úměrnosti a závislosti tvaru

$y = k \frac{x^a z^b \dots}{u^v v^d \dots}$. Úměrnost se čtvercem času, s odmocninou délky

*) k je zde onen Proportionalitätsfaktor, o němž shora mluví Lietzmann.

kyvadla, nepřímá se čtvercem vzdálenosti, s odmocninou z urychlení, musí se pak široce a dlouze vykládati a výpočty se dějí obyčejně bez použití výhody úměrnosti, na př. $\frac{y_1}{y_2} = \left(\frac{u_2}{u_1}\right)^v$ při ostatních neproměnných, nýbrž se počítá zdlouhavě s původní rovnicí. Nebo klasický případ je v učebnicích fyziky, kde ze zákona Boyleova $v = c_1/p$ při stálém T a z Gay-Lussacova $v = c_2T$ při stálém p se zdlouhavě odvozuje $v = k \frac{T}{p}$, ačkoliv jako složená úměrnost se to může napsati ihned za předpokladu ovšem, že žák složenou úměrnost ovládá. Podobně při složené trojčlence užívá se místo výrazu složené úměrnosti, na př. $y = a \frac{xz^2\sqrt{v}}{uw}$, různých šipek a nadpisů; tím se potlačuje význam konstanty a , zlomku atd., který se dříve s námahou odvozoval. K čemu tedy?

Příklady by se měly řešiti takto: Ve mlýně na s_1 složeních semelou v y_1 dnech po h_1 hodinách m_1 hl obilí. Za kolik (y_2) dní semelou na s_2 složeních m_2 hl obilí, melou-li denně h_2 hodin. Z úvahy o úměrnosti plyne $y = a \frac{m}{sh}$. Konstanta a značí dny při ostatních veličinách = 1 a vypočte se z podmínky $a = s_1 h_1 y_1 / m_1$. Tedy $y_2 = y_1 \frac{s_1 h_1 m_2}{m_1 s_2 h_2}$. Jinak také se mohlo říci $y_1 : y_2 = \frac{m_1}{s_1 h_1} : \frac{m_2}{s_2 h_2}$ a odtud ihned y_2 . Prvý způsob se mi zamlouvá lépe. Naznačený způsob prvý se zvláště osvědčuje ve fyzice, kde se stále uplatňuje a občerstvuje význam konstanty úměrnosti. Týž způsob má výhody při důkazu o složitém počtu spolkovém: Má-li se A rozdělit v přímém poměru s x , z^2 a nepřímě s v , máme díl $y = a x z^2 / v$ a $y_1 : y_2 : \dots = x_1 z_1^2 / v_1 : x_2 z_2^2 / v_2 : \dots$. Tím se teprve pojmu úměrnosti skutečně používá a není tak nástrojem, který se v kritickém okamžiku zahodí, abychom se uchýlili k metodám kupeckým.

JAN KROUPA:

Poznámky k pomůčkám matematickým.

Vyučování matematice a i fyzice a chemii lze zjednodušiti, užijeme-li všech pomůcek, které matematika poskytuje. Jest to logaritmické pravítko, které možno do vyučování zařaditi hned po zkráceném násobení a dělení. K použití se hodí model Faberův, značka »Castell«, v ceně 80—100 Kč, což jest lacinější než zeměpisný atlas. Žáci se učí nejprve čísti dvě shodné stupnice horní a 2 shodné stupnice dolní, při čemž se výtknou rozdíly mezi stupnicí rovnoměrnou a nerovnoměrnou — logaritmickou. Nejdříve se čtou dílky vyryté,