Václav Láska
O vyrovnávání empirických řad

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 58 (1929), No. 1-2, 53--55

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108912

O vyrovnávání empirických řad.

Napsal *V. Láska.*

Empirické číslo, pod čímž rozumíme výsledek nějakého pozorování aneb statistického čítání, značí „id quod stat", t. j. něco, co jest pevné a neporušitelné a nesmí proto býti měněno, má-li zůstati věrným historickým svědkem stavů kdysi existentních. Zejména jest zcela nepřípustno považovati nápadná čísla za nesprávná a je opravovati. Platí zde slova Gerlingova (Die Ausgleichungsrechnung etc. 1843): „Každé pozorování, které v záznamech není označeno za nespolehlivé, jest svědkem pravdy a nemáme práva jeho svědectví odmítnouti proto, že se jeho údaje liší od ostatních, tak jako nesmíme nikoho nutiti, aby vypovídal něco, co potřebujeme."

Jestliže přes to statistická čísla někdy se upravují, děje se to jen ve výjimečných případech a ze zvláštních důvodů. Takové případy nastanou na př., když běží o statistickou tabulaturu, jejíž normální typ známe a který představuje skutečnost tak dokonale, že rozdíly mezi pozorovanými a správnými hodnotami nepřekročují meze přípustných chyb.

Vyrovnávací problém představuje se pak takto: Máme řadu pozorovaných hodnot

$$\ldots a_{k-2},\ a_{k-1},\ a_k,\ a_{k+1},\ a_{k+2},\ \ldots,$$

které odpovídají hodnotám

$$\ldots X_{k-2},\ X_{k-1},\ X_k,\ X_{k+1},\ X_{k+2},\ \ldots$$

plynoucím ze známé typické statistiky.

Hledáme vyrovnané hodnoty veličin

$$\ldots x_{k-2},\ x_{k-1},\ x_k,\ x_{k+1},\ x_{k+2},\ \ldots$$

tak, aby

$$\begin{aligned} \Omega \equiv\ & (x_{k-2} - a_{k-2})^2 + \ldots + (x_{k+2} - a_{k+2})^2 \\ & + 2\lambda\,(x_{k-2} - x_{k-1}) + 2\mu\,(x_{k-1} - x_k) \\ & + 2\nu\,(x_k - x_{k+1}) + 2\sigma\,(x_{k+1} - x_{k+2}) \\ & = \min., \end{aligned}$$

při čemž λ, μ, ν, σ jsou koreláty. Tím dospíváme k rovnicím

$$\tfrac{1}{2}\,\frac{\partial\Omega}{\partial x_{k-2}} \equiv x_{k-2} - a_{k-2} + \lambda = 0$$

$$\tfrac{1}{2}\frac{\partial\Omega}{\partial x_{k-1}} \equiv x_{k-1} - a_{k-1} - \lambda + \mu = 0$$
$$\tfrac{1}{2}\frac{\partial\Omega}{\partial x_{k}} \equiv x_{k} - a_{k} - \mu + \nu = 0$$
$$\tfrac{1}{2}\frac{\partial\Omega}{\partial x_{k+1}} \equiv x_{k+1} - a_{k+1} - \nu + \sigma = 0$$
$$\tfrac{1}{2}\frac{\partial\Omega}{\partial x_{k+2}} \equiv x_{k+2} - a_{k+2} - \sigma = 0.$$

K určení korelátů slouží rovnice:

$$\begin{aligned} X_{k-2} - X_{k-1} &= a_{k-2} - a_{k-1} - 2\lambda + \mu = 0 \\ X_{k-1} - X_{k} &= a_{k-1} - a_{k} + \lambda - 2\mu + \nu = 0 \\ X_{k} - X_{k+1} &= a_{k} - a_{k+1} + \mu - 2\nu + \sigma = 0 \\ X_{k+1} - X_{k+2} &= a_{k+1} - a_{k+2} + \nu - 2\sigma = 0 \end{aligned}$$

jež po řadě násobeny čísly

$$1,\ 2,\ -2,\ -1$$

a sečteny, dávají

$$X_{k-2} + X_{k-1} - 4X_k + X_{k+1} + X_{k+2} =$$
$$= a_{k-2} + a_{k-1} - 4a_k + a_{k+1} + a_{k+2} - 5(\mu - \nu)$$

takže bude

$$x_k = X_k + \tfrac{1}{5}[a_i - X_i],\ i = k-2, \ldots k+2,$$

kdež [ ] značí sumaci.

Obdržíme tudíž následující jednoduché pravidlo: Abychom řadu a_k vyrovnali podle řady X_k, utvoříme si řadu $a_k - X_k$, kterou vyrovnáme aritmetickými průměry pěti hodnot; řada

$$X_k + \tfrac{1}{5}[a_i - X_i]$$

jest pak vyrovnanou řadou.[1])

Jako příklad poslouží nám tab. I. z knihy Blaschke-ovy.[2])

Věk	a	X	$a - X$	$\frac{1}{5}(a - X)$	x
35	0·0085	0·0089	— 0·0004	—	—
36	0·0102	0·0093	— 0·0009	—	—
37	0·0087	0·0097	— 0·0010	+ 0·0001	0·0098
38	0·0099	0·0102	— 0·0003	+ 0·0001	0·0103
39	0·0119	0·0107	— 0·0012	— 0·0004	0·0103
40	0·0111	0·0112	— 0·0001	+ 0·0001	0·0113
41	0·0098	0·0117	— 0·0019	+ 0·0004	0·0121
42	0·0144	0·0129	— 0·0015	—	—
43	0·0147	0·0136	— 0·0011	—	—

[1]) Vzorec zde pro $n = 5$ platí všeobecně ve stejném tvaru.
[2]) Methoden der Ausgleichung der Massenerscheinungen 1893.

Porovnáme-li zde nalezené hodnoty

0·0098, 0·0103, 0·0103, 0·0113, 0·0121

s oněmi, jež Blaschke podle svého 5.(!) vyrovnání uvádí:

0·0098, 0·0102, 0·0107, 0·0113, 0·0120,

máme skoro naprostou shodu.

*

Sur l'ajustement des séries des données statistiques.

(Extrait de l'article précédent.)

L'auteur traite dans ce mémoire le problème de l'ajustement des séries des données statistiques pour le cas où, étant donnée une série des données d'observation, on connaît sa série typique, à laquelle la série donnée doit être le plus possible approchée.

Soient a_k les valeurs données, x_k les valeurs ajustées, X_k les valeurs typiques, on trouve

$$x_k = X_k + \tfrac{1}{5}[a_i - X_i],$$
$$i = k-2,\ k-1,\ k,\ k+1,\ k+2.$$