Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 97 (1972), No. 3, 335--338

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108673`

RECENSE

Putnam, C. R.: COMMUTATION PROPERTIES OF HILBERT SPACE OPERATORS AND RELATED TOPICS. (Komutační vlastnosti operátorů v Hilbertově prostoru a příbuzná témata) Springer-Verlag, New York 1967, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 36.

Kniha je prvním systematickým výkladem teorie komutátorů $AB - BA$ operátorů A, B v Hilbertově prostoru. Obsahuje bohatý výběr aplikací na kvantovou mechaniku, perturbační teorii, Laurentovy a Toeplitzovy operátory a singulární integrální transformace. Aplikace na kvantovou fyziku jsou formulovány matematicky, takže k porozumění není třeba žádná znalost fyziky.

Kniha je rozdělena do šesti kapitol. První tři pojednávají obecně o vlastnostech komutátorů (aditivních i multiplikativních). Zvláštní pozornost je věnována spektrální teorii v případě poloomezeného samoadjungovaného A a nezáporného samoadjungovaného $C = AB - BA$. Celá jedna kapitola se zabývá tzv. seminormálními operátory T, tj. operátory pro něž $TT^* - T^*T$ je semidefinitní.

Kapitola 4 obsahuje věty o existenci a jednoznačnosti řešení komutačních relací, vyskytujících se v kvantové mechanice, zvláště vztahů $AB - BA = -iI$ a $AB^* - B^*A = I$. Následující kapitola vychází z teorie rozptylu kvantové mechaniky. Je v ní uvedena řada vlastností vlnových operátorů a operátorů rozptylu. Vedle toho se studuje i unitární ekvivalence samoadjungovaných operátorů s jejich perturbovanými formami. Nakonec se důkladně probírají Laurentovy, Toeplitzovy a singulární integrální operátory.

Autor nedokazuje všechny věty; některé důkazy jsou jen načrtnuty a jiné úplně vynechány. Je však vždy uveden odkaz, kde lze důkaz najít. Bibliografie je vypracována s příkladnou péčí. Hluboká znalost látky umožnila autorovi uvést u každého výsledku odkaz, takže čtenář má dojem, že čte historii oboru.

Jan Kučera, Pullman

Horst Sachs: EINFÜHRUNG IN DIE THEORIE DER ENDLICHEN GRAPHEN, Teil I., Mathematisch-Naturwissenschaftliche Bibliothek 43, B. G. Teubner, Leipzig 1970, stran 182, 108 obrázků, cena neuvedena.

Ještě před dvaceti lety bylo možné, aby jeden matematik obsáhl všechny práce, které tehdy byly napsány o grafech a existovala vlastně jen jediná monografie z tohoto oboru. Napsal ji maďarský matematik D. König a vyšla německy v Lipsku r. 1936. Dnes jde počet prací už do tisíců a také knižních publikací přibývá každým rokem. V těchto řádcích se podíváme na knihu, kterou nedávno sepsal H. Sachs s několika spolupracovníky. Je to vlastně první díl chystané dvousvazkové monografie a autorsky na něm spolupracovali H.-J. Finck, H. Hutschenreuther, E. Kaiser, R. Lang, M. Schäuble, H.-J. Voss a H. Walther. Zdálo by se, že se do knihy tak malého rozsahu nevejde příliš mnoho látky, ale Sachsovi se podařil dobrý výběr ze starších i zcela nových problémů této teorie. Aby čtenář nezabředl do triviálních větiček, soustředí se výklad jen na ty pojmy, jež jsou nutné k pochopení těchto problémů. Mám tu na mysli např. větu Turánovu, Mengerovu a Ford-Fulkersonovu, z nichž každé je věnována jedna kapitola. Někde se ovšem kniha vzdává důkazů, jak je tomu např. u Rédeiovy věty o počtu úplných drah v turnajích.

