Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

František Machovec

O středech křivosti křivky integrální

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 19 (1890), No. 2, 67--69

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108830

tíná v bodech $e, f, g \ldots$, obdržíme z podobného důvodu jako v a) průmět přímky Q' paraboloidu P′, sestrojíce $Q'_1 \equiv e'_1 f'_1$, při čemž $P_1 e'_1 = P_1 e_1$, $P_1 f'_1 = P_1 f_1$ a tím i $P_1 g'_1 = P_1 g_1$.

Přímky Q_1 a Q'_1 udávají zároveň směry os obou paraboloidů a poněvadž část $A'_1 B'_1 C'_1 Q'_1$ obrazce 2. lze odvoditi z části $A_1 B_1 C_1 Q_1$ otočením o úhel α kolem bodu P_1, svírají spolu i vytčené směry os Q_1 a Q'_1 tento úhel.

c) Jsou-li konečně P a P' povrchové přímky dvou paraboloidů, o něž jde ve větě shora vyslovené a sice přímky nenáležející k soustavě R, mysleme si dle přímky P' paraboloid P″, který má k paraboloidu P polohu vytčenou v a) a tudíž k P′ polohu vytčenou v b). Osa jeho bude svírati s osou paraboloidu P′ úhel α a s osou paraboloidu P bude rovnoběžna. Z toho jde, že i osy obou daných paraboloidů tvoří spolu úhel α.*)

O středech křivosti křivky integrální.

Podává

F. Machovec,

professor v Karlíně.

Ve drobných zprávách 1. čísla tohoto ročníku „Časopisu“ podává prof. Strnad dle „Nouvelles Annales de mathématiques 1888“ konstrukci středů křivosti křivky integrální, kterou objevil d’ Ocagne. O této konstrukci zmínil se již d’ Ocagne v dopise ze dne 22. list. 1886 zaslaném Abdank-Abakanowiczi.**)

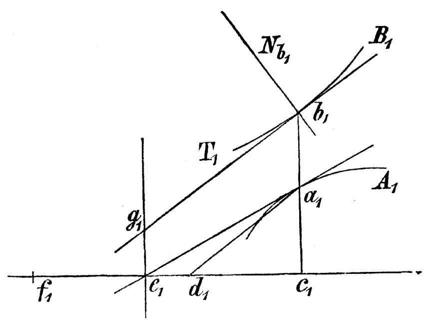
Zabýval jsem se sestrojováním středů křivosti křivky integrální již v r. 1883 krátce po vydání svého spisu „Zobrazování tečen a středů křivosti křivek“ a zmínil jsem se o tom také v jednom dopise panu prof. Šolínovi, ale poněvadž jsem tomuto vyšetřování nepřikládal důležitosti, neuveřejnil jsem je a činím to až nyní po uveřejnění zprávy páně Strnadovy.

Budiž A_1 křivka differenciální, X_1 přímka základní, B_1 křivka integrální, a_1 a b_1 body křivek A_1 a B_1 náležející k téže

*) Srovnej s tím str. 7. mého spisu „Zobrazování tečen a středů křivosti křivek“.

**) Viz spis „Die Integraphen. Die Integralcurve und ihre Anwendungen“. Von Br. Abdank-Abakanowicz. Deutsch bearbeitet von Emil Bitterli.

úsečce; dále budiž $c_1d_1 = 1$ a tudíž přímka $T_1 \parallel a_1d_1$ tečnou křivky integrální v bodě b_1 (obr. 1.). Na základě této vlastnosti tečny T_1 odvodíme konstrukci středu křivosti místa b_1 křivky B_1.



Obr. 1.

Vezměme rovinu R křivek A_1 a B_1 za rovinu průmětnou a pokládejme křivku A_1 za orthogonálný průmět nějaké křivky A, přímku X_1 za orthogonalný průmět roviny X a přímky a_1c_1 za průměty kolmic ac z bodů a křivky A na rovinu X spuštěných. Body c jsou na jisté křivce C. Od každého bodu této křivky nanesena jest na rovnoběžku se základnicí X_1 jednotka délky a konce d těchto délek jsou na jisté křivce $D \cong C$.

Křivky D a A jsou s průmětnou R řídícími útvary plochy mimosměrek (AD), jejíž jedna povrchová přímka má průmět v a_1d_1. Plocha válcová tvořená přímkami ac protíná promítající plochu válcovou B položenou křivkou B_1 v křivce B mající B_1 za svůj orth. průmět. Normály N plochy B v jednotlivých bodech křivky B tvoří plochy N, jejíž průmět má za obrys evolutu křivky integrální B_1. Střed křivosti křivky B_1 v místě b_1 jest tedy průmět bodu, v němž se rovina promítající normaly N_b dotýká plochy N.

Budiž bod e stopou tečny křivky A v bodě a, potom jest týž bod stopou tečny křivky C v bodě c a stopu f tečny křivky D v bodě d obdržíme, učiníce $ef = cd = 1$. Učiníme-li potom $eg \parallel bc$, jest g stopou tečny křivky B v bodě b. Plochy (AD) dotýká se dle přímky ad hyperbolický paraboloid P, který má řídící útvary ae, df a R a plochy N dle přímky N_b hyperbol. paraboloid P′ o řídících útvarech bg, R a jehož přímky povrchové soustavy R jsou kolmy na těch přímkách povrchových paraboloidu P, s nimiž mají stejnou od R vzdálenosť. K těmto povrchovým přímkám náleží tedy přímka *eg* ležící v průmětně, poněvadž jest kolma na přímce *ef* paraboloidu prvního. Parabola, která jest obrysem průmětu plochy P′ bude se dotýkati normály N_{b_1} ve středu křivosti místa b_1.

Poněvadž $df \parallel ce$, lze rovinu *ace* pokládati za druhou rovinu řídící plochy P a tudíž přímku *ac* (nebo a_1c_1) za směr její osy. Z polohy paraboloidu P′ k paraboloidu P vyplývá na základě článku předcházejícího *), že osa plochy P′ jest rovnoběžna s přímkou základní X_1 a že tedy přímka *eg* jest vrcholovou tečnou obrysové paraboly plochy P′. Z toho jde věta:

„*Parabola dotýkající se tečny a normály nějakého bodu* b *křivky integrální a mající za vrcholovou tečnu kolmici vztýčenon na přímku základní v průsečníku jejím s tečnou křivky differenciální v bodě k bodu* b *příslušném, dotýká se normály ve středu křivosti místa* b *křivky integrální.*

Z této vlastnosti lze odvoditi mimo konstrukci, jiż d' Ocagne podal, ještě konstrukce jiné, na př.: Opíšeme pravoúhlému trojúhelníku tvořenému třemi tečnami, o nichž věta právě vyslovená pojednává, kružnici a sestrojíme k ní v bodě protějším k bodu *b* tečnu. Tato tečna prochází žádaným středem křivosti. Nebo — což v podstatě totéž jest — doplníme onen pravoúhlý trojúhelník na obdélník a v nově nabytém jeho vrcholu vztýčíme na jeho úhlopříčnu kolmici. Tato kolmice jest totožná s dříve vytčenou tečnou. Z této konstrukce vyplývá také snadno vztah d' Ocagnem odvozený

$$\mu = \varrho \cos^2 \Theta \sin \Theta,$$

kdež ϱ značí poloměr křivosti křivky integrální, Θ úhel sevřený její tečnou a základnicí, μ pak příslušnou subtangentu křivky differenciální.

---

*) Užijeme-li označení předch. článku, jest v tomto případě $\alpha = 90^0$.