Krásný kombinatorický důkaz této věty, který roku 1943 podal T. Szele, se do knihy nevešel a je tu jen letmo zmíněn. Sachsův oblíbený problém o tom, jakou šířku v pase (Taillenweite) má pravidelný graf, se dostal ke slovu též v jedné kapitole. Šířkou v pase se zde rozumí délka nejkratší kružnice a Sachs i jeho žáci o ní publikovali v posledních letech několik prací. Vliv spolupracovníků je patrný někde více, někde méně. Tak např. známá determinantová metoda pro určení počtu koster daného grafu je tu zpracována podle H. Hutschenreuthera. V předmluvě se praví, že se druhý chystaný díl monografie bude věnovat studiu rovinných grafů. S celkovým zhodnocením díla si tedy počkáme, až si budeme moci pročíst i tento druhý svazek.

Jiří Sedláček, Praha

David Hilbert: GESAMMELTE ABHANDLUNGEN, I—III. (Zweite Auflage, Springer-Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1970) Band I: Zahlentheorie, XVI + 539; Band II: Algebra, Invariantentheorie, Geometrie, VIII + 453; Band III: Analysis, Grundlagen der Matematik, Physik, Verschiedenes, Lebensgeschichte, VII + 435.

Prvý svazek obsahuje 11 Hilbertových prací z teorie čísel (převážně algebraické), včetně jeho rozsáhlého pojednání o teorii algebraických číselných těles z roku 1897. V doslovu H. Hasse popisuje další rozvoj teorie algebraických čísel až do roku 1932 (tj. do roku prvého vydání Hilbertových sebraných spisů). Druhý svazek zahrnuje 26 prací z algebry a teorie invariantů a 3 práce z geometrie, z nichž jedna je přetištěním poznámky o plochách s konstantní Gaussovou křivostí z Hilbertovy knihy o základech geometrie. V tomto svazku jsou umístěny stati B. L. van der Waerdena a A. Schmidta hodnotící Hilbertovy výsledky z algebry a z geometrie. Konečně třetí díl obsahuje 8 prací z analýzy, 4 práce o základech matematiky, 4 práce z fyziky, 23 daných problémů, formulovaných Hilbertem na Mezinárodním matematickém kongresu v Paříži roku 1900, články věnované památce K. Weierstrasse, H. Minkowského, G. Darbouxe a A. Hurwitze. A posléze populární článek o vztahu logiky a poznání přírody. V tomto svazku dále E. Hellinger vykládá teorii integrálních rovnic a nekonečných soustav rovnic na základě výsledků D. Hilberta a jeho pokračovatelů. Konečně je zde zařazena stať P. Bernayse o Hilbertových výzkumech v oblasti základů matematiky a Hilbertova biografie napsaná O. Blumenthalem.

Při rozsáhlosti a rozmanitosti Hilbertova díla je nemožné hodnotit jednotlivě byť i jen významnější práce. Je to snad zbytečné i proto, že význam Hilbertovy činnosti v jednotlivých matematických oborech je všeobecně znám. O tom, že odkaz D. Hilberta v moderní matematice je stále živý, svědčí jistě i ten fakt, že jeho sebraná pojednání vycházejí již po druhé během necelých čtyřiceti let.

Otto Vejvoda, Praha

A. F. Monna: ANALYSE NON-ARCHIMÉDIENNE. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 56; Sgringer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970. Stran VI + + 119, cena 38 DM.

Absolutní hodnota na komutativním tělese K je, jak známo, zobrazení $|.| : K \to R$ (R = těleso reálných čísel), které má pro všechna $a, b \in K$ následující vlastnosti: (i) $|a| \geqq 0$, (ii) $|a| = 0$ právě když $a = 0$, (iii) $|ab| = |a| . |b|$, (iv) $|a + b| \leqq |a| + |b|$. Absolutní hodnota se nazývá archimedovskou, jestliže existuje přirozené n tak, že pro $n . 1 = 1 + \ldots + 1 \in K$ máme $|n| > 1$; absolutní hodnota $|.|$ je nearchimedovská právě když místo požadavku (iv) splňuje silnější požadavek (iv') $|a + b| \leqq \max(|a|, |b|)$. Absolutní hodnoty $|.|_1$ a $|.|_2$ se nazývají ekvivalentními, jestliže z $|a|_1 < 1$ plyne $|a|_2 < 1$ pro každé $a \in K$; $|.|_1$ je ekvivalentní s $|.|_2$ právě když existuje $s > 0$ tak, že $|a|_2 = (|a|_1)^s$ pro každé $a \in K$. Nyní platí důležitá Ostrowskiho věta: ***Těleso K s archimedovskou absolutní hodnotou je isomorfní s nějakým podtělesem tělesa komplexních čísel C a jeho absolutní hodnota je ekvivalentní s tou, která je indukována přirozenou absolutní hodnotou na C.***

Z toho plyne, že jakákoliv analýza, rozvinutá nad tělesem s absolutní hodnotou a různá od obvyklé reálné nebo komplexní analýzy, musí být analýza nearchimedovská. Pro větší objasnění uveďme příklad nearchimedovské absolutní hodnoty. Nechť Q je těleso racionálních čísel, p nějaké prvočíslo. Každé $a \in Q$ můžeme psát jednoznačně ve tvaru $a = p^n \alpha/\beta$, kde α a β jsou celá čísla nedělitelná prvočíslem p. Definujeme-li $|a| = p^{-n}$ a $|0| = 0$, dostaneme tzv. p-adickou nearchimedovskou absolutní hodnotu. Platí dokonce následující věta: *Každá archimedovská absolutní hodnota na Q je ekvivalentní s obyčejnou absolutní hodnotou a každá nearchimedovská je ekvivalentní s některou p-adickou absolutní hodnotou.*

V celé knize se předpokládá, že K je komutativní těleso s absolutní hodnotou, která je nearchimedovská a netriviální; dále se požaduje, aby K bylo úplné. Existuje velký rozdíl mezi analýzou nad K a obvyklou analýzou nad reálnými čísly. Tak např. K není uspořádáno. Intervaly se definují formálně stejným způsobem jako $\{x \in K;\ |x - a| \leqq \varepsilon\}$ resp. $\{x \in K;\ |x - a| < \varepsilon\}$, jsou však současně otevřené i uzavřené. K rovněž nemusí být lokálně kompaktní.

Druhá kapitola se zabývá klasickou nearchimedovskou analýzou. Konvergentní řady je možno definovati obvyklým způsobem právě tak jako např. spojitost funkcí. Značné potíže však už vznikají při definici analytických funkcí. Derivace funkce $f: K \to K$ je možno definovati jako $f'(x) = \lim_{h \to 0} [f(x + h) - f(x)]/h$, ale potom existuje mnoho nekonstantních funkcí $K \to K$, které mají všude nulovou derivaci.

Třetí kapitola pojednává o vektorových prostorech nad K. Zde je možno vytvořiti teorii lokálně konvexních prostorů, která připomíná teorii nad R. Užívá se této definice: podmnožina A vektorového prostoru E nad K se nazývá konvexí, jestliže $\lambda x + \mu y + \nu z \in A$ pro všechna $x, y, z \in A$; $\lambda, \mu, \nu \in \mathcal{O} = \{a \in K;\ |a| \leqq 1\}$; $\lambda + \mu + \nu = 1$.

Čtvrtá kapitola obsahuje věty o struktuře nearchimedovských normovaných prostorů, v další kapitole jsou probrány základní vlastnosti lokálně konvexních prostorů nad K včetně teorie duality. Šestá kapitola je úvodem do teorie integrace pro funkce $X \to K$, kde X je topologický lokálně kompaktní prostor. Konečně v poslední kapitole jsou uvedeny některé speciální výsledky a otevřené problémy.

Nearchimedovská analýza se začala rozvíjeti v posledních třiceti letech a nyní existuje asi 150 prací z tohoto oboru. Autor spojil dosažené výsledky, a to velmi zdařile, do recesované knihy. Její text je spíše vyprávěním: sice jsou uváděny definice a věty, ale místo mnoha důkazů jsou odkazy na literaturu a autor se raději věnuje komentářům a srovnávání probírané látky s obvyklou látkou běžné analýzy. Kniha tím velmi získala a je značně přehledná. V předmluvě autor poznamenává, že M. R. Remmert připravuje s M. U. Güntzerem knihu o nearchimedovské analýze v „klasickém" smyslu, proto obsah druhé kapitoly je velmi stručný. Knihu je možno jen doporučiti; přimlouvám se za to, aby odborníci v analýze si ji alespoň prolistovali.

Alois Švec, Praha

N. Bourbaki: VARIÉTÉS DIFFÉRENTIELLES ET ANALYTIQUES. (Fascicule de résultats) Paragraphes 8 à 15. Eléments de mathématique, fasc. XXXVI. Hermann, Paris 1971. Stran 99, cena neudána.

Prvořadým nedostatkem tohoto svazku je, že neobsahuje citace; podle mého mínění by seznam literatury byl málem cennější než sama sbírka definic a výsledků.

V paragrafu osmém (tj. prvním tohoto svazku) je probrán diferenciální počet prvního řádu. Diferencovatelné variety se uvažují nad tělesem K reálných nebo komplexních čísel nebo nad tělesem s nearchimedovskou absolutní hodnotou; předpokládá se, že K má nulovou charakteristiku nebo variety mají lokálně konečnou dimensi. Definuje se tečný fibrovaný prostor variety, vektorové pole, vnější formy a diferenciál. Jsou uvedeny základní vlastnosti komplexních a skorokomplexních variet. Všechny tyto záležitosti jsou dokonale známé v případě $K = R$ a variet konečné dimense; zde jsou však vysloveny v plné obecnosti, důkazy příslušných vět již nejsou běžné (až snad na výklad v Langově knize, pokud ovšem tuto považujeme za zcela běžně známou), takže citace mi opravdu chybí. Tak jest tomu i v dalším textu. Paragraf devátý má název Diferenciální rovnice a rozlistování (nevím, jak překládati „feuilletage"). Zde jsou v podstatě probrány věty o existenci integrálních křivek vektorových polí a rovnice v totálních diferenciálech.

V následujících dvou paragrafech je vybudována teorie míry, definované diferenciální formou, a je probrána Stokesova věta. Zde se předpokládá $K = R$ a varieta konečné dimense. S hranicemi a obecnou formulací Stokesovy věty jsou ovšem již potíže, čtenář je na tomto místě raději odkázán na Cartanův seminář resp. Whitneyovu knihu o integraci.

Paragraf dvanáctý je věnován jetovému aparátu. Zde mi chybí definice prodloužení variety a kanonických forem na ní; zkrátka Ehresmann je poněkud ignorován. Další paragraf se jmenuje bodové distribuce; je věnován komplikacím, které v nestandartním případě nekonečně-dimensionálních variet vznikají při zobecnění Diracových měr. Paragraf čtrnáctý je úvodem do teorie diferenciálních operátorů. Příslušné variety se předpokládají konečně-dimensionální; uvažují se pouze lineární operátory. Většina textu je věnována definici a základním vlastnostem symbolu a Greenova operátoru. Nevím, do které partie matematiky zařazuje Bourbaki existenční věty, teorii úplně integrabilních operátorů, involutivnost atd., velmi je však postrádám právě zde. Poslední velmi krátký paragraf se zabývá varietami diferencovatelných zobrazení.

Předchozí díl (§§ 1—7) vyšel v r. 1967.

Alois Švec, Praha

N. Bourbaki: GROUPES ET ALGÈBRES DE LIE. Chap. I: Algèbres de Lie. Éléments de mathématique, fasc. XXVI. Hermann, Paris 1971. Stran 146, cena neudána.

Jest celkem obtížné napsati cokoliv k textu knihy. Podání jest přesné, obsah dobře známý a rozhodně nevzrušující, odkazy na literaturu tradičně chybějí. A tak jen názvy kapitol: definice Lieových algeber, obaly Lieových algeber, representace, nilpotentní algebry, řešitelné algebry, polojednoduché algebry, Ado-ova věta. Daleko zajímavějších je 36 stran petitem tištěných příkladů. V těchto příkladech je probráno mnoho teorií, např. teorie kohomologií Lieových algeber G s hodnotami v G-modulu M, klasické typy jednoduchých algeber, atd.

Alois Švec, Praha

DÁLE VYŠLO

František Zítek: VYTVOŘUJÍCÍ FUNKCE, Mladá fronta, Praha 1972, stran 148, cena 11 Kčs.

Toto je už 29. svazek edice Škola mladých matematiků, kterou vydává Ústřední výbor matematické olympiády v nakladatelství Mladá fronta. Knížka je určena především řešitelům matematické olympiády.

Redakce